FOR THE PEOPLE
FOR EDVCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY

Bound a
A.M.N.H
1916

NOVI COMMENTARII ACADEMIAE SCIENTIARVM IMPERIALIS PETROPOLITANAE

TOM. XII.

pro Anno MDCCLXVI et MDCCLXVII.



PETROPOLI

TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM

MDCCLXVIII.

16,70276 April 28

SVMMARIVM
DISSERTATIONVM,
QVAS CONTINET
NOVORVM COMMENTARIORVM
TOMVS XII.

MATHEMATICA.

I.

Integratio aequationis differentialis.

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Bx+Cx^2+Dx^3+Ex^4)}} = \frac{dy}{\sqrt{(A+By+Cy^2+Dy^3+Ey^4)}}$$

Auctore L. Eulero pag. 3.

Calculus integralis, ad tantam hodie ſummorum Geometrarum ſtudio perfectionem euectus, inſignibus incrementis et ſubſidiis nunquam non ditatus fuit, quando ii aequationes differentiales ſolutu difficiliores, quarum integralia caſu quaſi vel per ambages et indirecte inuenire ipſis licuerat, data opera meditationi ſubiecerunt methodos ſcrutaturi directas, ad eadem, de quibus aliunde iam conſtitit, integralia perueniendi. Aequationis propoſitae integrale idque algebraicum et completum via admodum obliqua, cum in corporis ad duo centra virium fixa attracti motum inquireret, Ill. *Eulero* inuenire licuit, qua is excitatus occaſione iſtam integrationem data opera eſt aggreſſus eamque ſuis meditationibus eo cenſuit digniorem, quo plura et praeclariora analyſeos artificia difficultatum,

quibus ea implicari videtur, euolutio, cum neutram partem ſeorſim ne ad arcus quidem circulares vel logarithmos reuocare liceat, polliceri merito videbatur. En igitur directam methodum eamque ſubſtitutionibus et ſubſidiis analyticis notatu maxime dignis fundatam, qua propoſitae aequationis integrale eruitur cum priori perfecte congruens, quae cum, ſublatis difficultatibus potioribus, dubium non ſit, quin excoli poſſit vberius et ad breuitatem magis concinnam reduci, ad promouendos analyſeos fines plurimum momenti continere merito eſt cenſenda.

II.

De Arcubus curuarum aeque amplis eorumque comparatione.

Auctore L. Eulero pag. 17.

Amplitudo curuarum eſſentialem maximeque idoneum ad exprimendam curuarum naturam characterem ſuppeditat; vocatur autem curuae amplitudo iſte arcus, quem ductae ad vtramque dati arcus extremitatem tangentes et ad mutuam vsque interſectionem continuatae inter ſe conſtituunt. Data ſcilicet inter arcum s et hunc angulum ϕ aequatione differentiali, tota curuae natura commodiſſime

diſſime exprimitur, cum ea non ab arbitrariis ſolum poſitionibus, quae in methodo coordinatarum locum habent, ſit immunis, ſed ex ea etiam aequatio inter coordinatas et radius oſculi $= r$ facili opera eliciantur. Cum iam hac methodo inueniatur $r = \frac{ds}{d\Phi}$; facta ad circulum adplicatione, in quo r aequatur quantitati conſtanti $= a$, fit $s = a\Phi$, vnde conſequitur, angulum Φ, vbicunque peripheriae adplicetur, ita, vt ſuis cruribus eam tangat, ſemper aequales eſſe arcus intercepturum. Quae adfectio cum ſub ea certe conditione, qua angulus Φ eſt indefinitus et pro lubitu aſſumi poteſt, ſit circulo propria: ad theoriam curuarum penitius perſpiciendam perquam vtilis ſuppeditatur quaeſtio, vtrum aliae inſuper dentur curuae, quae, non quidem pro arbitrario quouis, ſed pro certo quodam et determinato ipſius Φ valore, quem ponamus $= \alpha$, eadem gaudeant proprietate, vt, qui ſunt eius amplitudinis α, arcus omnes inter ſe ſint aequales. De quo quidem cum dubitari non poſſit, cum, ſi fiat $\alpha = 180°$, ellipſis et omnes curuae in ſe redeuntes centro praeditae huc ſint referendae; praecipuum quaeſtionis momentum in eo verſatur vt omnes huius naturae curuas inueniendi methodus indagetur; atque huius problematis, maxime ſane ardui, completam ſolutionem haec ipſa ſiſtit Ill. *Euleri* diſſertatio. Primo ſcilicet formulae exhibentur generales ex ipſa amplitudinis natura deductae, omnes curuas complexae, in quibus ſinguli eiusdem

ampli-

amplitudinis arcus inter ſe ſunt aequales. Quae tamen cum ſint differentiales, ipſae curuae algebraicae, praecipue ſimpliciores, quae problemati ſatisfaciant, ſatis difficulter inde definiuntur. Peropportune autem et ad inſigne analyſeos incrementum accidit, vt Ill. Auctor radios oſculi harum curuarum contemplatus obſeruaret, arcus in hiſce curuis, quorum eadem eſt amplitudo, non aequales modo, ſed et ſimiles eſſe; quae noua proprietas generalem ſuppeditauit methodum, ad aequationes vniuerſales pro omnibus eius naturae curuis algebraicis expedite perueniendi. Cum vero in ipſa argumenti euolutione appareat, amplitudinem α ita aſſumi debere, vt eius menſura ad angulum rectum rationalem rationem teneat; methodus propoſita per adplicationes ad caſus particulares, ponendo $\alpha = 2\pi$; π; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{2}{4}\pi$; $\frac{2}{5}\pi$; $\frac{2}{6}\pi$ . . . . $\frac{m}{n}.2\pi$ ita eſt illuſtrata, vt nihil amplius in ardua hac quaeſtione poſſit deſiderari. Denique vt moneatur operae pretium eſt, etiam hoc exemplo declarari, quantum ex conſiderationibus Geometricis in Analyſin emolumenti redundet, quamque idonea pateat Geometris ad hoc quoque artificium attentis Analyſin nouis inuentis amplificandi occaſio.

III.

III.

Euolutio generalior formularum comparationi curuarum inſeruientium.

Auct. L. Eulero p. 42.

Inſignia ſunt et miro cum ingenii acumine excogitata, quae Ill. Comes *Fagnanus* de comparatione arcuum curuae lemniſcatae elicuit, quaeque non minori ſagacitate circa arcus ellipticos atque etiam hyperbolicos inter ſe comparandos eſt commentatus. Methodum illius, Geometrarum attentione digniſſimam, iam pridem in hiſce Commentariis Ill. *Eulerus* ſuis meditationibus non illuſtrauit modo, ſed longe etiam reddidit generaliorem methodum exponendo planam, a ſubſtitutionibus admodum moleſtis, quibus *Fagnanus* vſus eſt, et quarum ratio inventionis prorſus eſt obſcura, liberam, atque generaliſſime omnes iſtorum arcuum comparationes in ſe complexam, cuius ideo beneficio ipſi in grauiſſimo hoc negotio multo longius progredi licuit. Ad duo vero potiſſimum capita arduam ſane hanc quaeſtionem reuocare licet, dum ſcilicet demonſtrauit Cel. *Eulerus* primo quidem, omnium curuarum, quarum rectificatio hac integrali formula contineatur $\int \frac{\mathfrak{A}\,dz}{\sqrt{(A + Cz^2 + Ez^4)}}$, arcus perinde atque circulares inter ſe comparari poſſe, ita, vt, ſumto in iſtis

curuis arcu quocunque, ab alio quouis puncto arcus geometrice abſcindi poſſit, qui ad illum rationem quamcunque rationalem teneat; deinde vero in curuis, quarum rectificatio ab iſta formula $\int . \frac{dz(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}z^2 + \mathfrak{C}z^4 + \mathfrak{D}z^6 \text{ etc.})}{\sqrt{(A + Cz^2 + Ez^4)}}$ pendeat, omnia ea aeque felici ſucceſſu expediri, quae iam pridem circa comparationem arcuum parabolicorum praeclara ſunt inventa ita, vt in modo memoratis curuis ſumto arcu quocunque ab alio quouis puncto arcus abſcindi poſſit, qui ab illo vel a quouis eius multiplo quantitate differat vel geometrice aſſignabili vel a circuli hyperbolaeue quadratura pendente.

Inſigne vero Ill. Auctor profundiſſimae huic inueſtigationi incrementum attulit, methodum ſuam ad iſtas quoque formulas extendendo, qui expreſſionem ſurdam magis complicatam $\sqrt{(A + 2Bz + Cz^2 + 2Dz^3 + Ez^4)}$ inuoluunt; quo ipſo latiſſimus aperitur campus, in aliis pluribus curuis ſimiles comparationes inſtituendi. Quod argumentum cum non ad curuarum modo naturam profundius ſcrutandam ſummum praeſtet vſum, ſed largiſſimam quoque grauiſſimarum ad Analyſin perficiendam obſeruationum meſſem ſiſtat, in praeſenti diſſertatione plene euoluitur; cui ſi addantur ea, quae Ill. *Eulerus* in Calculi ſui integralis typis in Academia noſtra exſcripti Vol. I. Sect. II. Cap. V et VI. de iſtis formulis integralibus eſt commentatus; grauiſſimam quaeſtionem ad inſigne Analyſeos incrementum in plena luce poſitam eſſe, eſt, quod laetentur Geometrae.

IV.

IV.

De vſu algorithmi infiniteſimalis in arte coniectandi.

Auct. Daniele Bernoulli pag. 87.

Calculi probabilium quisquis ad complura vitae negotia late patentem perpendit vſum; nobiliſſimam hanc ſcientiam non eo, quod ipſius meretur dignitas, ſtudio noſtris temporibus excoli, eſt, quod iure miretur. Ars enim coniectandi non de acumine ſolum ingenii humani praeclara ſiſtit ſpecimina, ſed eo ſe potiſſimum nomine commendat, quod, quae ad actiones prouide vtiliterque dirigendas et ad varias, easque ſummi nonnunquam ad ciuitatis ſalutem momenti, quaeſtiones politicas et morales dirimendas pertinent regulae, eae ſepe numero inde ſint repetendae.

Hoſpes tamen in rerum mathematicarum hiſtoria ſit, quem praeclara lateant ſtudia, a ſummo Geometra, *Daniele Bernouilli*, dudum in ea excolenda nouisque adaugenda methodis poſita, qui ſimul multiplicem eius vſum inter complura ſpecimina in grauiſſima inprimis atque ad totius fere generis humani ſalutem pertinente diſquiſitione, de variolarum inſertione, inſolita Analyſeos ſpecie vſus abunde comprobauit. Noua vero ſunt et a nemine adhuc in

hoc calculi genere adhibita principia, quorum in amplificanda hac ſcientia vſum Cel. Vir in hac diſſertatione exponit, dum, quantum et in problematibus coniecturalibus Analyſis infinitorum vtilitatis praeſtet, facili methodo demonſtrat. Obſeruauit nempe, quotiescunque quaeuis in circumſtantiis rei, de qua quaeritur, variatio tanquam infinite parua ſpectari poteſt, ita, vt quantitatis fluentis notionem ad eam adplicari conueniat, calculum infiniteſimalem ad expediendas quaeſtiones difficillimas felici ſucceſſu in ſubſidium vocari; quae quidem hypotheſis eo magis eſt admittenda, cum ante calculi differentialis inuentionem veterum arithmetica infinitorum optime eidem fuerit ſuperſtructa. Quo igitur nouae huius methodi vis pateat euidentius; duplex quaeſtionis cuiusdam propoſitae ſuppeditatur ſolutio, ex Analyſi vulgari vna, altera ex infiniteſimali calculo deducta cum priori perfecte conſentiens. Cuius quidem problematis licet et ex aliis principiis obuia ſit ſolutio; id tamen ad probandam nouae methodi praeſtantiam maxime eſt accommodatum, cum, adiectis nouis quibusdam conditionibus, eius reſolutio vix aliter, quam nouis his integralis methodi ſubſidiis obtineri poſſe videatur.

En igitur praeclariſſimam coniectandi ſcientiam nouis incrementis auctam, quae Geometrarum attentione eo ſunt digniora, quo feliciorem eius ad grauiſſimas quaeſtiones adplicationem ab acutiſſimi Auctoris

Auctoris meditationibus merito ſperare licet; id quod in ſequente diſſertatione illuſtri comprobatur ſpecimine.

V.

De duratione matrimoniorum media pro quacunque coniugum aetate, aliisque quaeſtionibus affinibus.

Auctore Daniele Bernoulli p. 99.

In omnibus rerum humanarum variationibus ac viciſſitudinibus, quantumuis in ſe incertis ac quaſi fortuitis, pro magna tamen hominum indiſcriminatim collectorum multitudine, in qua incertitudo ſortis ſingulorum, habita ratione totius, tanquam euaneſcens ſpectari poſſit, ſtatum medium conſtantes fere ſequi leges, multiplicibus obſeruationibus dudum eſt confirmatum. Ita per longam tabularum natalium ſeriem fuit exploratum, ſingulis annis numerum filiorum natorum non ſuperare modo numerum filiarum natarum, ſed hanc ipſam quoque inaequalitatem ad numerum omnium natorum in eadem regione conſtantem fere ſeruare proportionem. Ita etiam tabulae mortuales, pathologicis praeſertim notis inſtructae, definiendae mediae durationi vitae a quacunque aetate inſuper exſpectandae inſeruiunt, multisque aliis egregiis vſibus, ſiue ad medicinam

ſpectes ſiue ad politicam ob nouarum veritatum ſolo ratiocinio inde eliciendarum copiam minime deſtituuntur. Neque minor tabularum matrimonialium, praeſertim ſi adcuratius conderentur, ad illuſtrandam oeconomiam politicam vſus eſt, licet ex iis de matrimoniorum duratione media difficillimum ſit iudicium. Haec ſcilicet intricatiſſima quaeſtio Analyſin requirit ex ſcientia coniecturali petitam, qua connubiorum duratio media pro quacunque coniugum aetate eaque vel diſpari vlterius exſpectanda definiatur, huiusque ope, dubium non eſt, quin multo determinetur exactius, quam quidem longisſima obſeruationum ſerie adhuc fieri potuit. Facile vero patet, hoc problema alia niti quaeſtione, pariter ex calculo probabilium petenda, quot nimirum ex dato magno aliquo connubiorum eodem tempore initorum numero pro data vtriusque coniugis aetate poſt ſingulos annos matrimonia integra probabiliter ſint ſuperfutura; vbi quidem duos caſus diſtingui oportet, prouti vtriusque coniugis vel aequalis fuerit aetas vel inaequalis; admiſſa inſuper hac vna hypotheſi, vt vterque ſexus aequali mortis periculo ſubiici ſupponatur, quamuis ſequioris ſexus vitam a morte tutiorem eſſe, tabulae mortuales oſtendant. Vtriusque caſus ſolutio in ſuperiori diſſertatione a Cel. *Bernouillio* iam eſt data, adhibitis ibi terminis in arte coniecturali vſitatis. Si enim in vrna colligantur *n* paria ſchedularum, ſuo quaeque a reliquis colore diſtincta, omnesque ſchedulae pari facili-

tate

tate extrahi poſſe ſupponantur; tum, ſi poſt repetitam aliquoties vnius ſchedulae extractionem numero in vrna reſiduarum ſit $= r$, ex calculis Cel. Auctoris numerus parium integrorum in vrna ſuperſtitum probabiliter erit $x = \frac{r(r-1)}{4n-2}$. Quodſi vero vna ſchedularum claſſis ſit altera ad egreſſum ex vrna procliuior, ſitque numerus ex vna claſſe in vrna reſiduarum $= s$, ex altera $= t$; parium integrorum in vrna reſiduorum erit numerus $x = \frac{st}{n}$, quarum iam formularum facilis eſt ad praeſentem quaeſtionem adplicatio; ita, vt tabulae conſtrui potuerint, in quibus, quot ex 500. matrimoniis primitiuis pro quacunque vtriusque coniugis aetate poſt ſingulos annos ſuperfutura ſint integra, indicetur; quo problemate ſoluto de connubiorum duratione media pro quauis connuptorum aetate facili ratiocinio iudicari poteſt. Alter caſus, vbi diſpar eſt coniugum aetas, quam ſit complicatus, nemo non videt; ſed in eo inprimis tam feliciter ſoluto nouae methodi coniecturalis a Cel. Auctore explicatae vis et praeſtantia luculentiſſime cernitur, cum eius ſolutionem ad aequationem differentialem trium variabilium perduxerit, quae non a permixtione ſolum variabilium liberari, ſed penitus integrari potuerit.

PHYSI-

PHYSICO-MATHEMATICA.

I.

Methodus facilis motus corporum coeleſtium vtcunque perturbatos ad rationem calculi aſtronomici reuocandi.

Auctore L. Eulero pag. 129.

Cum dudum ſit ex ipſa attractionis theoria euictum, corpora coeleſtia ad ſua virium centra ſecundum *Newtoni* leges attracta in ſectionibus conicis ferri areasque circa alterutrum focum temporibus proportionales deſcribere debere: omnes, qui ab hac lege diſcrepant, planetarum motus pro irregularibus habent aſtronomi. Neque vero vnam vim e ſole profectam planetae ſuſtinent, cum ſinguli ſingulos ſecundum directiones diuerſas viribusque continue mutatis attrahant; vnde inſignes in illorum motibus inaequalitates et continuae a *Newtoniana* lege aberrationes oriantur neceſſe eſt. A quarum exacta cognitione cum omnis pendeat aſtronomiae perfectio, ſummi dudum Geometrae in iis ad calculos reuocandis omnem intenderunt ingenii vim; plerumque tamen in formulas delapſi ſunt, tanta elementorum multi-

multitudine obrutas, vt pro ipſa motus perturbati determinatione parum inde lucis affulſerit.

Quas cum moleſtas ambages Illuſtris *Eulerus* poſt multa tentamina felici tandem compendio ſuperauerit; methodum in praeſenti diſſertatione exponit planetarum motus a quibuscunque viribus perturbatos expedite et ſine omni elementorum confuſione ad calculi aſtronomici rationem reuocandi. Duas nempe intricati huius negotii partes facit, mechanicam vnam, alteram geometricam, quarum illa locum corporis, de cuius motu quaeritur, ad quoduis tempus per tres coordinatas ad ſe inuicem normales definire, haec vero loca modo inuenta per longitudines et latitudines more inter aſtronomos recepto exprimere docet. Definito ſcilicet per tres coordinatas corporis motu, noua iis elementa, longitudo nempe lineae nodorum, inclinatio orbitae et argumentum latitudinis, ſubſtituuntur, quorum ad tres iſtas coordinatas relatio in parte geometrica traditur.

Reſoluta igitur vi perturbatrice ſecundum directiones trium coordinatarum; cum tribus iſtis viribus ita inuentis accelerationes corporis ſecundum easdem directiones ſint proportionales: principia mechanica tres praebent aequationes differentio-differentiales, quae totidem motus determinationes continent, in quibus commode inde deriuandis omne conſiſtit artificium. Cum igitur planetarum motus

 irre-

irregulares ad orbitam variabilem reduci ſoleant, vt poſitio lineae abſidum, ſemiparameter orbitae et excentricitas pro variabilibus aſſumtae ad quoduis momentum ex datis viribus perturbantibus determinentur; Cel. Auctor facilem oſtendit methodum, ex aequationibus fundamentalibus modo inuentis quinque alias primi gradus deducendi, quae totum corporis motum omniumque iſtorum elementorum variationes momentaneas exprimunt; quarum quidem formularum integratio cum Analyſeos adhuc excultae vires ſuperet, approximationibus vti conueniet, ita, vt pro temporum interuallis ſatis exiguis ſingulae variationes ex ipſis aequationibus differentialibus inveſtigentur iisque in ſummam colligendis integrationis negotium compenſetur.

II.

Disquiſitio de vera lege refractionis radiorum diuerſicolorum.

Auctore L. Eulero pag. 166.

Poſtquam diuerſa radiorum lucis refrangibilitas a *Newtono* primum detecta eſt, duas radiorum ſolis ſimplicium claſſes diſtinguimus, heterogeneorum vnam, id eſt magis aut minus refrangibilium, et alteram homogeneorum, qui ſub iisdem circumſtantiis eandem quoque ſubeunt refractionem; quae ipſa refra-

refractionis diuerſitas cum diuerſis quoque coloribus coniungitur, ita, vt ſinguli radii, prout magis aut minus refringuntur, colore ſibi proprio et prorſus immutabili gaudeant. Quanquam vero principalis totius dioptricae lex dudum ſit et experimentis et ratiociniis confirmata, quibus compertum eſt, radios eiusdem naturae, dum ex vno medio in aliud diverſae denſitatis tranſeunt, ita ſemper refringi, vt ſinus angulorum incidentiae et refractionis conſtantem inter ſe rationem ſeruent; tamen multo obſtruſior illa disquiſitio eſt, qua de vera lege, quam refractiones radiorum diuerſae indolis ſeu diuerſicolorum ſequantur, quaeritur, vtrum ſcilicet conſtans quaedam et perpetua inter eas proportio obtineat, ita, vt cognita pro datis duobus mediis refractione radiorum mediae naturae ex hac ſola ſine reſpectu ad illa media habito refractio radiorum rubrorum et violaceorum definiri poſſit, an vero haec determinatio a mediorum natura quodammodo pendeat, ita, vt eidem refractioni mediae non eaedem ſemper refractiones extremae reſpondeant; quae quidem inueſtigatio non ſubtiliſſima ſolum et ſumma cum cautione euoluenda, ſed in Dioptrica quoque grauisſimi omnino momenti eſt. Quanquam igitur non ſine ratione veroſimillimum et conſtantiae naturae maxime conforme videatur, refractiones extremas vnice a media pendere, ita, vt cognita refractione media $m:1$ per eam ſolam refractio rubra $r:1$ et violacea $v:1$ definiatur, et quantitates r et v tan-

quam certae quaedam functiones ipſius *m* ſpectari queant: dudum tamen ab acutiſſimo Geometra *Clairaut* in Commentariis Academ. Pariſinae fuit oſtenſum, eam neutiquam neceſſariam eſſe naturae legem, ſed innumeras dari alias, quae pariter in natura locum habere poſſe videantur. Harum igitur hypotheſium potiores aliquot in hac diſſertatione Ill. *Eulerus* accuratiori ſubiecit examini, earumque demonſtrata poſſibilitate, quaenam earum phaenomenis maxime ſatisfaciat, disquiſiuit, quae vna eſt in tam recondita quaeſtione ad veritatem perueniendi methodus. Inprimis vero ex diligentiori in oculi ſtructuram indagine firmiſſimum de harum hypotheſium pretio iudicandi argumentum Cel. Auctor depromſit, quae cum abſolutiſſimum opus ſit et omni humana arte ſublimius, quaecunque eius legi contrariatur, refractionis theoria merito erat explodenda. Stabilita igitur vera refractionis radiorum diuerſicolorum lege Ill. Auctor tabulam ſubiungit, in qua pro ſingulis refractionibus mediis refractiones extremae computantur, ſi nimirum radii ex aëre in aliud quodcunque medium tranſire ſupponantur; vnde facili negotio refractio radiorum diuerſicolorum ex quocunque medio in quodcunque aliud tranſeuntium definitur, ſi modo refractio media ex aëre in ſingula iſta media fuerit cognita.

Quanti vero huius legis exacta determinatio vſus ſit, ex eo facile colligitur, quod lentium obiectiuarum ex duplici materia pellucida compoſitarum

rum conſtructio, vnde inſignis inſtrumentorum dioptricorum perfectio dependet, huic ſit potiſſimum principio ſuperſtruenda.

III.

De nouo microſcopiorum genere ex ſex lentibus compoſito p. 195.

IV.

De Teleſcopiis quatuor pluribusque lentibus inſtructis eorumque perfectione.

Auctore L. Eulero pag. 224.

Microſcopiis compoſitis inſignes dudum perfectiones in variis paſſim cum erudito orbe communicatis diſſertationibus, Ill. *Eulerus* conciliauit, dum veram et genuinis dioptricae principiis fundatam propoſuit methodum, qua non campus ſolum viſionis maximus obtineri isque multiplicando lentium ocularium numerum ſubinde amplificari, ſed ipſa quoque repraeſentatio a margine colorato ex diuerſa radiorum indole oriundo feliciter liberari poſſit. In hac vero diſſertatione Cel. Auctor nouam prorſus eorundem conſtructionem tradit, qua alii

alii cuidam inſigni incommodo occurritur in vulgari conſtructione non euitando, quod ex radiis peregrinis obiecti repraeſentationem non mediocriter inquinantibus oritur. Quemadmodum ſcilicet in teleſcopiis anglicanis ex quinque vel ſex lentibus compoſitis repraeſentationis diſtinctio eo etiam egregie augetur, quod lens in iis occurrat, quae ob minimam, quam admittit, aperturam diaphragmatis quaſi vices ſuſtinens radios peregrinos feliciſſime excludit, neque tamen vel claritati vel campi conſpicui amplitudini vllam diminutionem adfert: ita idem artificium in microſcopiorum conſtructione optimo cum ſucceſſu adhibere licet; quae quidem ſtructura ad obtinendum campi augmentum ſex omnino lentibus abſoluitur, vnde totum huius diſſertationis argumentum in eo verſatur, vt ſingularum harum lentium tam diſtantiae focales quam interualla definiantur, quo microſcopium in ſuo genere perfectiſſimum reddatur. Cum vero infinitae eiusmodi microſcopiorum formae ex diuerſis formularum, quas Ill. Auctor dudum iam pro inſtrumentorum diopiricorum conſtructione omnibusque ad eorum perfectionem neceſſariis momentis in T. XIII. Acad. Berol. dedit, determinationibus deduci queant: eas, quae ſunt ad praxin accommodatiſſimae, plene hic euolutas proponit, quae his inſignibus gaudent praerogatiuis, vt pro praegrandibus etiam multiplicationibus, veluti $m = 2480$, ſatis modica longitudine contineantur neque tamen lenticulam obiectiuam requirant

rant minimam, vnde artificis labor egregie ſublevatur. Eodem et ſtudio et ſucceſſu in perficiendis teleſcopiis plurium lentium in altera diſſertatione verſatur; cum enim artifices angli ſola experientia ducti et poſt innumera tentamina multiplicatione lentium haec inſtrumenta ad eum, quo hodie illa exhibent, perfectionis gradum perduxerint; dubitari nequit, quin ipſam theoriam genuinaque dioptrices principia in ſubſidium vocando haec eadem commoda mirifice augeri immo ad ſummum, quem quidem admittunt, gradum euehi queant. Ex inſigni igitur teleſcopiorum pluribus lentibus inſtructorum varietate Ill. Auctor eas potiſſimum ſpecies, quae ceteris praeſtant et ad praxin potiſſimum ſunt accommodatae, euoluit earumque totam ſtructuram in ſubiunctis tabulis ad artificum vſus expoſuit.

Quae dum tradimus erudito orbi, non poſſumus, quin eidem abſolutiſſimum *Euleri* de vniuerſa dioptrica opus annunciemus, quod in Academia noſtra typis exſcribi coeptum eſt, in cuius primo volumine omnia, quae ad ſummam inſtrumentorum dioptricorum perfectionem pertinent, momenta exponuntur, in ſecundo autem et tertio eorundem ad teleſcopia et microſcopia adplicatio traditur, annexo ſub finem de teleſcopiis catadioptricis appendice; cuius eo magis vrgemus editionem, quo, nobiliſſimam hanc ſcientiam, ſeparatis hucusque diſſertationibus

ab

ab Ill. Viro paſſim illuſtratam, in plena iam luce poſitam eſſe, peritiſſimos quosque eius amatores impenſius laetaturos eſſe confidimus.

V.

De rotatione ſolis circa axem ex motu macularum apparente determinanda.

Auct. Ioh. Alb. Eulero pag. 273

Macularum heliacarum detectio, quae ex plurimorum Aſtronomorum ſententia *Scheinero*, Suevo, eas anno 1611. primum Ingolſtadii obſeruanti debetur, memoratu dignam in aſtronomia epocham conſtituit. Ex eo enim tempore non de atmoſphaera modo ſolis, quam iam antea ſagaciſſimus *Keplerus* ex aliis principiis fuerat ſuſpicatus, ſed de eius quoque circa axem ſuum conuerſione magni omnino momenti quaeſtio fere penitus confici potuerat. Inter varia ſcilicet ab aſtronomis ab eo inde tempore ad maculas ſolares maxime attentis obſeruata phaenomena id inprimis notatu dignum eſt, quod non regularem modo in diſco ſolis percurrant orbitam, ſed ſtatis quoque redeant periodis; vt ex obſeruationibus Cel. *Caſſini* tempus earum periodicum 27 propemodum dierum ſpatio contineri ſit ſtatuendum;

vnde,

vnde, ſiue eas ipſi ſolis ſuperficiei, ſiue atmoſphaerae tantum ſolari inhaerere ſtatuamus, ſolem in centro ſyſtematis planetarii immobilem circa ſuum tamen axem motu vertiginis ferri, quod ante ratione fuerat aſſertum, ipſo iam ſenſu fuit comprobatum. Quanquam vero motus huius rotatorii exiſtentia extra dubium poſita eſt; ipſa tamen eum definiendi ratio, quae paſſim apud Auctores traditur, tam eſt complicatiſſimis figuris intricata, vt niſi ſingulari adhibita imaginationis vi parum inde lucis hauriri poſſe videatur. Rem igitur aſtronomiae perfectioni maxime proficuam feciſſe Cel. Auctor cenſendus eſt, qui in hac diſſertatione grauiſſimi huius argumenti explicationem ab iſto inſigni incommodo penitus liberauit, dum non omnia modo, quae ad genuinam motus ſolis rotatorii cognitionem pertinent, momenta dilucide explicauit, ſed ipſum quoque pro definiendo ſolis circa axem tempore periodico calculum facili et perſpicua methodo expediuit; cuius ope ſi plures plurium macularum obſeruationes ſub examen reuocentur; de axis ſolaris poſitione et gyrationis celeritate tutiſſimum ex plurium concluſionum conſenſu iudicium ferri poterit.

PHYSICA.

I.

De caloris communicationis exceptione, Phaenomena noua, experimentis elicita, et explicationes.

Auctore I. A. Braunio pag. 289.

Quum in gradibus frigoris, ſub quibus fluida in ſtatum firmitatis tranſeunt, et caloris, ſub quibus ebulliunt, determinandis, Celeberrimus huius Diſſertationis Auctor occupatus eſſet; phaenomenon obſeruauit, ſingulare, licet non plane nouum, quum Clariſſimus *Richmannus*, primus, ſine dubio eius inventor, in his Comment. eiusdem iam mentionem fecerit, quod a regula vulgari, qua ſcimus, calorem inter corpora contigua communicari, notabilem producit exceptionem; atque hoc phaenomenon in praeſenti diſſertatione exponit explicatque.

Vas, aqua ad duas tertias repletum, alii maiori, itidem aqua repleto, imponit, eaque vaſa igni exponit, adeo, vt aqua, in maiori vaſe contenta, ebullire incipiat, poſteaque gradum caloris ignis continuo auget. Exſpectares, breui fore, vt calor aquae bullientis, in maiori vaſe contentae, in aquam, in minori contentam, tranſeat, eandemque in

in ſimilem ebullitionem excitet. Verum hoc non factum eſt. Quin potius adhibito thermometro Cel. Auctor vidit, calorem in aqua bulliente exteriori vltra eum gradum, qui ad ebullitionem requiritur, augeri non poſſe, aquam vero in vaſe minori contentam, calore inferiorem eſſe aqua, in maiori contenta, gradibus nouem, tantoque inferiorem perpetuo manere, ideoque ad ebullitionem nunquam pervenire.

Idem experimentum cum ſpiritu vini rectificatiſſimo inſtituit, eademque phaenomena obſeruauit. Verum cum vino, cum oleis aliisque fluidis idem non ſucceſſit. Tranſiit calor ex fluido exteriori in in erius, donec hoc aeque ac illud ebullire ceperit. Caeterum notandum eſt, haec phaenomena ſupradicta contingere, dum vaſa aperta ſunt; ſi clauſa fuerint, calor itidem ad ebullitionem requiſitus communicatur.

Poſt haec phaenomenorum relatorum explicationem Auctor ſubiungit, quam in eo inuenit, quod aqua ad ebullitionem certum caloris gradum requirat, eumque, dum ſemel bullit, porro tranſcendere nequeat. Cum enim calor ex aqua vaſis maioris in aquam, in minori contentam, adeo vsque tranſire non poſſit, quin ſemper differentia nouem graduum inter vtriusque aquae calorem maneat; patet, hoc modo calorem aquae in vaſe minori ſemper inferiorem manere eo, qui ad ebullitionem requiritur. Quoniam vero aqua in vaſis clauſis ſuper eum gradum, qui ad ebullitionem requiritur, calefieri poteſt; ratio ſimul conſtat, quare

re in vaſis clauſis fluidum interius aeque ac exterius ebullire ceperit. Denique cum fluida reliqua, in quibus phaenomenon non ſucceſſit, conſtantem itidem ebulliendo calorem haud ſeruent, ſed is, qui ad bullitionem requiritur, longe augeri in iis poſſit, cauſa quoque manifeſta eſt, cur in his phaenomenon ſimiliter non ſucceſſerit.

II.
De Electricitate barometrorum disquiſitio.

Auct. F. V. T. Aepino pag. 303.

Barometrorum quorundam ſingularis illa proprietas, ante hos fere centum annos a *Picardo* detecta, qua mercurii noctu agitati ſumma ſuperficies in deſcenſu lucem aliquam ipſi adhaerentem conſpiciendam praebet, ab eo inde tempore mirifice exercuit phyſicorum ingenia, in detegenda ſingularis huius phaenomeni ratione atque conficiendi barometra lucentia methodo fruſtra laborantium, donec ſummo tandem noſtri aeui Geometrae, *Ioh. Bernouillio*, genuinam eorum conſtructionem inuenire licuerit. Barometris hiſce lucentibus miranda quaedam adfectio propria eſt, cuius ignotus eſt primus inuentor, prima vero in elementis phyſices *Hambergeri* publica mentio fit; qua ſcilicet, ſi ad ſummita-

mitatem barometri, mercurio vacuam, leue aliquod pendulum admoueatur, id, deſcendente mercurio, attrahi, aſcendente repelli fuit obſeruatum. Poſt varias pro vtriusque huius phaenomeni explicatione effictas hypotheſes anno demum 1733, electricitatis theoria Ill. *du Fay* aliorumque experimentis amplificata, vtrumque per vires electricas a phyſicorum aliquibus explicari coeptum eſt, aliis tamen minime conſentientibus. Cum igitur manca ſit de electricitate barometrorum theoria, quamdiu leges, quas vires attractiuae barometrorum ſequuntur, non ſint penitus exploratae atque experimentis tanquam totidem ipſius naturae teſtimoniis comprobatae: dignum ſane argumentum hoc ea opera fuit, quam Celeberrimus Auctor in eo nouis experimentis illuſtrando collocauit, quae cum genuina vtriusque phaenomeni explicatione iis ſolide ſuperſtructa in praeſenti diſſertatione recenſentur. Praemiſſa ſcilicet eorum experimentorum, quae circa barometrorum lucem inſtituta ſunt, hiſtoria, quomodo ea phaenomena ab electrica vi oriantur, Cel. Auctor diſtincte exponit. In altera de vi attractiua barometrorum lucentium disquiſitione experimentis non aeque abundamus, neque talia adhuc inſtituta ſunt, ex quibus appareat, num iſta vis ex iis legibus, quas vis electrica ſequi ſolet, poſſit explicari; quod quidem experimentandi genus, quam ſit difficile, quamque artificioſe inſtituendum, facile intelligitur; atque in eiusmodi experimentorum ad explorandos ſingulares hos naturae

effectus a Cel. Auctore pro ea, qua eſt, experimentandi dexteritate inſtitutorum explicatione potiſſimum huius diſſertationis caput verſatur. Cum ſcilicet attractionis huius effectus, quales ſeſe in iis barometris offerunt, debiliores ſint, quam vt inde quicquam poſſit concludi; Cel. Auctor, exemplo a lagena *Lugdunenſi* depromto, ſummitatem barometri mercurio vacuam exterius foliis metallicis tenuioribus obtegit, eoque id effecit, vt tubi iſtius vitrei electricitas omnis in metallum colligeretur, quae ad hunc ſtatum reducta ſatis fuit efficax, vt, inſtitutis circa eam experimentis, manifeſto oſtendi potuerit, vis iſtius attractricis explicationem vtique eſſe ab electricitate repetendam. Interior ſcilicet tubi ſuperficies mercurii frictione poſitiuam electricitatem nanciſcitur; vnde repulſione ſua materiam electricam in vitri ſubſtantia latentem verſus exteriorem vitri ſuperficiem cedere cogit, quae ibi accumulata, ſuperficiem et metallum poſitiue electrica reddit.

Quibus felici cum ſucceſſu expeditis ad theoriam hanc omnibus numeris abſoluendam Cel. Auctor electricitatem quoque negatiuam producere tentauit, idque ſingulari artificio feliciter praeſtitit; deſcendente ſcilicet mercurio, adeoque fluido electrico intus accumulato, ſummitatem tubi foliis metallicis obtectam corpore non per ſe electrico attigit; vnde materia electrica in ſubſtantia vitri contenta, quanquam a vi interioris repulſa, tamen in exteriori

ſuper-

ſuperficie accumulari non potuit, ſed in id ipſum corpus ipſi admotum tranſiens tubi ſuperficiem externam negatiue electricam reliquit.

En igitur omnem de luce et vi attractriua barometrorum theoriam egregiis Cel. Auctoris experimentis et meditationibus ita illuſtratam, vt nihil iam in ſubtiliſſima hac quaeſtione vlterius deſiderari poſſe videatur.

III.

Examen theoriae magneticae a Cel. *Tob. Mayero* propoſitae.

Auct. F. V. T. Aepino p. 325.

Grauiſſimum in tota theoria magnetica problema, quo vis quaeritur, qua corpus magneticum in aliud in quacunque diſtantia ab ipſo remotum agit, reſolui non poteſt; niſi aliis binis quaeſtionibus antea expeditis, vna ſcilicet, quamnam diſtantiae functionem ſequatur vis, quam particula quaedam infinite parua, vi magnetica imbuta, in aliam itidem infinite paruam exerit; altera vero, quanam lege vis magnetica per corpus datae figurae diffundatur, vnde illius intenſitas in quouis corporis puncto poſſit determinari; de his enim ſi conſtet, problematis completa ſolutio ex calculo integrali vnice eſt

repe-

repetenda. Pro vtroque hoc momento Celeberrimus Vir, *Tob. Mayerus*, in diſſertatione quadam, de cuius contentis in nouis litterariis Goettingenſibus fide digna occurrit recenſio, eam legem ſtabiliuit, vt ſollicitationis intenſitatem in duplicata ratione diſtantiarum decreſcere; intenſitatem vero in quouis puncto, ſiquidem magnes prismaticae figurae ſupponatur, directam rationem diſtantiae a medio prismatis puncto ſequi aſſereret. Quarum legum cum examen exactius noſtram de magnete cognitionem non poſſit non plurimum illuſtrare, Cel. huius diſſertationis Auctor earum cum veritate conſenſum repetitis experimentis explorare conſtituit; quae vna cum conſectariis inde deductis in praeſenti diſſertatione ordine et ſolide explicantur. Ac primo quidem quod ad ſitum centri magnetici attinet, ſeu illius loci, qui partem boreali magnetismo praeditam ab altera auſtrali magnetismi ſeparat et tranſitum quaſi illius ad hanc conſtituit; valde lubricam hanc eſſe inueſtigationem facile patet, cum iſte tranſitus non ſubito, ſed legi continuitatis, quam natura, ſaltui inimica, conſtanter ſeruat, conformiter fiat. Ex multis tamen experimentis ea methodo, quam Cel. Auctor hic exponit, inſtitutis abunde apparuit, ſuperficiem, qua vtraque magnetismi ſpecies diſcernitur, irregulariter curuam eſſe poſſe, neque vnquam fere prismatis longitudinem biſariam ſecare, ita, vt *Mayeri* regula, qui id centrum cum centro longitudinis idem ſtatuit, vix vnquam locum habeat,

beat, niſi in parallelepipedis chalybeis, quae per methodum duplicis contactus vi magnetica imbuuntur et communiter magnetum artificialium nomine veniunt.

Ad alteram de diſtributione vis magneticae per magnetem cuiuscunque figurae quaeſtionem primo notamus, eam ad ſolas virgas parallelepipedas duplici contactu magnetificatas pertinere, cum in reliquis magnetibus, naturalibus ſeu artificialibus, vis iſta vel irregulariter ſit diffuſa vel adeo ab artificis quodammodo arbitrio pendeat. Cum igitur eiusmodi virgae, ſi magnetificantur, eo maiorem polorum alterno ordine ſe excipientium numerum adipiſcuntur, quo ſunt longiores; facile intelligitur, totidem quoque in iis centra magnetica dari, in quibus omnibus, magnetismi nimirum expertibus, cum adplicatae ſcalae intenſitatum euaneſcere debeant, eam ſcalam curuam altioris ordinis eſſe liquet, neque vero rectam, vt *Mayerus* ſtatuit, niſi forte in virgis modice longis, quae ſolae eo reduci poſſunt, vt plures, quam binos polos, non nanciſcantur; quamuis et hoc in caſu fatendum ſit, conſtantiae naturae parum conuenienter ſtatui, ſcalam intenſitatum, quae in virgis longioribus eſt curua ordinis altioris, ſubito, imminuta virgae longitudine, in rectam abire. Longe autem magis ardua de functione attractionum et repulſionum magneticarum quaeſtio eſt; ac *Mayerianam* quidem hypotheſin quod attinet, eam non multis ſolum dubiis eſſe ob-

noxiam, Cel. Auctor experimentis comprobat, ſed varia quoque contra experimentorum rationes a Cel. *Mayero* pro ſtabilienda hac hypotheſi inſtitutorum ſolide monenda inuenit. Olim quidem ipſe in euoluenda theoria electricitatis et magnetismi occupatus in ſuſpicionem incidit, electricas actiones eam ſequi legem, vt in diſtantiarum ratione inuerſa decreſcant, vnde coniecturam aliquam deduxit, an forte magneticarum actionum eadem lex ſit, quae electricarum; nunquam tamen ex experimentis certi aliquid colligere licuit. Subtiliſſima ergo haec inveſtigatio tantum abeſt vt pro confecta ſit habenda, vt potius ſummam phyſicorum attentionem et circumſpectionem exigat, cum per tiſſimos naturae ſcrutatores vel in dubio reliquerit vel falſa adeo veritatis ſpecie deluſerit.

IV.

Deſcriptio noui phaenomeni electrici detecti in Chryſolitho ſiue Smaragdo Braſilienſi.

Auctore F. V. T. Aepino p. 351.

Quanquam poſt publicatas a Cel. Auctore mirabiles *Tourmalini* proprietates variae variorum colorum gemmae *Topazio* analogae a Viro magnis in

in phyloſ. natural. meritis conſpicuo, *Wilſono*, ſunt detectae, quae in experimentis electricis *Tourmalino* prorſus ſimiles ſunt deprehenſae; earum tamen fere omnes etiam in reliquis proprietatibus tam cum *Tourmalino* conueniunt, vt eiusdem ſpeciei varietates potius, quam diuerſum quoddam lapidum genus conſtituere videantur. Vnus eſt Chryſolithus Americanus, a *Wilſono* in lucem productus, qui praeter electricas proprietates in omnibus a *Tourmalino* penitus diſcrepat, ita, vt eae lapidi huic Ceylonienſi non iam propriae ſint cenſendae. Huius igitur memoratu digni lapidis in praeſenti diſſertatione traditur deſcriptio vna cum experimentis, quae Cel. Auctor circa eum inſtituit, quibus miranda ſane in chryſtalli huius et magnetum indole ſimilitudo illuſtri ſpecimine fuit comprobata.

V.

De vitro foſſili naturali ſiue de Achate Islandico.

Auct. I. G. Lehmanno pag. 356.

A ſimilitudine, quam inter artefactum vitrum et Islandicum Achatem intercedere chymica experimenta beat. *Lehmannum* docuerunt, nouum huic lapidi, *foſſilis* ſcl. *vitri* nomen facere non dubitauit. Affinitatis illius vincula, praecipue in natura et in-

 dole

dole lapidis quaerenda ſunt, aliqua tamen momenta addit quoque ipſius origo, nec contraria denique eſt nouo nomini, externa lapidis facies. Ex hac enim, ſi fida ſit *Obſidiani lapidis* a PLINIO data deſcriptio, facile cum Auctore noſtro concludimus, non modo Islandico huic, aethiopicum illum lapidem plane eſſe ſimilem, ſed et nouam denominationem ex antiquitate hauſtam et *Plinii* auctoritate eſſe probatam, qui nempe productum illud foſſile, iam olim vitris annumerauerat. Origo lapidis, propiorem paulo eius nexum cum vitro indicat: patet nimirum ex *Horrebowii* aliorumque peregrinatorum indubitatis teſtimoniis, igniuomum olim fuiſſe montem, qui hodie lapidis noſtri locus natalis eſt et in cuius ſuperficie magna copia reperiri ſolet; nonne itaque licet ex hoc concludere, originem eius, actioni et vehementiae ſubterranei ignis eſſe adſcribendam? nonne omnes, aliorum quoque igniuomorum montium Lauae, vitreae ſunt naturae? nonne ergo hic lapis verum vitrum a natura, vulcani vehementer aeſtuantis ope productum? omnino id ex dictis veroſimillimum eſſe videtur, maxime vbi ſimul ponderauerimus, quae de natura lapidis, nunc breuibus recenſenda experimenta docebunt. Calcinatione leni nullo modo mutabatur, nec de pondere ſuo amiſit quidquam, fortiori autem, ſponte in fluorem abiit. Menſtruorum fluidorum, acidorum aeque ac alcalinorum actionem, immutatus pariter ſuſtinuit; vnde eum natura ſua, propius ab aliis vitris tinctis, quam

quam, a reliquis lapidibus vitreſcibilibus abeſſe apparet, quod quidem illa quoque plane nihil, hi vero vel aliquid partium ſuarum metallicarum, vel et plurimas, in concentratiſſimis acidis deponere iisque priuari ſoleant. Fuſiones denique inſtitutae variae: per ſe fuſus lapis, abiit in fluorem ſpongioſum et poroſum, ſed vt priſtino colore, ſic quoque priore ſua duritie ita donatum, vt non minus quam antea, chalybe percuſſus, ſcintillas daret: ſimile etiam vitrum, lapis cum puluere carbonum commiſtus largiebatur; cum ſale tartari vero igni ſuſorio expoſitus, vitrum dedit elegans ſubuiride; cum borace cocta, vitrum diaphanum nigrum; cum Minio, vitrum obſcure hyacinthinum; denique cum viridi aeris, in vitrum mutabatur obſcure plumbeum. Ex hiſce fuſionibus duas potiſſimum ſequelas deduxit beat. Auctor, quarum altera docet: partes metallicas easque martiales huic lapidi ineſſe, quippe ſine quibus, nulla hoc modo tincta vitra oriri potuiſſent; altera vero eo redit, non lapidibus, ſed veris vitris annumerandum eſſe hocce productum foſſile, quod ſponte quaſi, nempe ſine aliis additamentis, idque moderato ſatis igne, in vitreum fluorem abierit, euentu ſane de aliis vitris artefactis denuo fuſis notiſſimo eisque communi, ſed quem teſte experientia, nunquam a lapidibus cornuis vulgaribus, neque a Quarzis, multo minus a gemmis expectare licet. Ne vero lapidis cum chalybe ſcintillas excitandi facultas, cuiquam ſcrupulum moueat, monet

poſt haec Auctor; duriora vitra, ea ſcil. quae absque calcibus ſaturninis, ex mera terra ſilicea et ex paucis partibus ſalino alcalinis fixis parata ſunt, idem plane exhibere phaenomenon; ſtringit hoc modo vinculum inter foſſile vitrum et hanc factitii vitri ſpeciem et denique ſub finem diſſertationis ſuam adhuc, de materia, ex qua illud olim fuerit conflatum, ſententiam addit; eo illa redit: amethyſtinos et asbeſtinos lapides heic praeprimis in cenſum venire, id enim lapidum genus, fortiſſimo ignis gradu fuſum, prae reliquis in huiusmodi vitrum mutari atque huius rei luculentum haberi teſtimonium in ſcoriis illis probe vitrificatis, quae variis locis, vbi minerae metallicae ex matricibus asbeſtinis vel amyanthinis excoquuntur, e fuſoriis furnis effluere ſolent.

VI.

De Cupro et Orichalco magnetico.

Auctore I. G. Lehmanno p. 368.

Cum magnetica quarundam orichalci ſpecierum virtus, non ſua tantum nouitate, ſed et ſua quoque vtilitate, mechanicis praeſertim artibus ſeſe commendare queat, dignam illam indicauit, beat. Auctor, vt et in eius inquireret originem, et varias eius exploraret ac per experimenta definiret gradus.

gradus. Hoc itaque ſcopo, quum ſtatim viderit, cauſam iſtius phaenomeni non in modo componendi orichalcum, quippe qui omnibus ſpeciebus fere idem, nec in cupro puro, quod pariter eiusdem ſemper ſit naturae, ſed maxime in diuerſa zinci indole eſſe quaerendam, varias huius ſemimetalli ſpecies, lapides ſcil. calaminares varii generis, cadmias fornacum, et diuerſas Pſeudogalenas, primo loco examini chymico ſubiecit. Docuerunt haec tentamina; varias ex iſtis mineris martialis eſſe indolis, alias contra, nullis ferri particulis inquinatas eſſe; docuerunt, calaminares lapides, quo maiorem a calcinatione contraxerint ruborem, eo magis quoque eos eſſe martiales; porro, quo fortius et diutius lapides iſti calaminares, cum vel absque phlogiſto fuerint calcinati, eo maiorem eos acquirere magnetismum, praeterea, mineras et cadmias zinci plurima ex parte vel ferro deſtitutas, vel parum tantum eius continentes, aut nullum plane, aut debiliſſimum ſaltem monſtrare magnetismum; vltimo denique, extingui iſtam magneticam vim minerarum zincinarum, vbi eo vsque proceſſerit calcinatio, vt in vitrum abierint. His ita peractis atque cognita cuiusuis iſtarum zinci ſpecierum indole, ſecundo loco, variae earundem miſcelae cum cupro, anatica plerumque quantitate inſtitutae, additoque vt fieri ſolet carbonum puluere, variae exinde orichalci ſpecies productae fuerunt. Non licet heic, ſingulae compoſitionis, magneticas proprietates vel

earum-

earundem inertiam recenſere, aut per ſingula ire experimenta, ſequelas tantum ex eis deductas, breviter indicaſſe ſufficiat: nimirum 1°. orichalcum ex cupro et zinco, puriſſimis, elaboratum, nullum erga magnetem monſtrare obſequium, neque hinc in acum magneticam vllo agere modo; 2°. quo magis vero minerae zincinae partibus abundant martialibus, eo maiorem et fortiorem naſci in Orichalco magnetismum; hinc quoque a partibus illis martialibus lapidi calaminari, cadmiis fornacum et Pſeudogalenis admixtis et in praeparatione orichalci per phlogiſton reductis, vnice pendere originem et cauſam magnetismi diuerſarum orichalci ſpecierum. Explicata ſic, et ab omni dubio liberata phaenomeni iſtius cauſa, vltimo denique loco, agitur de quantitate ferri, ad producendum in cupro magnetismum ſufficiente. Vario itaque pondere inter ſe miſcebantur iſta metalla et varia quoque inde cupro magnetica acceſſit virtus: minima, ſi ratio ferri ad cuprum fuerit vti 1 : 32, maior gradatim, prout iſtius augebatur quantitas, maxima denique in vtriusque metalli aequipondio conſtitit. Intermedios gradus, exhibet tabula ad calcem diſſertationis adiecta, ex qua inſuper omnium hunc in finem inſtitutorum tentaminum ratio vno intuitu cognoſci poteſt.

VII.

VII.
Specimen Oryctographiae Stara-Ruſſienſis et Lacus Ilmen.

Auctore I. G. Lehmanno pag. 391.

Vltima haec, quam proponimus, b. Auctoris diſſertatio, itineris quod Stara-Ruſſam, ex mandato AVGVSTISSIMAE ſuſcepit, relationem, variasque hac occaſione inſtitutas obſeruationes, praeſertim oryctologicas exhibet. Huc pertinent ſtrata illa horizontalia ſchiſti albi calcarei, quae prope pagum Tſchedowam b. Auctor obſeruauit, porro minera martialis lacuſtris, quae ibidem in fluuii cognominis fundo reperta eſt, et crebra denique veſtigia lapidis calcarei, quae vbique circa Nouogrodum occurrebant. Pariter huc referendi ſunt calcarei lapides, ex quibus Nouogrodenſis caſtelli moenia exſtructa ſunt, vario conchyliorum petrefactorum genere, Pectunculis nempe, Mytulis, Strombis etc. refertiſſimi, quorum non circa iſtam vrbem, ſed ad littora Ilmenſis lacus, natalem locum eſſe b. Auctor oſtendit. Accedunt quoque porro, ſtrata ſchiſti calcarei albi, reperti prope pagum Vgla dictum, et ſcaturigo aquae ſalſae ibidem in campis obuia. Maxime vero Salinae ipſae Stara-Ruſſienſes eo ſpectant, vtpote praecipua et notatu digniſſima pars mineralium iſtius regionis. Hinc quoque omni cura eas inue-

inueſtigauit b. Auctor, quae ad hiſtoriam earundem faciunt allegauit; ſcaturiginum ſitum, numerum conditionem explicauit; denique aquarum ipſarum indolem ita expoſuit, vt appareat, illas praeter ſalem communem, ſal quoddam medium, mirabili ſali analogum, ſed impurum, continere. His ſactis, ad reliquorum foſſilium agri Stara-Ruſſienſis, fluminum Poliſſae ac Lowat, et denique lacus Ilmenſis inueſtigationem ſe ſe contulit. Merentur ex illis heic annotari ſequentia, et quidem 1°. Terra nigra, pinguis vbique circa locum ſalſum oppidi Stara-Ruſſae reperiunda; penetrantiſſimum illa ſpirat hepatis ſulphuris odorem et hinc confirmare videtur opinionem: inueniri ſcl. nullam ſalis natiui fodinam aut muriae ſcaturiginem, quae non veſtigia ſulphuris et acidi vitriolici exhibeat. 2°. Terra martialis ochracea, et alia pinguis nigra, ad ripas fluuiorum Poliſſae et Lowat, in ſtratis ſub humo vegetabili latentes, quarum prior, parum ferro diues, altera vero mere argilloſa eſt. 3°. Lapis calcareus, ad ſuperiorem partem Poliſſae fluuii repertus, ideo praeſertim notabilis, quod conchyliis teſta ſua naturali ex parte adhuc donatis, totus refertus ſit; in ſtratis ille occurrit horizontalibus, quae intertexta ſunt vbique aliis ſtratis argilloſis varii coloris et praeter micam albam, vera quoque terra calcarea remixtis. 4°. Denique ſchiſti rubri ſtrata, Calcarei-petrificatis condecorati et martiales lapides in omni littore Ilmenſis lacus obuii, qui horum foſſilium agmen claudunt.

dunt. De veritate concluſionis, quam ex ingenti, hiſce in regionibus, petrificatorum copia et ex praeſentia modo dicti ſchiſti rubri, in fine huius diſſertationis deduxit b. Auctor, nemo facile dubitabit, nempe omnes iſtas regiones, Nouogrodienſem principatum, Eſtoniam, Ingriamque olim fuiſſe inundatas et aquis marinis ſubmerſas.

VIII.

De Formatione Inteſtinorum Obſervationes in ouis incubatis inſtitutae.

Auctore C. F. Wolff. pag. 403.

Oua incubata fontem nobis ſuppeditare, vnde multa praeclara et vtiliſſima, tam generatim ad vniuerſam phyſiologiam, quam in ſpecie ad theoriam generationis ſpectantia dogmata hauriri poſſent, vna cum *Haruaeo*, *Malpighio*, *Hallero*, ſummis in obſeruanda natura viris, Auctor merito credidit; ideoque a quouis phyſiologo nunquam ſatis ſcrutari poſſe has animantium volatilium officinas, recte perſuaſus eſt.

Nunc iam ſeriem obſeruationum, inde petitarum offert, quarum primarius finis eſt, vt, quomodo inteſtina in corpore animali formentur, inde

 elu-

eluceſcat, ſimulque adeo exemplum exſtet alicuius partis, manifeſto formatae, quo ſua de generatione theoria magis corroboretur, et amplificetur; deinde vt variae in ouis incubatis partes, quae aut nondum obſeruatae, aut tamen non ſatis, quid vere ſint, et cuinam vſui inſeruiant; cognitae ſunt atque perſpectae, innoteſcant. Ad illas praecipue ſingulare embryonis inuolucrum pertinet, quod, dum magnam cum amnio ſimilitudinem habet, eidemque exterius circumducitur, amnium ſpurium Auctor vocauit. Ad haſce areola pellucida ſpectat, peculiare interſtitium inter vtramque areae vaſculoſae membranam, in quo embryo continetur, et quod primo tempore vnicum eius habitaculum eſt. Die incubationis ſecundo finito intra hoc interſtitium amnium ſpurium formari incipit, et quando hoc nouum embryonis habitaculum perfectum eſt, areola pellucida euaneſcit. Simili modo intra amnium ſpurium amnium verum oritur, quo plane perfecto et confirmato, ipſum quoque amnium ſpurium adeo reſoluitur, vt nullum eius veſtigium remaneat, quod poſt diem ſextum incubationis fieri ſolet.

Cum ipſa haec embryonis inuolucra, inprimis amnium ſpurium eiusque in ſpecie partes interiores, quae intra embryonem continuantur, formandis inteſtinis anſam praebeant; horumque igitur modus formationis haud intelligi queat, niſi prius natura et fabrica inuolucrorum perſpecta habeatur; idcirco neceſſe fuit, vt deſcriptio harum partium

et

et quae ad eas pertinent, explicationi formationis inteſtinorum praemittatur. Poſtquam igitur de differentia inter formationem partium, quae animalibus prae plantis propriae ſunt, veluti inteſtina ſunt, et earum partium formationem, quae vtrisque communes ſunt, nonnulla generatim praefatus eſt Auctor; aream vaſculoſam, imprimis eius conſtructionem et diſtributionem vaſorum in ea deſcribere incipit. Inde areolam pellucidam, quae interior areae vaſculoſae pars eſt, eius phaenomena, figuram, mutationes, veramque conſtructionem et vſum explicat. Denique amnium ſpurium exponit ſecundum figuram, varias, quibus componitur, partes et conſtructionem.

Haec conſtituunt partem theoriae formationis inteſtinorum primam. In parte ſecunda ad interiores illas amnii ſpurii partes tranſit, quae intra embryonem producuntur, et quae ipſa iam inteſtinorum primordia ſunt. In regione amnii ſpurii, quae regioni embryonis cardiacae reſpondet, fouea eſt, valde exigua, a membranae amnii ſpurii parte, intra embryonem producta, formata. Foueola eſt orificium ſpeluncae, quae ſurſum in embryone continuatur. Haec ſpelunca microſcopica ventriculum refert, adeo, vt eius cauitas ventriculi ſit cauitas; membranae pars, qua ſpelunca formatur, ipſa membrana ventriculi ſit, et ventriculus igitur ſub primo hoc ſuo initio anterius apertus exiſtat. A fouea illa cardiaca deorſum rima continuatur, ante

ſpinam dorſalem poſita, eique parallela, ſimili modo a membranae amnii ſpurii media parte, quae vtrinque ad ſpinam dorſalem ſe applicat, formata. Haec rima tubum inteſtinorum refert, qui primo tempore rectilineus eſt, et nonniſi ſucceſſiue, dum creſcit, longitudinemque abdominis ſuperare incipit, curuaturus et conuolutiones illas producit. Rimae cauitas eſt cauitas inteſtini, et membranae pars, qua rima formatur, eſt inteſtini membrana villoſa, adeo, vt inteſtinum aeque ac ventriculus anterius apertum ſit, et plane ſingulari ac miro ſpectaculo in exteriori embryonis inuolucro, in amnio ſpurio nempe, cauitas inteſtini appareat. Denique rima ad finem inferiorem terminatur foueola, quae ſuperiori foueae ſimilis eſt, atque eodem prorſus modo, quo illa ventriculum, inteſtinum rectum exhibet. Haec phaenomena ſingula, quae tertio ſcilicet incubationis die finito in ouis apparent, Auctor vberius deſcribit, et deinde eorum aeque ac amnii ſpurii, in quo illa apparent, ipſius prima initia, mutationesque, quos ad diem tertium vsque ſubeunt, repetit. Denique illas mutationes eorum ſubiungit, quae a die tertio contingunt, donec vel prorſus euaneſcunt, vel in alia phaenomena tranſeunt.

Supereſt, vt haec inteſtinorum primordia, quae hactenus exterius tantum in integro amnio ſpurio conſiderata ſunt, interius quoque in amnio ſpurio aperto et in eorum ſuperficie poſteriori conſide-

ſiderentur, quo, quod vera inteſtinorum primordia ſint, euidentius appareat; atque hoc in tertia theoriae parte Auctor ſe praeſtiturum eſſe promittit.

IX.

Deſcriptiones et obſeruationes botanicae.

Auctore S. G. Gmelin pag. 508.

Nouas aliquas, aliquas vero iam cognitas, ſed vlterioribus obſeruationibus illuſtratas plantas, Cl. Auctor in hac diſſertatione proponit. Prioribus annumeranda, primo venit planta aegyptiaca, Scandix *infeſta* Cl. Auctori dicta. Ex eius deſcriptione diſcimus, illam a reliquis huius generis ſpeciebus, in eo maxime differre, quod vmbellarum ſemina exteriora hirſutiſſima, intima autem glabra ſint, caeterum vero, propter eorundem ſeminum figuram, hanc magis quam vllam aliam ad Scandicem Anthriſcum accedere, licet non leue in foliis et in diſpoſitione vmbellarum, inter vtramque diſcrimen ſit. Altera nouarum plantarum, Buniadis ſpecies eſt, cui a patria ſua, *aegyptiacae* nomen fecit noſter: externo equidem habitu haud multum a Buniade orientali diſtare videtur, verum pro noua ſpecie habendam eſſe, non tantum foliorum diuerſa non-

nonnihil figura, ſed praeſertim ſiliculae ſtructura ſuadet, quae in *orientali* tantum verrucoſa, in *aegyptiaca* vero mollibus ſpinis euidentius muricata eſt. Has ſequitur Piperis *longi arborei* ſpecies, inter ſiccas plantas ditiſſimi Academiae theſauri herbarii reperta et ab Ill. SLOANEO iam olim, ſed minus accurate delineata; huius itaque et nouam Cl. Auctor concinnauit deſcriptionem et nouam quoque fieri curauit iconem, vt rite hoc modo determinata, reliquis ſpeciebus Piperis addi, inſerique posſit. Triumfettae genus, poſt haec, Cl. Auctor examini ſubiicit atque in plures ſpecies, quam ab Ill. von LINNE factum, diſtinguendum eſſe cenſet; hinc, quae ſub Triumf. *Bartramiae* ſignis apud Ill. LINNAEVM hucusque militauit Agrimonia maderaſpatana PETIV. Gaz. t. 32. f. 10. in nouam ſpeciem mutat et Triumfettae *ſpicatae* nomine proponit; *rhomboidalem* et *ſemitrilobam* praeeunte JACQVINIO a Triumfetta *Lappula* ſeparat, denique *laciniatam* dicit Triumfettam, quae RVMPHII Lappago amboinica eſt, et ab Ill. von LINNE pariter pro varietate Triumf. *Lappulae* habetur. Ex cryptogamiis plantis, ad quas cum Auctore progredimur, primo occurrit Aſplenium iamaicenſe PLVKNETII Phytogr. t. 53. f. 1. cuius mentio, cum nec a BRAWNIO, nec a JACQVINIO, nec denique ab Ill. von LINNE facta ſit, non ſuperuacaneum fore duxit noſter, accuratam eius exarare deſcriptionem, ex qua haec planta ab aliis Adianti ſpeciebus, praeſertim

ſertim ab Adianto criſtato SLOANEI, cui multum analoga eſt, diſtingui poſſit; hac itaque data; duas Osmundae ſpecies proponit Cl. Auctor, perperam, vt ipſi videtur, pro Lunariae vulgaris varietatibus ab aliis habitas, mauult ergo hac in re ſequi BREYNIVM, qui illas quoque a *communi* diſtinxit, atque alteram Lunariam *racemoſam minorem*, alteram vero *racemoſam multifido folio* dixit; priori Auctor Osmundae *lanceolatae* et poſteriori Osmundae *multifidae* nomen fecit. Denique ex eadem plantarum triba, duas quoque Pteridis ſpecies addit, a beat. STELLERO olim ex Sibiria miſſas, hinc quoque alteri nomen Pteridis *Stelleri*, quae Filiculae montanae, folio vario TOVRN. ſimilis, alteri autem Pteridis *argenteae*, datum eſt, atque hanc poſteriorem cum Hemionitide profunde laciniata et ad oras puluerulenta conuenire Cl. Auctor aſſerit. Claudit denique agmen Liquidambar *aſpleniifolium*, cuius notabilis varietatis exemplum in fine diſſertationis deſcriptum exhibetur.

X.

De Proprietatibus plantarum ex charactere botanico cognoſcendis.

Auctore S. G. Gmelin pag. 522.

Scopus eſt Cl. Auctoris, in hac diſſertatione exemplis probare, euidentes illos characteres quos

natura plurimis plantis impreſſit, et ex quibus ſpecies, genera, familias, claſſes denique earum primo ſaepe intuitu cognoſcimus, non ſoli tantum botanico vſui eſſe dicatos, ſed ex iis, vtiliſſimam quoque proprietatum plantarum cognitionem hauriri atque deduci poſſe.

Antequam ad probationem huius aſſertionis accedat Cl. Auctor, monet primo, non de *artificialibus* plantarum characteribus, quippe ad hunc ſcopum parum aut nihil facientibus, hic eſſe ſermonem, ſed de *naturalibus*, qui in complexu partium omnium ad plantas ſpectantium conſiſtunt; ſecundo, quasdam virtutes, determinatae cuidam plantarum familiae eſſe *proprias*, quasdam vero et aliis *communes*. His praemiſſis, ipſa proponit exempla demonſtrationi inſeruientia. Deſumta illa ſunt a familiis quibusdam naturalibus plantarum, quibus ſingulis breuem virtutum medicatarum, nam de aliis alio tempore aget, explicationem Cl. Auctor addit. Ab Algis facit initium, ſpeciatim a *Byſſis*, *Conſeruis* et *Fucis*, quibus omnino adeo euidentes a natura impreſſas eſſe notas patet, vt ab omnibus facile agnoſcantur; his quoque omnibus adſcribit noſter, vim ſaponaceam et deobſtruentem, in aliis magis euidentem, in aliis minus, at confirmatam et probatam, per chymicam analyſin atque per experimenta cum Fuco *ſargaſſo*, Quercu *marina*, et Lactuca *marina*, inſtituta. Poſt has, *Lichenes* citat, atque vti omnibus eadem fere facies eademque ſtru-

ctura

ctura eſt, ſic quoque omnibus materiem quandam acrem, ſalino-reſinoſam, fixam, cum phlogiſto ita intime coniunctam, ineſſe docet vt vis emergat incedens, calida, irritans, ſtimulans Sequuntur *Muſci*; auſteros omnes eſſe, acidum terrae iunctum in ſe fouere atque hinc adſtringendi vim ipſis competere aſſerit. *Filices* quarto loco in ſcenam prouocat, omnibus idem character botanicus, ſic quoque omnibus, virtutem roborantem, incidentem, aperitiuam, adſcribit noſter, natam ex gummoſis partibus, cum reſinoſis mixtis, quibus terra et martiales atomi per magnetem extrahendae, pro baſi inſeruiant. Ad *Gramina* porro procedit: ac ſeminum illorum, notiſſimam, farinaceam, mucilaginoſo-oleoſam et nutrientem, foliorum et radicum vero ſaponaceam, aperitiuam demulcentem virtutem confirmat. *Leguminoſas* graminibus proximas facit, propter ſeminum pariter nutrientem facultatem, abſtergentem vero, reſoluentem et diureticam, radicibus, foliis et floribus earundem adſcribit. *Liliis* vim aperitivam varie modificatam tribuit. *Scitamina*, aethereo oleo ſtipata, omnia aromatica eſſe concludit. *Vmbelliferas* omnes calidas atque ſudoriferas praedicat. *Compoſitas*, ſalutares, aperientes, reſoluentes laudat, et ſpeciatim *Radiatas*, blandiſſime, *Capitatas*, intenſius, *Corymboſas* vero, propter innatum calidum vehementiſſime agere aſſerit. *Cucurbitaceis*, ſecundum Cl. Auctorem, mucilago et periculoſa frigiditas ineſt; *Orchidibus* contra, calor, et cum nutrien-

te, aphrodiſiaca quoque virtus. *Maluae* omnes, emollientes ſunt *Solana*, veneno narcotico ſcatent, atque his *Aſclepiadeae*, propter eandem qualitatem ſimiles ſunt cenſendae. In *Oleraceis* digeſtiuam, emollientem et temperantem facultatem, quotidianus earundam probat vſus, ad quas etiam *Aſperifoliae* accedunt, niſi quod ſint magis mucilaginoſae. *Gentianas* porro laudat, propter virtutem tonicam et aromaticam; *Anagallides* propter analepticam, reficientem, et excitantem; *Ringentes verticillatas*, propter aromaticam et reſtaurantem. Perſonatis tribuit reſoluentem, abſtergentem, diureticam atque tonicam; denique *Naſturcinis*, quas vltimo loco proponit notiſſimam illam et omnibus huius familiae plantis competentem facultatem antiſcorbuticam. Exceptiones nonnullas, a variis partium plantas conſtituentium modificationibus proficiſcentes ipſe Cl. Auctor, ſuis locis indicauit, hinc miſſis aliis, properabimus ad concluſionem quam ipſe quoque ex antecedentibus deduxit, et quae eo redit: innuere ſcilicet botanicam faciem, qualis oblatae plantae competat virtus generaliter, reliqua vero ex vſu atque experientia eſſe diſcenda.

XI.

XI.

De Glacie Mariae Ruthenica.

Auctore S. G. Gmelin pag. 549

Exhibet Cl. Auctor in hac diſſertatione, hiſtoriam vtiliſſimi producti foſſilis, Glaciei ſcl. Mariae ruthenicae, ex obſeruationibus et relationibus itinerariis beat. GMELINI atque STELLERI excerptam. Primo, de natali eius loco refert noſter, illam et copioſe ſatis et optimae notae, in ea Sibiriae regione reperiri, quae ad Witimum fluuium ſita eſt, infra hunc vero, illam prorſus exſpirare, vt neque ad Oceanum ſeptentrionalem vsque, neque abhinc orientem verſus, vllum eius appareat veſtigium. Varia deinde, quae Glaciei huic data fuerunt nomina recenſet; genus foſſilium, ad quod referenda ſit, docet, et modum denique in illam inquirendi eamque effodiendi, ruthenis Glaciei M. foſſoribus vſitatum, dilucide exponit. His deinceps addit Cl. Auctor, varias obſeruationes ad cognoſcendum creſcendi modum huius Micae ſpectantes, et ex quibus diſcimus, rupes ingentes, vmbroſas et irriguas eſſe, in quibus creſcere ſoleat; verſus omnes plagas illam quidem occurrere, ſed quae ſeptentrioni obuerſa ſit, gignere meliorem copioſioremque, in meridionali autem plerumque reperiri rubiginoſam et viliorem; non in venis illam creſcere, ſed

 haberi

haberi in nidis ſparſis, quibus euacuatis nulla amplius ſuccreſcat; ſignum proximum inueniendi Glaciem iſtam, materiam quandam eſſe inter micam et talcum mediam, friabilem, *Barga* a foſſoribus dictam, hac enim remota, Glaciei ſtrata in conſpectum venire, atque his ablatis, iterum *Bargam* ſequi, ſub qua denuo alia Micae ſtrata ſint; ſitum ſtratorum varium eſſe, nunc perpendicularem, nunc varie ad horizontem inclinatum; denique in vertice montium illam rariſſime reperiri, ſed copioſam et optimam aut in medio, aut circa radices rupium creſcere. His expoſitis diuerſas ſpecies atque varietates Glaciei, varia nempe pelluciditate, magnitudine et colore differentis, Cl. Auctor recenſet et dari pellucidiſſimam, albam, viridem, nigram, rubiginoſam, maculatam, ſtriatam, dari denique attactu in fruſta acuta collabentem, refert: addit quoque remedium vetuſtam et rubiginoſam purificandi, ac vltimo loco ſuam de geneſi huius Micae explicat ſententiam: conſiſtere nimirum materiam illius proximam in ſubſtantia terrea, a gypſea non multum abludente, atque hanc ab humiditate ſubterranea ita emolliri, ſolui et elutriri cenſet, vt leuiores deinde partes cum portione ſua acido ſalina, cremoris inſtar, ſurſum emergant atque hac ratione ſucceſſiue et poſt longum tempus in laminas illas concreſcant, glaciemque conſtituant.

XII.

Deſcriptio Tubulariae Fungoſae prope Wolodimerum menſe Iulio 1763. obſeruatae.

Auctore P. S. Pallas pag. 565.

Noua eſt Tubulariae ſpecies, quam Cl. Auctor in hac diſſertatione proponit, eſtque illa eo magis notatu digna, quod omnia reliqua aquarum dulcium hucusque cognita Zoophyta, ſua mole, ſuaque conſiſtentia ita ſuperet, vt marini potius producti, quam mediterranei fluminis incolae prae ſe ferat ſpeciem. Deſcriptio, quam Cl. Auctor de illa dedit ita perſpicua, concinna et omnibus numeris abſoluta eſt, vt omnio labore, eam heic explicandi vel in compendium redigendi ſuperſedere queamus, id ergo vnicum ex obſeruationibus Cl. Auctoris heic addidiſſe ſufficiat: intercedere quidem affinitatem quandam inter nouam hanc atque illam Tubulariam, quam in Elencho ſuo *gelatinoſam* aut *coralloideam* dixit, ſed priorem, ab hac, in eo maxime differre, quod in maius volumen excreſcere ſoleat, quod multo ſit ſolidior, et denique quod nunquam reptantibus tubulis, ſed ſemper in glomeres collecta, fungoidea cruſta conchylia obuoluentes, ſit reperta.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

I.

Animaduerſiones in ſupplementum Cel. *Pingre* ad diſſertationem eius de Parallaxi Solis.

Auctore Steph. Rumovski pag. 575.

Anſam huic lucubrationi praebuit ſupplementum Cel. *Pingre* ad diſſertationem de parallaxi Solis Vol. LIV. Transactionum Societatis Londinenſis inſertum. Ibi cum Cl. Auctor videret Cel. *Pingre*, poſita longitudine vrbis Selenginsk $6^h. 57'. 50''$, ex combinatione obſeruationum Selenginski et in Inſula Rodrigues ſuper Venere habitarum parallaxin Solis elicere $10'', 1$, conſtituit penitius inquirere, vtrum aſſumta a Cel. *Pingre* Longitudo vrbis Selenginsk cum obſeruationibus ibi habitis conſiſtere poſſit? Idcirco breuibus commemorat; ex obſeruationibus Satellitum Iouis, vnica excepta, nec non ex occultatione Φ Sagittarii a Luna, eandem fere ſe inuenire Longitudiuem vrbis Selenginsk, ac Cel. *Pingre* reperit.

Praecipuum autem argumentum aſſumtae a Cel. *Pingre* Longitudinis in eo poſitum eſt, quod in computo Longitudinis ex obſeruatione Eclipſeos Solis Selen-

Selenginſki habita ſtatuerit errores Tabularum Lunarium *Maieri* in Longitudinem $-30''$, 9 et in Latitudinem $+3''$, quantos ex obſeruatione quarundam phaſium eiusdem deliquii Caiaeburgi obſeruati deduxerat. At cum in eruendo Tabularum errore aſſumta a Cel. *Pingre* differentia meridianorum Pariſienſis et Caiaeburgenſis $1^h.41'.5''$ a vera $29''$ et amplius deficiat, indagat Cl. Auctor, quantus error Tabulis Lunaribus tribuendus ſit, ſi in computo ſi non vera, aſt certe vero propior, Longitudo Caiaeburgi $1^h.41'.44''$ adhibeatur. Calculo peracto ex combinatione earundem phaſium cum fine Eclipſeos errorem Tabularum in Longitudinem $-39''$ et in Latitudinem $+14''$, quibus adhibitis Longitudinem Selenginsk inuenit $6^h.57'.35''$.

Combinatio diuerſarum phaſium cum fine Eclipſeos Caiaeburgi obſeruato diuerſos praebet Tabularum errores: Cel. *Pingre* videntur praeferendae combinationes binarum vltimarum; Cl. vero Auctori combinatio ſecundae phaſeos cum fine deliquii, quippe quae errorem tabularum Lunarium in Longitudinem dat $-43''$, 6 et in Latitudinem $+26''$, 1 medium inter omnes reliquas combinationes; vnde longitudo vrbis Selenginsk reſultat $6^h.57'.15''$. Hinc concludit differentiam meridianorum Selenginskenſis et Pariſienſis a Cel. *Pingre* non recte eſſe ſtabilitam, et obſeruationem Veneris Selenginſki inſtitutam collatam cum obſeruatione in

inſula Rodrigues habita nullatenus parallaxin Solis 10'',1 praebere poſſe.

II.

Obſeruationes non nullae in obſeruatorio Imperiali Petropoli habitae.

Auctore Steph. Rumovski pag. 587.

Hic primum comparet obſeruatio ſolſtitii aeſtiui anno 1763. habita; vbi recenſentur cautelae quae in obſeruatione peragenda adhibitae ſunt. Altitudo Solis ſolſtialis media ex quatuor obſeruationibus fluit 53°.31'.56'', et altitudo Poli obſeruatorii Petropolitani 59. 56. 22, 8 poſita obliquitate Eclipticae 23°.28'.19''.

Dein occurrunt obſeruationes Satellitum Iouis Anno 1766 habitae, occultationis non nullarum ſtellarum e Pleyadibus a Luna, et denique obſeruatio Eclipſis Solis, quae contigit Die $\frac{25.\ \text{Iulii}}{5.\ \text{Aug.}}$. Lectorem, harum obſeruationum cupidum ad ipſas obſeruationes ablegamus.

E r r a t a

Pag. 303. lin. 6. loco Aſtromus lege Aſtronomus.
pag. 318. lin. 12. loco qualis lege qua lis.
pag. 329. lin. 4. loco excepto lege expeto.

MATHE-

MATHEMATICA.

INTEGRATIO AEQVATIONIS.

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Bx+Cx^2+Dx^3+Ex^4)}}=\frac{dy}{\sqrt{(A+By+Cy^2+Dy^3+Ey^4)}}$$

Auctore

L. EVLERO.

I.

Methodo admodum ſingulari atque obliqua perueneram olim ad integrationem huius aequationis, cuius integrale idque adeo completum aequatione algebraica inter x et y contineri deprehendi. Quod eo magis mirum videtur, quod vtriusque formulae ſeorſim integrale non ſolum non algebraice, ſed ne per circuli quidem hyperbolaeue quadraturam exprimi poteſt. Tum vero id imprimis notatu dignum occurrebat, quod nulla methodus directa patebat, iſtud integrale algebraicum eruendi. Nulla autem occaſio magis idonea videtur, fines Analyſeos proferendi, quam ſi, quod methodo obliqua quaſi per ambages elicuerimus, idem methodo directa inueſtigare annitamur. Cum igitur nuper curuas definiuerim, quas corpus ad duo centra virium fixa attractum percurrit, easque ad ſimilem aequationem perduxerim, inde viciſſim hu-

ius aequationis integrationem petere licebit; quod quomodo ſit praeſtandum, hic explicare conſtitui.

2. Ac primo quidem obſeruo aequationem propoſitam ſemper in eiusmodi formam transfundi poſſe, in qua coefficientes B et D euaneſcant, quod quidem de alterutro ex elementis ſatis eſt notum. Vt autem ambo ſimul ad nihilum redigi queant, id talis formae eſt proprium: poſito enim $x = \frac{mz + a}{nz + b}$, prior forma, cuiquidem altera eſt ſimilis, abit in hanc:

$$\frac{(mb - na)\,dz}{\sqrt{(A(nz+b)^4 + B(nz+b)^3(mz+a) + C(nz+b)^2(mz+a)^2 + D(nz+b)(mz+a)^3 + E(mz+a)^4)}}$$

in cuius denominatore terminos tam ipſa quantitate z quam eius cubo z^3 affectos deſtruere licebit. Prior conditio praebet hanc aequationem:

$$4Anb^3 + Bmb^3 + 3Bnabb + 2Cmabb + 2Cnaab + 3Dmaab \\ + Dna^3 + 4Ema^3 = 0$$

poſterior vero hanc:

$$4An^3b + Bn^3a + 3Bmnnb + 2Cmnna + 2Cmmnb + 3Dmmna \\ + Dm^3b + 4Em^3a = 0$$

vnde tam ratio $a:b$ quam ratio $m:n$ elici poteſt.

3. Ponamus enim $a = bp$ et $m = nq$, vt habeamus has aequationes:

$$4A + Bq + 3Bp + 2Cpq + 2Cpp + 3Dppq + Dp^3 + 4Fp^3q = 0$$

$$4A + Bp + 3Bq + 2Cpq + 2Cqq + 3Dpqq + Dq^3 + 4Epq^3 = 0$$

quarum

quarum differentia per $p-q$ diuiſa praebet

$$2B+2C(p+q)+D(pp+4pq+qq)+4Epq(p+q)=0.$$

Tum vero prior per q demta poſteriore per p multiplicata dat diuiſione per $p-q$ facta:

$$-4A-B(p+q)+Dpq(p+q)+4Eppqq=0$$

ſtatuamus nunc $p+q=r$ et $pq=s$, et ex aequationibus

$$2B+2Cr+Drr+2Ds+4Ers=0$$
$$-4A-Br+Drs+4Ess=0$$

elidendo $r=\frac{4(A-Ess)}{Ds-B}$ adipiſcimur hanc aequationem cubicam:

$$\left.\begin{matrix}+D^3\\-4CDE\\+8BEE\end{matrix}\right\}s^3\left.\begin{matrix}-BDD\\+4BCE\\-8ADE\end{matrix}\right\}s^2\left.\begin{matrix}-BBD\\+4ACD\\-8ABE\end{matrix}\right\}s\begin{matrix}+B^3\\-4ABC\\+8AAD\end{matrix}=0$$

vnde incognita s definitur, quod igitur triplici modo fieri poterit.

4. Cum igitur ſine detrimento ſcopi praefixi coefficientes B et D nihilo aequales aſſumere liceat, quaeſtio noſtra in integrali huius aequationis inueniendo verſatur

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Cxx+Dx^4)}}=\frac{dy}{\sqrt{(A+Cyy+Dy^4)}}$$

quam hoc modo repraeſentemus:

$$\frac{dx}{dy}=\sqrt{\frac{A+Cxx+Dx^4}{A+Cyy+Dy^4}}$$

vnde relationem inter variabiles x et y generatim elici oportet, id quod ſequenti modo praeſtare conabor.

 5. Po-

5. Ponamus primo $x = n\sqrt{pq}$ et $y = n\sqrt{\frac{p}{q}}$, erit:

$$dx = \frac{n(qdp + pdq)}{2\sqrt{pq}} \text{ et } dy = \frac{n(qdp - pdq)}{2q\sqrt{pq}}$$, hincque $\frac{dx}{dy} = \frac{q(qdp + pdq)}{qdp - pdq}$. Porro autem eſt

$$\frac{A + Cxx + Dx^4}{A + Cyy + Dy^4} = \frac{qq(A + nCpq + nnDppqq)}{Aqq + nCpq + nnDpp}$$, vnde fit: $\frac{qdp + pdq}{qdp - pdq} = \sqrt{\frac{A + nCpq + nnDppqq}{Aqq + nCpq + nnDpp}}$

vbi nunc numerus n ad commodum noſtrum aſſumi poteſt.

6. Sit breuitatis gratia

$$\frac{A + nCpq + nnDppqq}{Aqq + nCpq + nnDpp} = \frac{P + Q}{P - Q}$$

erit $\frac{P}{Q} = \frac{A(1 + qq) + 2nCpq + nnDpp(1 + qq)}{A(1 - qq) - nnDpp(1 - qq)} = \frac{(A + nnDpp)(1 + qq) + 2nCpq}{(A - nnDpp)(1 - qq)}$. Tum vero ob $\frac{qdp + pdq}{qdp - pdq} = \sqrt{\frac{P + Q}{P - Q}}$ obtinebimus

$$\frac{qdp}{pdq} = \frac{\sqrt{(P + Q)} + \sqrt{(P - Q)}}{\sqrt{(P + Q)} - \sqrt{(P - Q)}} = \frac{P + \sqrt{(PP - QQ)}}{Q}$$

et $\frac{pdq}{qdp} = \frac{P - \sqrt{(PP - QQ)}}{Q}$.

7. Omne iam momentum verſatur in idonea ſubſtitutione; atque equidem hac vtendum obſeruaui:

$q = u + \sqrt{(uu - 1)}$, vnde fit $\frac{dq}{q} = \frac{du}{\sqrt{(uu - 1)}}$, et porro $1 + qq = 2qu$; $1 - qq = -2q\sqrt{(uu - 1)}$, ex quo conficitur $\frac{P}{Q} = \frac{(A + nnDpp)u + nCp}{(nnDpp - A)\sqrt{(uu - 1)}}$

ac nunc quidem pro n vnitatem commodiſſime aſſumi euidens eſt. Cum ergo ſit $\frac{P}{Q} = \frac{(A + Dpp)u + Cp}{(Dpp - A)\sqrt{(uu - 1)}}$ erit $\frac{\sqrt{(PP - QQ)}}{Q} = \frac{\sqrt{(4ADppuu + 2Cp(A + Dpp)u + CCpp + (Dpp - A)^2)}}{(Dpp - A)\sqrt{(uu - 1)}}$

ita

ita vt noſtra aequatio integranda ſit:

$$\frac{p\,du}{dp}=\frac{(A+Dpp)u+Cp-\sqrt{(4ADppuu+4Cpu(A+Dpp)+CCpp+(Dpp-A)^2)}}{Dpp-A}.$$

8. Iſta formula irrationalis hoc modo repraeſentetur:

$$\sqrt{\left(\left(2pu\sqrt{AD}+\frac{C(A+Dpp)}{2\sqrt{AD}}\right)^2+\frac{(4AD-CC)(Dpp-A)^2}{4AD}\right)}$$

ac ponatur

$$2pu\sqrt{AD}+\frac{C(A+Dpp)}{2\sqrt{AD}}=\frac{(Dpp-A)s\sqrt{(4AD-CC)}}{2\sqrt{AD}}$$

vnde fit ipſa formula ſurda $=\frac{(Dpp-A)\sqrt{(4AD-CC)(1+ss)}}{2\sqrt{AD}}$ et

$$u=-\frac{C(A+Dpp)}{4ADp}+\frac{(Dpp-A)s\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADp}$$

hincque

$$(A+Dpp)u+Cp=\frac{-C(Dpp-A)^2+(A+Dpp)(Dpp-A)s\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADp}$$

ita vt iam noſtra aequatio ſit:

$$\frac{p\,du}{dp}=\frac{-C(Dpp-A)+(A+Dpp)s\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADp}-\frac{\sqrt{(4AD-CC)(1+ss)}}{2\sqrt{AD}}.$$

9. Inde vero colligimus:

$$du=\frac{-Cdp(Dpp-A)}{4ADpp}+\frac{sdp(A+Dpp)\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADpp}+\frac{ds(Dpp-A)\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADp}$$

ita vt obtineamus

$$\frac{p\,du}{dp}=\frac{-C(Dpp-A)}{4ADp}+\frac{s(A+Dpp)\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADp}+\frac{ds(Dpp-A)\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADdp}$$

qua formula praecedenti aequata commodiſſime vſu venit, vt plerique termini ſponte ſe tollant, indeque exſurgat haec aequatio:

$$\frac{ds(Dpp-A)\sqrt{(4AD-CC)}}{4ADdp}=\frac{-\sqrt{(4AD-CC)(1+ss)}}{2\sqrt{AD}}$$

vnde

vnde naſcitur $\frac{ds}{\sqrt{(1+ss)}} = \frac{-2dp\sqrt{AD}}{Dpp-A} = \frac{2dp\sqrt{AD}}{A-Dpp}$
cuius integrale in logarithmis eſt

$$l(s+\sqrt{(1+ss)}) = l\frac{\sqrt{A}+p\sqrt{D}}{\sqrt{A}-p\sqrt{D}} + l\alpha$$

ita vt habemus

$$s+\sqrt{(1+ss)} = \frac{\alpha\sqrt{A}+\alpha p\sqrt{D}}{\sqrt{A}-p\sqrt{D}} \text{ hincque}$$

$$s = \frac{\alpha\alpha(\sqrt{A}+p\sqrt{D})^2-(\sqrt{A}-p\sqrt{D})^2}{2\alpha(A-Dpp)}.$$

10. Quodſi hinc regrediamur, reperiemus

$$u = \frac{-C(A+Dpp)}{4ADp} + \frac{(\sqrt{A}-p\sqrt{D})^2-\alpha\alpha(\sqrt{A}+p\sqrt{D})^2}{8\alpha ADp}\sqrt{(4AD-CC)}$$

vnde definiri oportet $q = u+\sqrt{(uu-1)}$. Sed quia hinc fit $u = \frac{1+qq}{2q}$, reſtituendo $p = xy$ et $q = \frac{x}{y}$, aequatio noſtra integralis completa eſt

$$\frac{xx+yy}{2xy} = \frac{-C(A+Dxxyy)}{4ADxy} + \frac{(\sqrt{A}-xy\sqrt{D})^2-\alpha\alpha(\sqrt{A}+xy\sqrt{D})^2}{8\alpha ADxy}\sqrt{(4AD-CC)}$$

ſeu

$$4AD(xx+yy)+2C(A+Dxxyy) = \frac{\sqrt{(4AD-CC)}}{\alpha}((\sqrt{A}-xy\sqrt{D})^2 - \alpha\alpha(\sqrt{A}+xy\sqrt{D})^2)$$

quae euoluitur in hanc

$$\frac{4AD(xx+yy)+2C(A+Dxxyy)}{\sqrt{(4AD-CC)}} = \frac{(1-\alpha\alpha)A-2(1+\alpha\alpha)xy\sqrt{AD}+(1-\alpha\alpha)Dxxyy}{\alpha}$$

et ponendo $\alpha = \frac{\sqrt{(4AD-CC)}}{mC}$ prodit

$$4AD(xx+yy)+2C(A+Dxxyy) = \frac{((1+mm)CC-4AD)(A+Dxxyy)-2((mm-1)CC+4AD)xy\sqrt{AD}}{mC}$$

11. Ne caſus, vbi $\sqrt{AD}$ fit quantitas imaginaria, turbent, iuuabit integrationem alia via, quae ipſa deſtructione terminorum §. 9. obſeruata

ta innitatur, inueſtigare. Scilicet propoſita aequatione:

$$\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{A + Cxx + Ex^4}{A + Cyy + Ey^4}}$$

fiat $x = \sqrt{pq}$ et $q = \sqrt{\frac{p}{q}}$, vt hinc obtineatur

$$\frac{pdq}{qdp} = \frac{P - \sqrt{(PP - QQ)}}{Q}$$

exiſtente $\frac{P}{Q} = \frac{(A + Epp)(1 + qq) + 2Cpq}{(A - Epp)(1 - qq)}$.

Ponatur nunc $q = u + \sqrt{(uu-1)}$, vt ſit $1 + qq = 2qu$ $1 - qq = 2qu - 2qq = -2q\sqrt{(uu-1)}$, erit $\frac{dq}{q} = \frac{du}{\sqrt{(uu-1)}}$ et $\frac{P}{Q} = \frac{u(A + Epp) + Cp}{(Epp - A)\sqrt{(uu - 1)}}$, vnde reſultat haec aequatio transformata:

$$\frac{pdu}{dp} = \frac{u(A + Epp) + Cp - \sqrt{(4AEppuu + 2Cpu(A + Epp) + CCpp + (Epp - A)^2)}}{Epp - A}.$$

12. Hac aequatione in ordinem redacta et poſito breuitatis gratia membro irrationali $= \sqrt{M}$ fiet:

$$udp(A + Epp) + Cpdp - pdu(Epp - A) = dp\sqrt{M}$$

ac reiecto primum hoc membro irrationali; reperitur integrale $\frac{C + 2Epu}{Epp - A} =$ Conſt. cuius conſtantis loco autem ſumatur quantitas variabilis s, vt ſit

$$2Epu + C = s(Epp - A) \text{ et } u = \frac{s(Epp - A) - C}{2Ep},$$

atque hinc membrum rationale fit:

$\frac{-ds(Epp - A)^2}{2E}$ et formula irrationalis

$(Epp - A)\sqrt{\frac{Ass + Cs + E}{E}}$

ita vt nunc ſit $-\frac{ds}{2}(Epp - A) = dp\sqrt{E(Ass + Cs + E)}$ ſeu $\frac{ds}{\sqrt{E(Ass + Cs + E)}} + \frac{2dp}{Epp - A} = 0$ cuius integrale eſt

$$\frac{1}{\sqrt{AE}}\, l\frac{p\sqrt{E} - \sqrt{A}}{p\sqrt{E} - \sqrt{A}} + \frac{1}{\sqrt{AE}}\, l(As + \tfrac{1}{2}C + \sqrt{A(Ass + Cs + E)}) = \text{Conſt.}$$

13. Haec aequatio ergo redit ad hanc formam:

$$As + \tfrac{1}{2}C + \sqrt{A}(Ass + Cs + E) = \alpha \frac{p\sqrt{E} + \sqrt{A}}{p\sqrt{E} - \sqrt{A}} = T$$

vnde elicitur

$$AE = TT - T(2As + C) + \tfrac{1}{4}CC \text{ ſeu}$$

$$2As + C = \frac{TT + \frac{1}{4}CC - AE}{T} = \frac{\alpha\alpha(p\sqrt{E} + \sqrt{A})^2 + (\frac{1}{4}CC - AE)(p\sqrt{E} - \sqrt{A})^2}{\alpha(Epp - A)}$$

Cum nunc ſit $p = xy$ et $q = \frac{x}{y}$ erit $u = \frac{xx + yy}{2xy}$ et $s = \frac{E(xx + yy) + C}{Exxyy - A}$, ex quo efficitur

$$\frac{2AE(xx + yy) + CExxyy + AC}{Exxyy - A} = T + \frac{CC - 4AE}{4T}$$

exiſtente $T = \alpha . \frac{xy\sqrt{E} + \sqrt{A}}{xy\sqrt{E} - \sqrt{A}} = \alpha . \frac{Exxyy + A + 2xy\sqrt{AE}}{Exxyy - A}$

et $\frac{1}{T} = \frac{1}{\alpha} . \frac{Exxyy + A - 2xy\sqrt{AE}}{Exxyy - A}$ ideoque

$$2AE(xx+yy) + CExxyy + AC = \alpha(Exxyy + A) + 2\alpha xy\sqrt{AE}$$
$$+ \frac{CC - 4AE}{4\alpha}(Exxyy + A) - \frac{2(CC - 4AE)}{4\alpha}xy\sqrt{AE}.$$

14. Ne vnquam haec expreſſio inuoluat imaginaria, conſtantis α formam ita immutemus vt ſit

$$\alpha + \frac{CC - 4AE}{4\alpha} = F \text{ ſeu } 4\alpha\alpha = 4\alpha F - CC + 4AE$$

hincque $2\alpha = F + \sqrt{(FF + 4AE - CC)}$ et

$$\frac{1}{2\alpha} = \frac{F - \sqrt{(FF + 4AE - CC)}}{CC - 4AE}$$

vnde fit $2\alpha - \frac{(CC - 4AE)}{2\alpha} = 2\sqrt{(FF + 4AE - CC)}$ et

$$2AE(xx + yy) = (F - C)(Exxyy + A) + 2xy\sqrt{AE(FF + 4AE - CC)}$$

ſit nunc $F - C = 2G$ erit

$$AE(xx + yy) = G(A + Exxyy) + 2xy\sqrt{AE(AE + CG + GG)}$$

quae

quae eſt aequatio integralis completa huius differentialis:

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+Cxx+Ex^4)}} = \frac{dy}{\sqrt{(A+Cyy+Ey^4)}}$$

vbi conſtans G ita accipi debet, vt formula irrationalis $\sqrt{AE(AE+CG+GG)}$ non fiat imaginaria.

15. Forma haec integralis adhuc commodior reddi poteſt ponendo $G=Eff$, ſicque fiet aequatio integralis:

$$A(xx+yy)=ff(A+Exxyy)+2xy\sqrt{A(A+Cff+Ef^4)}$$

vbi f eſt conſtans arbitraria. Hinc autem elicitur

$$y=\frac{x\sqrt{A(A+Cff+Ef^4)}\pm f\sqrt{A(A+Cxx+Ex^4)}}{A-Effxx}$$

ſimilique modo

$$x=\frac{y\sqrt{A(A+Cff+Ef^4)}\pm f\sqrt{A(A+Cyy+Ey^4)}}{A-Effyy}$$

Quae formulae cum iis, quas olim dederam, perfecte conſentiunt.

16. Integrale hic quidem aequationis differentialis propoſitae methodo directa ſum conſecutus, verumtamen diffiteri non poſſum, hoc per multas ambages eſſe praeſtitum, ita vt vix ſit expectandum, cuiquam has operationes in mentem venire potuiſſe. Ex quo haec ipſa methodus, qua hic ſum vſus, plurimum in receſſu habere videtur, neque vllum eſt dubium, quin eam diligentius ſcrutando aditus ad multa alia praeclara aperiatur, ac fortaſſe alia noua methodus idem praeſtandi detega-

 tur,

tur, vnde non contemnenda ſubſidia ad Analyſin perficiendam hauriri queant.

17. Operationes hic adhibitae aliquantum variari poſſunt, quod probe perpendiſſe vſu non carebit. Propoſitam ſcilicet aequationem differentialem ita refero:

$$\frac{ydx}{xdy} = \sqrt{\frac{Ayy + Cxxyy + Ex^4yy}{Axx + Cxxyy + Exxy^4}} = \sqrt{\frac{P+Q}{P-Q}}$$

vt ſit $\frac{P}{Q} = \frac{(A+Exxyy)(xx+yy)+2Cxxyy}{(A-Exxyy)(yy-xx)}$ eritque

$$\frac{ydx+xdy}{ydx-xdy} = \frac{\sqrt{(P+Q)}+\sqrt{(P-Q)}}{\sqrt{(P+Q)}-\sqrt{(P-Q)}} = \frac{P+\sqrt{(PP-QQ)}}{Q}$$

tum etiam $\frac{ydx-xdy}{ydx+xdy} = \frac{P-\sqrt{(PP-QQ)}}{Q}$.

Faciamus nunc hanc ſubſtitutionem:

$$x = p\left(\sqrt{\tfrac{q+1}{2}} - \sqrt{\tfrac{q-1}{2}}\right) \text{ et } y = p\left(\sqrt{\tfrac{q+1}{2}} + \sqrt{\tfrac{q-1}{2}}\right)$$

erit $xy = pp$; $xx+yy = 2ppq$; $yy-xx = 2pp\sqrt{(qq-1)}$ deinde $\frac{dx}{x} = \frac{dp}{p} - \frac{dq}{2\sqrt{(qq-1)}}$ et $\frac{dy}{y} = \frac{dp}{p} + \frac{dq}{2\sqrt{(qq-1)}}$; vnde fit

$$\frac{ydx}{xdy} = \frac{\frac{dp}{p} - \frac{dq}{2\sqrt{(qq-1)}}}{\frac{dp}{p} + \frac{dq}{2\sqrt{(qq-1)}}} \text{ et } \frac{ydx-xdy}{ydx+xdy} = \frac{-pdq}{2dp\sqrt{(qq-1)}}$$

atque $\frac{P}{Q} = \frac{2(A+Ep^4)ppq+2Cp^4}{2(A-Ep^4)pp\sqrt{(qq-1)}} = \frac{(A+Ep^4)q+Cpp}{(A-Ep^4)\sqrt{(qq-1)}}$

vnde fit $\frac{\sqrt{(PP-QQ)}}{Q} = \frac{\sqrt{(4AEp^4qq+2Cppq(A+Ep^4)+CCp^4+(A-Ep^4)^2)}}{(A-Ep^4)\sqrt{(qq-1)}}$.

18. Sit $pp = r$ eritque ob $\frac{dp}{p} = \frac{dr}{2r}$

$$0 = \frac{rdq}{dr} + \frac{(A+Err)q+Cr-\sqrt{(4AErrqq+2Crq(A+Err)+CCrr+(A-Err)^2)}}{A-Err}$$

ſiue

$$rdq(A-Err) + qdr(A+Err) + Crdr = dr\sqrt{(4AErrqq + 2Crq(A+Err) + CCrr + (A-Err)^2)}.$$

Quan-

Quantitas vinculo radicali implicata ita exhibeatur

$$\frac{1}{4AE}(16AAEErrqq + 8ACErq(A+Err) + 4ACCErr + 4AE(A-Err)^2)$$

$$= \frac{1}{4AE}((4AErq + C(A+Err))^2 + (4AE-CC)(A-Err)^2).$$

Ponamus ergo $4AErq + C(A+Err) = s(A-Err)\sqrt{(4AE-CC)}$

eritque formula ſurda $= \frac{(A-Err)\sqrt{(4AE-CC)(1+ss)}}{2\sqrt{AE}}$, et ob $s\sqrt{(4AE-CC)} = \frac{4AErq - C(A+Err)}{A-Err}$

erit differentiando:

$$ds\sqrt{(4AE-CC)} = \frac{4AAE(rdq+qdr) - 4AEEr^3dq + 4AEErrqdr + 4ACErdr}{(A-Err)^2}$$

ideoque

$$rdq(A-Err) + qdr(A+Err) + Crdr = \frac{ds(A-Err)^2\sqrt{(4AE-CC)}}{4AE}$$

quod cum ſit ipſum prius membrum noſtrae aequationis, cui aequalis eſt $\frac{dr(A-Err)\sqrt{(4AE-CC)(1+ss)}}{2\sqrt{AE}}$ habebimus

$\frac{ds(A-Err)}{2\sqrt{AE}} = dr\sqrt{(1+ss)}$ et $\frac{2dr\sqrt{AE}}{A-Err} = \frac{ds}{\sqrt{(1+ss)}}$ cuius integrale eſt $(s+\sqrt{(1+ss)} = \alpha . \frac{\sqrt{A}+r\sqrt{E}}{\sqrt{A}-r\sqrt{E}}$ vnde fit

$$1 = \alpha\alpha\left(\frac{\sqrt{A}+r\sqrt{E}}{\sqrt{A}-r\sqrt{E}}\right)^2 - 2\alpha s . \frac{\sqrt{A}+r\sqrt{E}}{\sqrt{A}-r\sqrt{E}}.$$

Eſt vero $s = \frac{4AEqr + C(A+Err)}{(A-Err)\sqrt{(4AE-CC)}}$

atque $r = pp = xy$ et $q = \frac{xx+yy}{2xy}$, hincque

$$s = \frac{2AE(xx+yy) + C(A+Exxyy)}{(A-Exxyy)\sqrt{(4AE-CC)}}.$$

19. Idem expedire poſſumus ſine ſubſtitutione noua; ſtatim enim ac peruenimus ad hanc aequationem:

$$rdq(A-Err)+qdr(A+Err)+Crdr=$$
$$dr\sqrt{\frac{(4AErq+C(A+Err))^2+(4AE-CC)(A-Err)^2}{4AE}}$$

notetur eſſe membrum prius $=\frac{(A-Err)^2}{4AE}d.\frac{4AErq+C(A+Err)}{A-Err}$ poſterius vero ita exprimi poſſe

$$\frac{dr(A-Err)}{2\sqrt{AE}}\sqrt{\left(4AE-CC+\left(\frac{4AErq+C(A+Err)}{A-Err}\right)^2\right)}$$

vnde poſito breuitatis gratia $\frac{4AErq+C(A+Err)}{A-Err}=v$ erit $\frac{(A-Err)^2}{4AE}dv=\frac{dr(A-Err)}{2\sqrt{AE}}\sqrt{(4AE-CC+vv)}$ ideoque $\frac{dv}{\sqrt{(4AE-CC+vv)}}=\frac{2dr\sqrt{AE}}{A-Err}$.

20. Aliud ſpecimen huius reductionis daturus, conſiderabo hanc aequationem:

$$\frac{dx}{\sqrt{(Bx+Cxx+Dx^3)}}=\frac{dy}{\sqrt{(By+Cyy+Dy^3)}}$$

quam ita repraeſento

$$\frac{ydx}{xdy}=\sqrt{\frac{Bxyy+Cxxyy+Dx^3yy}{Bxxy+Cxxyy+Dxxy^3}}=\sqrt{\frac{P+Q}{P-Q}}$$

vt ſit $\frac{P}{Q}=\frac{Bxy(y+x)+2Cxxyy+Dxxyy(x+y)}{Bxy(y-x)+Dxxyy(x-y)}$

ſeu $\frac{P}{Q}=\frac{(B+Dxy)(x+y)+2Cxy}{(B-Dxy)(y-x)}$

eritque $\frac{ydx-xdy}{ydx+xdy}=\frac{P+\sqrt{(PP-QQ)}}{Q}$.

21. Statuatur nunc $x=p(u+\sqrt{(uu-1)})$ et $y=p(u-\sqrt{(uu-1)})$ erit $\frac{dx}{x}=\frac{dp}{p}+\frac{du}{\sqrt{(uu-1)}}$ et $\frac{dy}{y}=\frac{dp}{p}-\frac{du}{\sqrt{(uu-1)}}$, hincque $\frac{ydx-xdy}{ydx+xdy}=\frac{pdu}{dp\sqrt{(uu-1)}}$. Deinde

inde ob $xy = pp$, et $x + y = 2pu$; $y - x = -2p\sqrt{(uu-1)}$ erit $\frac{P}{Q} = \frac{(B + Dpp)u + Cp}{-(B - Dpp)\sqrt{(uu-1)}}$ ideoque

$$\frac{p\,du}{dp} = \frac{(B + Dpp)u + Cp - \sqrt{(4BDppuu + 2Cpu(B + Dpp) + CCpp + (B - Dpp)^2)}}{Dpp - B}$$

vnde fit

$$udp(B + Dpp) - pdu(Dpp - B) + Cpdp = dp\sqrt{(\ldots)}.$$

Prius membrum eſt $(B - Dpp)^2\, d\,\frac{pu + \frac{C}{4BD}(B + Dpp)}{B - Dpp}$ ſeu

$$\frac{(B - Dpp)^2}{4BD}\, d.\, \frac{4BDpu + C(B + Dpp)}{B - Dpp}$$

at quantitas ſigno radicali inuoluta ita ſcribi poteſt

$$\frac{1}{4BD}(16BBDDppuu + 8BCDpu(B + Dpp) + 4BCCDpp + 4BD(B - Dpp)^2)$$

$$= \frac{1}{4BD}((4BDpu + C(B + Dpp))^2 + (4BD - CC)(B - Dpp)^2)$$

vnde membrum irrationale erit

$$\frac{B - Dpp}{2\sqrt{BD}}\sqrt{(4BD - CC + (\frac{4BDpu + C(B + Dpp)}{B - Dpp})^2)}.$$

Quare poſito breuitatis gratia $\frac{4BDpu + C(B + Dpp)}{B - Dpp} = s$ erit

$$\frac{(B - Dpp)^2}{4BD}ds = \frac{(B - Dpp)dp}{2\sqrt{BD}}\sqrt{(4BD - CC + ss)}$$ vnde fit

$$\frac{ds}{\sqrt{(4BD - CC + ss)}} = \frac{2dp\sqrt{BD}}{B - Dpp}$$ et integrando

$$s + \sqrt{(4BD - CC + ss)} = \alpha.\,\frac{\sqrt{B} + p\sqrt{D}}{\sqrt{B} - p\sqrt{D}}$$ ideoque

$$4BD - CC = \alpha\alpha(\frac{\sqrt{B} + p\sqrt{D}}{\sqrt{B} - p\sqrt{D}})^2 - 2\alpha s.\,\frac{\sqrt{B} + p\sqrt{D}}{\sqrt{B} - p\sqrt{D}}.$$

22. Fundamentum ergo harum reductionum in hoc conſiſtit, vt primo ponatur $x = pq$ et $y = \frac{p}{q}$, tum vero pro q eiusmodi formula accipiatur, qua partes $x \pm y$, $xx \pm yy$, etc. quae in formula $\frac{P}{Q}$ inſunt,

ſunt, quam ſimpliciſſimae reddantur. Veluti in caſu § 17. ſumſimus $q = \sqrt{\frac{u+1}{2}} + \sqrt{\frac{u-1}{2}}$, ſeu $qq = u + \sqrt{(uu-1)}$, in vltimo vero $q = u + \sqrt{(uu-1)}$: ibi nempe opus non erat, vt $x+y$ rationaliter exprimatur, vnde ſufficiebat ipſi qq formam $u + \sqrt{(uu-1)}$ tribui, hic vero neceſſe erat, vt $x+y$ rationalem conſequatur valorem.

23. Denique caſum ſimpliciorem praetermittere non poſſum, quo proponitur haec aequatio $\frac{dx}{\sqrt{(A+Cxx)}} = \frac{dy}{\sqrt{(A+Cyy)}}$, quam ita refero $\frac{ydx}{xdy} = \sqrt{\frac{Ayy+Cxxyy}{Axx+Cxxyy}} = \sqrt{\frac{P+Q}{P-Q}}$; poſito ergo $x = p(\sqrt{\frac{q+1}{2}} - \sqrt{\frac{q-1}{2}}$ et $y = p(\sqrt{\frac{q+1}{2}} + \sqrt{\frac{q-1}{2}})$ fiet $\frac{-pdq}{2dp\sqrt{(qq-1)}} = \frac{P - \sqrt{(PP-QQ)}}{Q}$ exiſtente

$$\frac{P}{Q} = \frac{Aq + Cpp}{A\sqrt{(qq-1)}} \text{ et } \frac{\sqrt{(PP-QQ)}}{Q} = \frac{\sqrt{(2ACppq + CCp^4 + AA)}}{A\sqrt{(qq-1)}}$$

vnde ſumto $pp = r = xy$ erit

$$0 = \frac{rdq}{2dr} + \frac{Aq + C - \sqrt{(2ACrq + CCrr + AA)}}{A} \text{ hincque}$$

$$\frac{A(rdq + qdr) + Crdr}{\sqrt{(2ACrq + CCrr + AA)}} = dr \text{ cuius integrale eſt}$$

$$Cr + F = \sqrt{(2ACrq + CCrr + AA)} \text{ ſeu}$$

$$FF + 2CFr = 2ACrq + AA$$

eſt vero $r = xy$ et $q = \frac{xx+yy}{2xy}$ vnde aequatio integralis eſt $FF + 2CFxy = AA + AC(xx+yy)$.

Sicque haec comparatio inter x et y, quae alias per logarithmos vel arcus circulares oſtendi ſolet, hic algebraice eſt eruta.

DE

DE ARCVBVS CVRVARVM AEQVE AMPLIS EORVMQVE COMPARATIONE.

Auctore

L. EVLERO.

1.

Amplitudinem arcus cuiuscunque lineae curuae cum Celeb. *Ioh. Bernoullio* b. m. voco angulum, quem rectae ad eius terminos normales inter ſe conſtituunt. Ita ſi fuerit AM arcus lineae cuiuscunque curuae, atque ad eius terminos A et M rectae normales ducantur AO et MO in O concurrentes, angulus AOM erit amplitudo arcus AM. Haec amplitudinis idea perquam ingenioſe ad curuas dimetiendas eſt introducta, propterea quod non vti ceterae relationes, quibus natura curuarum per coordinatas exprimi ſolet, ab hypotheſibus arbitrariis pendet; dum enim relatio inter coordinatas, prouti axis eiusque initium diuerſimode accipitur, plurimum variare poteſt manente eadem linea curva, notio amplitudinis nulli huiusmodi varietati eſt obnoxia, niſi forte quod alio atque alio puncto curuae A pro initio aſſumto angulus AOM quantitate conſtante augeri diminuiue queat, vnde ta- Tab. I. Fig. 1.

men vix ſenſibilis mutatio in calculum redundat. Ex quo amplititudo eſſentialiter ad naturam curuae pertinere eſt conſenda, dum coordinatae aliaeque relationes extrinſecus pro arbitrio noſtro eo traducuntur.

2. Aeque eſſentialis autem notio amplitudinis lineis curuis eſt ſtatuenda atque notio curuedinis, cuius menſura per radium oſculi exhiberi ſolet quippe qui ex amplitudine expedite definitur. Poſito enim arcu ipſo $AM = s$, eiusque amplitudine ſeu angulo $AOM = \Phi$, ſit MR radius oſculi curvae in M, quo ſcilicet elementum curuae $Mm = ds$, tanquam arcus circuli centro R deſcribi eſt putandum: et cum arcus infinite parum aucti AMm amplitudo ſit angulus $Aom = \Phi + d\Phi$, fiet angulus $MRm = d\Phi$, hincque $RM.d\Phi = Mm = ds$; vnde prodit radius oſculi $MR = \frac{ds}{d\Phi}$. Viciſſim igitur ſi radius oſculi MR vocetur $= r$, ob $r = \frac{ds}{d\Phi}$ habebitur $d\Phi = \frac{ds}{r}$, qua formula ex curua s et radio oſculi r eius amplitudo definitur; ac denique ex amplitudine Φ et radio osculi r ipſa curuae longitudo ita definitur, vt ſit $ds = rd\Phi$ ſeu $s = \int rd\Phi$.

3. Ponamus igitur dari pro curua AM aequationem inter ipſum eius arcum $AM = s$, eiusque amplitudinem ſeu angulum $AOM = \Phi$, quae aequatio ſit ſaltem differentialis; atque tali aequatione natura curuae ita eſſentialiter exprimetur, vt eius vera curuatura vbique quaſi ſponte ſe offerat, nullumque diſcrimen a poſitionibus arbitrariis oriundum

dum locum inueniat; niſi quod dum longitudo arcus ab alio principio A computatur, quo quantitas s augmentum vel decrementum conſtans accipit, ſimul angulus Φ quantitate conſtante ſiue augeatur, ſiue diminuatur. Atque ex tali aequatione facili negotio aequatio inter coordinatas conſuetas elicietur; ſi enim recta AO pro axe aſſumatur, in eumque ex M perpendiculum MP demittatur, vt habeantur coordinatae orthogonales $AP = x$, $PM = y$, ob angulum $AMP = AOM = \Phi$, erit $dx = ds\,\text{ſin.}\,\Phi$ et $dy = ds\,\text{coſ.}\,\Phi$; vnde ob aequationem datam inter ds et angulum Φ habebuntur ipſae coordinatae:

$$AP = x = \int ds\,\text{ſin.}\,\Phi \quad \text{et} \quad PM = y = \int ds\,\text{coſ.}\,\Phi.$$

Vel ſi in aequatione inter s et Φ ſcribatur $\frac{dx}{ds}$ pro ſin Φ et $\frac{dy}{ds}$ pro coſ. Φ, orietur aequatio differentialis inter coordinatas x et y ob $ds^2 = dx^2 + dy^2$.

4. Hinc etiam facillime radius oſculi per coordinatas x et y exprimitur; cum enim ſit radius oſculi $r = \frac{ds}{d\Phi}$, ob $\text{ſin.}\,\Phi = \frac{dx}{ds}$, habebimus differentiando $d\Phi\,\text{coſ.}\,\Phi = d.\frac{dx}{ds}$; at eſt $\text{coſ.}\,\Phi = \frac{dy}{ds}$, ex quo obtinebitur:

$$d\Phi = \frac{ds}{dy}\,d.\frac{dx}{ds} \quad \text{et} \quad r = \frac{dy}{d.\frac{dx}{ds}},$$

quae eſt formula nulli ambiguitati obnoxia. Simili autem modo differentiando formulam $\text{coſ.}\,\Phi = \frac{dy}{ds}$ habe-

habebimus $d\Phi \sin.\Phi = -d.\frac{dy}{ds}$ hincque ob $\sin\Phi = \frac{dx}{ds}$ erit

$$d\Phi = -\frac{ds}{dx}d.\frac{dy}{ds} \text{ et } r = \frac{-dx}{d.\frac{dy}{ds}}$$

quae binae formulae inter ſe conueniunt. Poſito enim $dy = pdx$, erit $\frac{dx}{ds} = \frac{1}{\sqrt{(1+pp)}}$ et $\frac{dy}{ds} = \frac{p}{\sqrt{(1+pp)}}$; ſicque vtrinque elicitur: $r = \frac{-dx(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{dp}$.

5. Pro circulo igitur, quoniam eius radius osculi r vbique eſt conſtans quippe radio, qui ſit $= a$ aequalis, habebitur ſtatim $a = \frac{ds}{d\Phi}$, hincque $s = a\Phi$; ſeu quilibet circuli arcus ſuae amplitudini eſt aequalis. Ex hac ſcilicet notiſſima circuli proprietate ſequitur, omnes circuli arcus aeque amplos ſimul inter ſe eſſe aequales; neque vlla alia exiſtit linea curua, in qua omnes arcus aeque ampli inter ſe eſſent aequales. Quae proprietas etiam, cum angulus a tangentibus extremis AT et MT ad T formatus ſit complementum amplitudinis AOM $= \Phi$ ad duos rectos, ita enunciari poteſt, vt datus angulus ATM, vtcunque peripheriae circuli applicetur, ita vt ſuis cruribus eam tangat, ſemper aequales arcus intercipiat. Probe autem notetur, circulum hac proprietate gaudere, quantuscunque angulus ATM accipiatur: nam ſi huic angulo ATM determinata quaedam quantitas tribuatur, aliae fortaſſe quoque exiſtent lineae curuae, ad quas hic angulus applicatus etiam perpetuo aequales arcus intercipiat.

6. Hanc

6. Hanc igitur quaeſtionem hic potiſſimum tractandam ſuſcepi, vtrum praeter circulum aliae dentur lineae curuae, ad quas datus angulus ATM ita applicatus, vt cruribus ſuis curuam tangat, continuo arcus aequales intercipiat? tum vero ſi tales dentur, quomodo eae inueſtigari queant? Vel vt hanc quaeſtionem ad amplitudinis notionem reuocemus, ſit data amplitudo $=\alpha$, quaeriturque, num praeter circulum aliae dentur lineae curuae, quarum omnes arcus eandem amplitudinem α habentes ſint inter ſe aequales? Niſi enim curuae tractus cuſpidibus vel ramis in infinitum porrectis perturbetur, ab eius quouis puncto arcus abſcindi poteſt, cuius amplitudo ſit $=\alpha$; ſicque in eadem curua exhiberi poterunt infiniti arcus eiusdem amplitudinis α, qui an omnes inter ſe, niſi curua fuerit circulus, aequales eſſe queant? hic primum quaeritur.

7. Hanc autem quaeſtionem affirmadam eſſe ex caſu quo amplitudo $\alpha = 180^\circ$ aſſumitur, ſtatim liquet, quippe quo tangentes AT et MT inter ſe fiunt parallelae; aequalitas enim talium arcuum aeque amplorum adeo in ellipſi manifeſto habet locum. Nam cum omnes diametri perimetrum ellipſis bifariam diuidant, quoniam tangentes ad terminos cuiusque diametri ductae ſunt inter ſe parallelae, omnium ſemiſſium ellipticarum eadem eſt amplitudo 180°; ex quo perſpicuum eſt ellipſin eiusmodi eſſe lineam curuam, cuius omnes arcus,

quorum amplitudo eſt 180° ſint inter ſe aequales. Eadem proprietate quoque erunt praeditae omnes aliae curuae in ſe redeuntes centro gaudentes, ex quo concludo etiam praeter circulum innumerabiles alias dari curuas, quarum omnes arcus aliam quandam datam amplitudinem habentes ſint inter ſe aequales. Verum mox patebit menſuram huius amplitudinis datae rationem rationalem ad angulum rectum tenere oportere.

Problema Generale.

Tab. I. Fig. 2. 8. *Inuenire lineam curuam* AMN, *cuius omnes arcus* AF, MN, *quorum eadem eſt amplitudo* $=\alpha$ *ſint inter ſe aequales.*

Solutio.

Sit arcus quicunque a puncto fixo A computatus AM $=s$ eiusque amplitudo AOM $=\Phi$, atque aequatio inter s et Φ eiusmodi eſſe debet, vt ſi loco Φ capiatur $\Phi+\alpha$, arcus s augmentum datum, quod ſit $=a$, accipiat; ſcilicet ſi a puncto indefinito M abſcindatur arcus MN iſti augmento a aequalis, vt eius amplitudo MLN futura ſit $=\alpha$, ideoque totius arcus AMN $=s+a$ amplitudo $=\Phi+\alpha$. Primum igitur patet huic conditioni ſatisfieri, ſi ſtatuatur $s=\frac{a\Phi}{\alpha}$, tum enim poſito $\Phi+\alpha$ loco Φ, arcus s abibit in $s+a$; hac autem poſitione curua quaeſita fit circulus; propterea quod radius

radius osculi $r = \frac{ds}{d\Phi}$ prodit conſtans $= \frac{a}{\alpha}$. Verum hic nobis eſt propoſitum praeter circulum eas inveſtigare lineas curuas, quae huic problemati ſatisfaciant, atque adeo eius ſolutionem generalem adornare.

9. Concipio igitur eiusmodi functionem anguli Φ, quae inuariata maneat, etiamſi pro Φ ſcribatur $\Phi + \alpha$, cuiusmodi functiones per ſinus, tangentesue exprimi poſſe intelliguntur, ſiquidem nouimus infinitorum angulorum communes eſſe ſinus vel tangentes. Quodſi igitur V ſit talis functio anguli Φ, manifeſtum eſt, et huiusmodi aequationem $s = \frac{a\Phi}{\alpha} + V$ conditiones problematis adimplere: nam ſi pro Φ ſcribatur $\Phi + \alpha$, prius membrum $\frac{a\Phi}{\alpha}$ abit in $\frac{a\Phi}{\alpha} + a$, alterum vero V manet inuariatum, vnde aucta amplitudine Φ angulo α, arcus amplitudini $\Phi + \alpha$ reſpondens erit $= \frac{a\Phi}{\alpha} + a + V$, ideoque priorem arcum s ſuperat quantitate conſtante a. Quare cuiuscunque arcus MN cuius amplitudo eſt $= \alpha$, longitudo erit conſtans $= a$, omnino vti problema poſtulat. Tota ergo huius problematis ſolutio huc redit, vt huiusmodi functiones idoneae V exquirantur, quae angulo $\Phi + \alpha$ aeque conueniant atque angulo Φ, ſeu quae nullam mutationem ſubeant, etiamſi pro Φ ſcribatur $\Phi + \alpha$.

10. Nouimus autem, ſi π denotet angulum duorum rectorum, angulum quemcunque ω tam ſinum quam coſinum et tangentem communes habere

bere cum omnibus his angulis innumerabilibus $2\pi+\omega$; $4\pi+\omega$; $6\pi+\omega$; $8\pi+\omega$; etc. qui in hac formula generali $2n\pi+\omega$ continentur, denotante n numerum quemcunque integrum, eumque tam negatiuum quam poſitiuum. Cum igitur anguli ω et $2n\pi+\omega$ communes habeant ſinum, coſinum, et tangentem; etiam anguli $m\Phi$ et $m\Phi+m\alpha$ tam ſinum quam coſinum habebunt communem, ſi fuerit $m\alpha=2n\pi$, ideoque $m=\frac{2n\pi}{\alpha}$. Ex quo tam ſinus quam coſinus anguli $\frac{2n\pi\Phi}{\alpha}$ eiusmodi erunt functiones, quae nullam mutationem patiuntur, etiamſi pro Φ ſcribatur $\Phi+\alpha$. Pro n ergo ſucceſſiue ponendo 1, 2, 3, 4 etc. tales functiones pro V adhibendae erunt:

$$\text{ſin.}\frac{2\pi\Phi}{\alpha};\ \text{ſin.}\frac{4\pi\Phi}{\alpha};\ \text{ſin.}\frac{6\pi\Phi}{\alpha};\ \text{ſin.}\frac{8\pi\Phi}{\alpha}\ \text{etc.}$$
$$\text{coſ.}\frac{2\pi\Phi}{\alpha};\ \text{coſ.}\frac{4\pi\Phi}{\alpha};\ \text{coſ.}\frac{6\pi\Phi}{\alpha};\ \text{coſ.}\frac{8\pi\Phi}{\alpha}\ \text{etc.}$$

11. Quia vero ſinus et coſinus angulorum multiplorum per ſinum et coſinum anguli ſimplicis rationaliter exprimuntur, eiusque functiones vniformes ſunt cenſendae, patet functionem quamcunque rationalem tam ſinus quam coſinus anguli $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ pro V vſurpari poſſe, quoniam iſtius anguli tam ſinus quam coſinus idem manet, etiamſi pro Φ ſcribatur $\Phi+\alpha$. Functionem autem hanc rationalem eſſe oportet, vt pro eodem angulo Φ vnicum valorem recipiat; ex quo functiones irrationales excluduntur; ſi enim tales admittere vellemus, ex angulo

angulo $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ etiam ſinus et coſinus angulorum ſubmultiplorum deriuare poſſemus, qui tamen nullo modo ſatisfacerent. Pro V itaque aſſumi debet functio quaecunque rationalis quantitatum ſin. $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ et coſ. $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$, vnde perſpicuum eſt, niſi angulus α ad 2π rationem teneat rationalem, has quantitates ne quidem ex angulo Φ aſſignari poſſe. Aſſumta autem pro V tali functione quacunque, aequatio generalis pro curuis problemati ſatis facientibus erit $s = \frac{a\Phi}{\alpha} + V$.

12. Ex hac aequatione ſtatim aequatio inter coordinatas ſolitas, elici poteſt, ſi enim rectam AE ad curuam in A normalem pro axe aſſumamus, ad eumque ex M applicatam MP normaliter ducamus, poſitis $AP = x$ et $PM = y$, ob $ds = \frac{ad\Phi}{\alpha} + dV$ habebimus:

$$x = \frac{a}{\alpha}(1 - \text{coſ.}\Phi) + \int dV\,\text{ſin.}\Phi \text{ et } y = \frac{a}{\alpha}\,\text{ſin.}\Phi + \int dV\,\text{coſ.}\Phi$$

vnde ſi formulae $\int dV\,\text{ſin.}\Phi$ et $\int dV\,\text{coſ.}\Phi$ integrari, ac per ſinus et coſinus anguli Φ, eiusue multiplorum exprimi queant, curuae prodibunt algebraicae problemati ſatisfacientes. Verum ex natura differentiationis conſtat, differentiale functionis V ſemper habiturum eſſe huiusmodi formam $Ud\Phi$, in qua etiam U futura ſit functio rationalis quantitatum ſin $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ et coſ. $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$. Neque vero hinc viciſſim concludere licet, ſi U fuerit talis functio, etiam inte-

grale $V = \int U d\Phi$ huiusmodi fore functionem, quod tamen natura problematis poſtulat.

13. Quo nunc in indolem harum curuarum accuratius inquiramus, earum radium osculi contemplemur, qui in M ſit $= r$. Cum igitur inuenimus $r = \frac{ds}{d\Phi}$, ob $ds = \frac{a d\Phi}{\alpha} + dV = \frac{a d\Phi}{\alpha} + U d\Phi$ poſito $dV = U d\Phi$, erit $r = \frac{a}{\alpha} + U$. Hic igitur ſtatim liquet, radios osculi in M et N inter ſe fore aequales, quia enim poſito $\Phi + \alpha$ loco Φ quantitas U non mutatur, radius quoque osculi eundem retinebit valorem. Sumto ergo quoque ab principio A arcu AF amplitudinis $= \alpha$, vt ſit ipſe arcus $AF = a$, radius osculi in F aequalis erit radio osculi in A, et cum ſit arcus $MN = AF = a$, erit arcus FN = arcui AM. Quare cum radius osculi in N aequalis ſit radio osculi in M, arcus FN non ſolum aequalis, ſed etiam ſimilis erit arcui AM, ex quo curua ita erit comparata, vt ex pluribus partibus ſimilibus in eandem plagam ſe inſequentibus componatur. Tot ſcilicet huiusmodi portiones ſimiles habebit, quoties angulus α continetur in quatuor angulis rectis.

14. Haec conſideratio ſimilitudinis, ſi eam debita attentione tractemus, generalem nobis methodum ſuppeditabit omnes curuas algebraicas, quae quidem problemati ſatisfaciant, inueniendi; quae eo magis videtur notatu digna, quod non tam facile ex formulis principalibus ſupra exhibitis deriuari

poſſit,

poſſit, vnde non contemnenda ſubſidia, quae per vniuerſam Analyſin eximiam vtilitatem ſint habitura, hauriri poterunt. Quam ob cauſam hoc problema imprimis dignum exiſtimaui, quod accuratius euolueretur. Verum ante, quam inſignem hunc ſimilitudinis vſum oſtendam, haud abs re erit quasdam curuas algebraicas ex formulis primo inuentis elicere, quo ſimul pateat, quam reſtricta ſit iſta via ad curuas algebraicas nobis patefaciendas; hincque praeſtantia alterius methodi poſt declarandae eo magis eluceſcat. Hunc in finem pono breuitatis gratia $\frac{2\pi}{\alpha} = n$, vt V denotet functionem quamcunque vniformem binarum quantitatum $\text{ſin.}\,n\Phi$ et $\text{coſ.}\,n\Phi$: tum igitur erit vt vidimus:

$$x = \frac{a}{\alpha}(1 - \text{coſ.}\,\Phi) + \int dV\,\text{ſin.}\,\Phi \text{ et } y = \frac{a}{\alpha}\text{ſin.}\,\Phi + \int dV\,\text{coſ.}\,\Phi.$$

15. Vt iam hinc curuas algebraicas eruamus, pro V ſumere poterimus huiusmodi formam:

$$V = \begin{cases} +A\,\text{ſin}\,n\Phi + B\,\text{ſin.}\,2n\Phi + C\,\text{ſin.}\,3n\Phi + D\,\text{ſin.}\,4n\Phi + \text{etc.} \\ +\mathfrak{A}\,\text{coſ.}\,n\Phi + \mathfrak{B}\,\text{coſ.}\,2n\Phi + \mathfrak{C}\,\text{coſ.}\,3n\Phi + \mathfrak{D}\,\text{coſ.}\,4n\Phi + \text{etc.} \end{cases}$$

atque hinc caſum ſimpliciſſimum obtinebimus ponendo

$$V = \frac{2b}{n}\text{ſin.}\,n\Phi, \text{ vnde fit } dV = 2b\,d\Phi\,\text{coſ.}\,n\Phi.$$

Quo valore aſſumto erit

$$dV\,\text{ſin}\,\Phi = b\,d\Phi(\text{ſin.}\,(n+1)\Phi - \text{ſin.}\,(n-1)\Phi)$$
$$dV\,\text{coſ.}\,\Phi = b\,d\Phi(\text{coſ}\,(n+1)\Phi + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi)$$

quae formulae cum ſint integrabiles, habebimus:

$$x = \frac{a}{\alpha}(1 - \text{coſ.}\,\Phi) + b\left(\frac{1 - \text{coſ.}\,(n+1)\Phi}{n+1} - \frac{1 + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi}{n-1}\right)$$

$$y = \frac{a}{\alpha}\,\text{ſin.}\,\Phi + b\left(\frac{\text{ſin.}\,(n+1)\Phi}{n+1} + \frac{\text{ſin.}\,(n-1)\Phi}{n-1}\right)$$

adiectis ſcilicet eiusmodi conſtantibus, vt euaneſcente angulo Φ ſimul coordinatae x et y euaneſcant, vti earum aſſumtio poſtulat.

16. Conſideremus caſum, quo omnes arcus, quorum amplitudo eſt 180°, ſeu $\alpha = \pi$, inter ſe debent eſſe aequales; fiet igitur $\frac{2\pi}{\alpha} = n = 2$, et coordinatae curuae ſatisfacientis erunt:

$$x = \frac{a}{\alpha}(1 - \text{coſ.}\,\Phi) + \tfrac{1}{3}b(1 - \text{coſ.}\,3\Phi) - b(1 - \text{coſ.}\,\Phi)$$

$$y = \frac{a}{\alpha}\,\text{ſin.}\,\Phi + \tfrac{1}{3}b\,\text{ſin.}\,3\Phi + b\,\text{ſin.}\,\Phi.$$

Sumatur alia abſciſſa t vt ſit $x = \frac{a}{\alpha} - \frac{2}{3}b - t$, erit

$$t = (\tfrac{a}{\alpha} - b)\,\text{coſ.}\,\Phi + \tfrac{1}{3}b\,\text{coſ.}\,3\Phi$$

$$y = (\tfrac{a}{\alpha} + b)\,\text{ſin.}\,\Phi + \tfrac{1}{3}b\,\text{ſin.}\,3\Phi$$

ſit porro $\frac{a}{\alpha} - b = f$; $\frac{a}{\alpha} + b = g$, erit $b = \frac{g-f}{2}$, ideoque

$$t = f\,\text{coſ.}\,\Phi + \tfrac{g-f}{6}\,\text{coſ.}\,3\Phi;\quad y = g\,\text{ſin.}\,\Phi + \tfrac{g-f}{6}\,\text{ſin.}\,3\Phi$$

ſeu ob $\text{coſ.}\,3\Phi = -3\,\text{coſ.}\,\Phi + 4\,\text{coſ.}\,\Phi^3$ et $\text{ſin.}\,3\Phi$
$= 3\,\text{ſin.}\,\Phi - 4\,\text{ſin.}\,\Phi^3$

$$t = \tfrac{3f-g}{2}\,\text{coſ.}\,\Phi + \tfrac{2g-2f}{3}\,\text{coſ.}\,\Phi^3;\quad y = \tfrac{3g-f}{2}\,\text{ſin.}\,\Phi + \tfrac{2f-2g}{3}\,\text{ſin.}\,\Phi^3.$$

Vnde eliminando angulo Φ inter coordinatas t et y oritur aequatio ſex dimenſionum.

17. Quoniam igitur nouimus huic caſui ellipſin ſatisfacere, quae vtique poſt circulum eſt curua ſim-

ſimpliciſſima, euidens eſt, hanc methodum non eſſe aptam ad curuas algebraicas ſimpliciores exhibendas; atque multo minus ad hunc ſcopum pertingere poterimus, ſi angulus α fuerit minor pars aliquota totius peripheriae 2π. Ratio huius defectus in hoc eſt ſita, quod dum pro V functionem algebraicam quantitatum ſin. $n\phi$ et coſ $n\phi$ aſſumimus, alias lineas curuas non inueniamus, niſi quarum rectificatio a quadratura circuli pendeat; cum enim habeamus $s = \frac{a\Phi}{\alpha} + V$, quilibet arcus harum curuarum erit aggregatum ex arcu circulari $\frac{a\Phi}{\alpha}$ et linea recta V algebraice aſſignabili. Quare vt curuae algebraicae ſimpliciores inde elici poſſent, pro V functio tranſcendens accipi deberet, quae tamen ita eſſet comparata, vt formulae dV ſin. ϕ et dV coſ ϕ integrationem admitterent: Verum his caſibus iudicium, vtrum functio V debita gaudeat proprietate, difficilius videtur quam vt ei in calculo fidere queamus. Hinc eo magis e re erit vt tradatur

Methodus magis idonea curuas algebraicas huic quaeſtioni ſatisfacientes inueniendi.

18. Talem autem methodum conſideratio ſimilitudinis arcuum AM et FN largitur. Cum enim natura problematis hanc ſimilitudinem inuoluat; etiam viciſſim concludere licet omnes curuas, in quibus haec ſimilitudo locum habeat, ſimul problemati ſatisfacere. Namque ſi arcus AMF habeat

 ampli-

amplitudinem propoſitam $=\alpha$, atque curua vltra F ita protendatur, vt arcus FN ſimilis et aequalis ſit arcui AM, tum ſumto arcu FN aequali arcui AM, tam eius longitudo MFN aequalis erit arcui AMF, quam eius amplitudo MLN aequalis amplitudini AEF $=\alpha$. Quare ad problema reſoluendum ſufficit eiusmodi curuas inueſtigare, quae vltra arcum AF cuius amplitudo eſt $=\alpha$ ita continuentur, vt portio continuata FN ſimilis et aequalis ſit ipſi curuae AM.

19. Siue igitur curua ad axem AE ſiue ad axem FE referatur eadem prodire debet aequatio inter coordinatas; verum ſi recta FE inaequalis fuerit rectae AE hinc quaedam diſparitas naſcitur, vt arcus FN non aeque ad punctum E referatur, atque arcus AM eo refertur: commoditas autem analyſeos poſtulat, vt punctum in calculum introducatur, ad quod arcus ſimiles AM et FN aequaliter referantur. Vt igitur tale punctum inueniamus, per data tria puncta A, E et F circulum deſcribamus AEF, eiusque arcu AEF biſecto in C, erit C hoc punctum quod deſideramus. Cum enim anguli CAE et CFE ſint aequales, arcus AM et FN aequaliter referuntur ad rectas AC et FC, et quia FC $=$ AC, horum arcuum quoque par eſt relatio ad punctum C, quod idcirco centrum ſimilitudinis appellari poteſt. Quin etiam angulus ACF, etſi lineae CA et CF in curuam non ſunt normales, ſed quia ſimiliter ad eam ſunt incli-

Tab. I. Fig. 3.

inclinatae, ipſi amplitudini propoſitae α erit aequalis; hoc ergo puncto C tanquam centro ſimilitudinis arcuum AM et FN ad noſtrum inſtitutum vti poterimus.

20. Sumtis ergo a punctis A et F arcubus aequalibus AM et FN ductisque ad C rectis MC et NC, tam ipſae quam anguli ACM et FCN erunt aequales, et cum ſit $MFN = AMF$ etiam amplitudo arcus MFN erit $= \alpha$, tantumque angulum rectae MC et NC, etiamſi ad curuam non fuerint normales, conſtituunt ſcilicet $MCN = \alpha$. Hoc modo conſideratio normalium vel tangentium prorſus ex calculo exuitur, et quaeſtio iam huc eſt reducta, vt eiusmodi quaeratur linea curua AMFN circa punctum fixum C deſcribenda, vt ſi angulo ACM reſpondeat radius CM, idem quoque radius CN conueniat angulo $ACM + \alpha$. Siue poſito angulo $ACM = \omega$ et recta $CM = z$, eiusmodi aequatio inter z et ω eſt quaerenda, quae eadem ſit menſura, etiamſi pro ω ſtatuatur $\omega + \alpha$. Quare ratiocinium vt ſupra inſtituendo, recta z exprimi debebit functione quapiam rationali quantitatum $\sin.\frac{2\pi\omega}{\alpha}$ et $\cos.\frac{2\pi\omega}{\alpha}$, quippe quae ſuos valores, dum $\omega + \alpha$ pro ω ſcribitur, non mutant.

21. Haec conditio ita eſt comparata, vt ſtatim ſine vlla praeuia integratione ad curuas algebraicas deducat, atque adeo inde aequatio generalis pro omnibus curuis algebraicis problemati ſatisfacientibus

tibus exhiberi poſſit. Si enim Ω denotet functionem quamcunque rationalem binarum quantitatum ſin. $\frac{2\pi\omega}{\alpha}$ et coſ. $\frac{2\pi\omega}{\alpha}$, aequatio haec $z = c\,\Omega$ omnes curuas algebraicas problemati ſatisfacientes in ſe complectetur: indeque etiam facile aequatio inter coordinatas conſuetas deduci poterit. Sumta namque recta CA pro axe in eamque ex M demiſſo perpendiculo MP, ſi vocentur $CP = x$ et $PM = y$, erit primo $z = \sqrt{(xx + yy)}$ tum vero ſin. $\omega = \frac{y}{z}$ et coſ. $\omega = \frac{x}{z}$; ex quibus formulis ſi ſecundum praecepta cognita ſinus et coſinus anguli multipli $\frac{2\pi\omega}{\alpha}$ definiantur, aequatio inter coordinatas x et y obtinebitur. Ad hoc autem neceſſe eſt, vt angulus α, quo amplitudo propoſita deſignatur, rationem teneat rationalem ad angulum rectum; nam ſi $\frac{2\pi}{\alpha}$ eſſet numerus irrationalis, euidens eſt nullam curuam algebraicam eſſe ſatisfacturam.

22. Si ergo talis aequatio inter radium z et angulum ω aſſumatur; neceſſe eſt, vt etiam primae conditioni, qua eſſe debet $s = \frac{a\Phi}{\alpha} + V$ exiſtente V functione quacunque rationali, ſeu vniformi quantitatum ſin. $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$ et coſ. $\frac{2\pi\Phi}{\alpha}$, ſatisfiat. Prodit autem elementum arcus curuae $ds = \sqrt{(dz^2 + zzd\omega^2)}$, et cum Φ denotet amplitudinem arcus AM, ſi angulus conſtans CAE ponatur $= \gamma$, reperitur $\frac{dz}{z} = d\omega \operatorname{tang.}(\omega - \Phi + \gamma)$ et $ds = \frac{z\,d\omega}{\operatorname{coſ.}(\omega - \Phi + \gamma)} = \frac{dz}{\operatorname{ſin.}(\omega - \Phi + \gamma)}$ vnde non patet, quemadmodum conditioni $s = \frac{a\Phi}{\alpha} + V$ ſatis-

ſatisfiat. Quo magis notatu digna eſt haec altera ſolutio, quod introducendo nouo angulo ω, multo facilior relatio inter variabiles z et ω ſit inuenta, quae neque ipſum arcum s neque eius amplitudinem Φ, circa quas quantitates tamen problema proprie verſatur, contineat. Ad quod compendium cum nos conſideratio geometrica perduxiſſet, inſigni hoc problema nobis eſt exemplo, quantum per conſiderationes geometricas ſaepenumero ſolutiones problematum Analyticorum promoueri queant; et quanta ſubſidia inde in Analyſi ſint expectanda.

Quaeſtio I.

23. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum amplitudo eſt* 360°, *ſint eiusdem magnitudinis.*

Patet, huic quaeſtioni omnes curuas in ſe redeuntes ſatisfacere, atque adeo certo reſpectu omnes plane curuas, ſiquidem arcus in infinitum excurrentes in cenſum admittere velimus. Hoc etiam noſtra ſolutio indicat; nam ob $\alpha = 2\pi$, pro z capi oportet functionem quamcunque binarum quantitatum ſin ω et coſ. ω. Cum igitur ſit ſin. $\omega = \frac{y}{z}$ et coſ. $\omega = \frac{x}{z}$, quaecunque aequatio inter x et y fingatur ponendo $x = z$ coſ. ω et $y = z$ ſin. ω, reſultabit aequatio inter z et ω ex qua z aequabitur functioni cuipiam ipſarum ſin. ω et coſ. ω, quae etſi forte

non eſt rationalis, curuaque ideo variis plexibus conſtare poteſt, tamen ad ſolutionem problematis accommodari poteſt. Vnde affirmare licebit, ſi Z fuerit functio quaecunque ipſius $xx+yy$ et quantitatum x et y, tum aequationem $Z=0$ fore pro curua ſatisfaciente. Interdum quidem fieri poteſt, ſi z ſit functio irrationalis ipſorum ſin ω et coſ. ω, vt duo pluresue arcus exiſtant, quorum eadem ſit amplitudo $=360^\circ$, quorum non omnes ſatisfaciant, ſed inter eos ſemper erit vnus adaequate ſatisfaciens, quem a reliquis facile erit diſcernere.

Quaeſtio 2.

24. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem eſt amplitudo* $\alpha=180^\circ$, *ſint inter ſe aequales.*

Miſſo igitur problemate praecedente, cui omnes plane curuae algebraicae ſatisfaciunt, ſit $\alpha=\pi$, et $\frac{2\pi}{\alpha}=2$, atque pro z ſumi debebit functio quaecunque binarum quantitatum ſin. 2ω et coſ. 2ω. Cum ergo ſit ſin. $2\omega=\frac{2xy}{zz}$ et coſ $2\omega=\frac{xx-yy}{zz}$, ſi Z denotet functionem quamcunque rationalem harum quantitatum:

$$xx+yy;\quad xy \quad \text{et } xx-yy$$

ſeu quod eodem redit harum quantitatum:

$$xx,\quad xy \quad \text{et } yy$$

tum

tum aequatio $Z=0$, problemati generaliter ſatisfaciet.

25. Ex ordine igitur ſecundo huic quaeſtioni in genere ſatisfacient omnes lineae hac aequatione contentae:

$$Axx+Bxy+Cyy=aa$$

quae complectitur omnes ſectiones conicas, per quarum centrum hic axis tranſire, et abſciſſae a centro computari aſſumuntur. Non ſolum igitur ellipſes, vt ſupra notauimus, hic locum habent, ſed etiam hyperbolae, vbi quidem arcus, quorum amplitudo eſt 180° fiunt infiniti. Quae aequatio quomodo ſatisfaciat, vt appareat, ponatur $x=z\,\mathrm{coſ.}\,\omega$ et $y=z\,\mathrm{ſin.}\,\omega$, ex eaque elicietur:

$$z=\frac{a}{\sqrt{(A\,\mathrm{coſ.}\,\omega^2+B\,\mathrm{ſin.}\,\omega\,\mathrm{coſ.}\,\omega+C\,\mathrm{ſin.}\,\omega^2)}}$$

quae ob $\mathrm{coſ.}\,\omega^2=\frac{1+\mathrm{coſ.}\,2\omega}{2}$; $\mathrm{ſin.}\,\omega^2=\frac{1-\mathrm{coſ.}\,2\omega}{2}$ et $\mathrm{ſin.}\,\omega\,\mathrm{coſ.}\,\omega=\frac{1}{2}\mathrm{ſin.}\,2\omega$ reducitur ad hanc formam:

$$z=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{(A+C+(A-C)\mathrm{coſ.}\,2\omega+B\,\mathrm{ſin.}\,2\omega)}}$$

vnde patet valorem ipſius z eundem manere, etiamſi pro ω ſcribatur $\omega+\pi$; ita vt irrationalitas huius functionis negotium non turbet, quod etiam in reliquis caſibus eſt notandum.

26. Ex ordine tertio nulla curua proprie ſatisfacit; verum ex ordine quarto habemus hanc aequationem generalem

$$Ax^4+Bx^3y+Cxxyy+Dxy^3+Ey^4+Fxx+Gxy+Hyy+I=0$$

 in

in qua tamen, ſi curua proprie ſatisfacere debeat, cauendum eſt, ne curua habitura ſit ramos in infinitum extenſos; ſiquidem eorum ratio minus perſpicue ad propoſitum transferri poteſt, quemadmodum hoc incommodum etiam in hyperbola habet locum. Atque haec eſt ratio, quod ordo tertius nullarum huiusmodi ſit capax, etiam ſi haec aequatio forte per diuiſionem in ordinem tertium migrare poſſit: ſi enim eſſet $E=0$, $H=0$, et $I=0$ diuiſione per x facta haberetur aequatio tertii ordinis. Maximum autem incommodum, quod his caſibus vſu venit, in hoc conſiſtit, quod arcuum, poſtquam in infinitum excurrerint, continuationes difficilius perſpiciantur, haeque ipſae interdum pro negatiuis ſint habendae, id quod ſcopo, cui propoſitio problematis eſt accommodata, plurimum aduerſatur.

Quaeſtio 3.

27. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem amplitudo eſt* $\alpha = 120°$, *ſint eiusdem magnitudinis.*

Hoc ergo caſu eſt $\frac{2\pi}{\alpha} = 3$, et z denotabit functionem quamcunque binarum quantitatum ſin. 3ω et coſ. 3ω: cum ergo ſit

$$\text{ſin.}\,3\omega = \frac{3xxy - y^3}{z^3} \text{ et coſ.}\,3\omega = \frac{x^3 - 3xyy}{z^3}$$

patet, ſi pro Z capiatur functio vtcunque compoſita ex his tribus formulis:

$$xx + yy; \quad 3xxy - y^3, \text{ et } x^3 - 3xyy$$

tum

tum aequationem $Z=0$ complecti omnes curuas algebraicas quaeſtioni ſatisfacientes. Vnde ſi excludamus in infinitum extenſas, poſt circulum ſimpliciſſimae erunt ordinis quarti hac aequatione contentae:

$$(xx+yy)^2+fy(3xx-yy)+gx(xx-3yy)\pm hh(xx+yy)\pm k^4=0.$$

Cum in hac curua omnes arcus amplitudinis $120°$ ſint aequales, etiam eorum dupli, quorum amplitudo eſt $240°$ inter ſe erunt aequales. In genere autem valet, ſi in curua quapiam arcus amplitudinis α ſint aequales, in eadem quoque arcus amplitudinis 2α, 3α, 4α etc. reſpectiue inter ſe aequales fore.

Quaeſtio 4.

28. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem eſt amplitudo* $\alpha=90°$, *ſint inter ſe aequales.*

Quia hoc caſu eſt $\frac{2\pi}{\alpha}=4$, pro z ſumi debet functio quaecunque binarum quantitatum $\sin.4\omega$ et $\cos.4\omega$, vnde cum ob $\sin.\omega=\frac{y}{z}$ et $\cos.\omega=\frac{x}{z}$ ſit

$$\sin.4\omega=\frac{4x^3y-4xy^3}{z^4} \text{ et } \cos.4\omega=\frac{x^4-6xxyy+y^4}{z^4}$$

ſi Z denotet functionem vtcunque conflatam ex his tribus formulis

$$xx+yy;\quad xy(xx-yy) \text{ et } x^4-6xxyy+y^4$$

ſeu ob $x^4 - 6xxyy + y^4 = (xx+yy)^2 - 8xxyy$ ex his tribus

$$xx+yy; \quad xy(xx-yy) \quad \text{et} \quad xxyy$$

aequatio $Z=0$ complectetur omnes curuas algebraicas quaeſtioni ſatisfacientes. Poſt circulum igitur ſimpliciſſimae erunt ex ordine quarto hac aequatione contentae:

$$x^4 + mx^3y - nxxyy - mxy^3 + y^4 \pm ff(xx+yy) \pm g^4 = 0$$

quarum eae, quae vno tractu ſimplici in ſe redeunt, modo maxime naturali ſatisfaciunt, cuiusmodi eſt $x^4+y^4=g^4$; hoc ſenſu enim non ſolum ramos in infinitum extenſos, ſed etiam plexus plurium tractuum euitari conuenit.

Quaeſtio 5.

29. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem eſt amplitudo $\alpha = 72°$ ſint inter ſe aequales.*

Hoc caſu habemus $\frac{2\pi}{\alpha} = 5$, et pro z ſumenda eſt functio quaecunque binarum quantitatum ſin. 5ω et coſ. 5ω. Cum vero ſit

$$\text{ſin.}\, 5\omega = \frac{5x^4y - 10x^2y^3 + y^5}{z^5} \quad \text{et coſ}\, 5\omega = \frac{x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4}{z^5}$$

ſi Z denotet functionem vtcunque compoſitam ex his tribus formulis

$$xx+yy; \quad 5x^4y - 10x^2y^3 + y^5 \quad \text{et} \quad x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4$$

aequatio $Z=0$ complectetur omnes curuas algebraicas problemati ſatisfacientes. Vnde ſi ramos in infinitum

ſinitum extenſos euitare velimus, poſt circulum ſimpliciſſimae curuae ad ordinem ſextum pertinebunt, hac aequatione contentae:

$$(xx+yy)^3+fy(5x^4-10xxyy+y^4)+gx(x^4-10xxyy+5y^4)$$
$$\pm hh(xx+yy)^2 \pm k^4(xx+yy) \pm l^6 = 0.$$

In his autem curuis non ſolum arcus, quorum amplitudo eſt 72° ſeu $\frac{2\pi}{5}$, ſed etiam ii, quorum amplitudo eſt vel $2.\frac{2\pi}{5}$ vel $3.\frac{2\pi}{5}$, vel $4.\frac{2\pi}{5}$, inter ſe erunt aequales.

Quaeſtio 6.

30. *Inuenire omnes curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum eadem eſt amplitudo* $\alpha=60°$, *ſint inter ſe aequales.*

Erit igitur $\frac{2\pi}{\alpha}=6$, et pro z capienda eſt functio quaecunque harum quantitatum ſin. 6ω et coſ 6ω Cum igitur ſit

$$\text{ſin.}\, 6\omega = \frac{6x^5y-20x^3y^3+6xy^5}{z^6} \text{ et coſ.}\, 6\omega = \frac{x^6-15x^4y^2+15x^2y^4-y^6}{z^6}$$

ſi Z denotet functionem vtcunque compoſitam ex his tribus formulis:

$$xx+yy;\ xy(3x^4-10xxyy+3y^4);\ x^6-15x^4yy+15xxy^4-y^6$$

aequatio $Z=0$ continebit omnes curuas algebraicas quaeſito ſatisfacientes. Tales ergo praeter circulum infra ordinem ſextum non dantur, quae autem ſunt ex

ex hoc ordine iſta aequatione generali comprehenduntur:

$(xx+yy)^3+mxy(3x^4-10xxyy+3y^4)+n(x^6-15x^4yy+15xxy^4-y^6)\pm ff(xx+yy)^2\pm g^4(xx+yy)\pm h^6=0.$

Atque in his curuis non ſolum arcus amplitudinem 60°, ſed etiam amplitudinem 120°, 180°, 240°, et 300° habentes ſunt inter ſe aequales.

Quaeſtio generalis.

31. *Inuenire curuas algebraicas, in quibus omnes arcus, quorum amplitudo datam ad 360° tenet rationem, ſint inter ſe aequales.*

Sit ergo amplitudo propoſita ad 360° vti m ad n ſeu $\alpha=\frac{m}{n}.2\pi$ ideoque $\frac{2\pi}{\alpha}=\frac{n}{m}$: atque iam ſatis notauimus, ſi arcus amplitudinis $\frac{2\pi}{n}$ fuerint aequales, etiam arcus amplitudinis $\frac{m}{n}.2\pi$ fore inter ſe aequales, vnde ſufficit pro z ſumſiſſe functionem binarum quantitatum ſin. $n\omega$ et coſ. $n\omega$, ita vt numerus m non in computum ingrediatur. Cum autem ſit

$$\text{ſin.}\,n\omega=\frac{(x+y\sqrt{-1})^n-(x-y\sqrt{-1})^n}{2z^n\sqrt{-1}} \text{ et coſ.}\,n\omega=\frac{(x+y\sqrt{-1})^n+(x-y\sqrt{-1})^n}{2z^n}$$

aequatio $Z=0$ continebit omnes curuas algebraicas quaeſito ſatisfacientes, ſi fuerit Z functio vtcunque ex his tribus formulis conflata:

$$xx+yy;\ \frac{(x+y\sqrt{-1})^n-(x-y\sqrt{-1})^n}{2\sqrt{-1}} \text{ et } \frac{(x+y\sqrt{-1})^n+(x-y\sqrt{-1})^n}{2}$$

Vel

Vel euolutis his poteſtatibus, vt imaginaria ſe deſtruant, functio Z formata eſſe debebit ex his tribus formulis:

I. $xx + yy$

II. $nx^{n-1}y - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{n-3}y^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} x^{n-5}y^5 - \text{etc.}$

III. $x^n - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} x^{n-2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^{n-4}y^4 - \text{etc.}$

32. Cum mihi igitur fuiſſet propoſitum, omnes curuas inueſtigare, quae hanc habeant proprietatem, vt omnes earum arcus, qui amplitudinem quandam datam habent, ſint inter ſe aequales; hoc problema equidem ita perfecte ſolutum dediſſe mihi videor, vt nihil praeterea deſiderari poſſit. Primum enim ex natura amplitudinis formulam generalem pro huiusmodi curuis exhibui, quae autem cum in differentialibus ſubſiſteret, et curuas algebraicas difficulter proderet, imprimis ſimpliciores; ſimilitudinis arcuum ratio, quam indidem obſeruare licuit, eximiam patefecit methodum, omnes adeo curuas algebraicas expedite inueniendi. Quod negotium cum primo intuitu maxime arduum eſſet viſum, iſtud artificium ex natura ſimilitudinis petitum vtique omnem attentionem meretur, neque vllum eſt dubium, quin inde alia inſignia ſubſidia in Analyſin hauriri queant.

EVOLVTIO GENERALIOR FORMVLARVM COMPARATIONI CVRVARVM INSERVIENTIVM.

Auctore

L. EVLERO.

1.

Quae de comparatione arcuum circularium ex elementis ſunt cognita, et quae Illuſtr. Comes Fagnanus de ſimili comparatione arcuum curvae Lemniſcatae mira ſagacitate eliciuit, ea, vti iam aliquoties oſtendi, ita generalius enunciari poſſunt, vt ſi cuiuſpiam lineae curuae arcus indefinite per hanc formulam integralem exprimatur: $\int \frac{\mathfrak{A}\,dz}{\sqrt{(A + Czz + Ez^4)}}$, tum in ea curua, ſumto arcu quocunque, ab alio quouis puncto arcum geometrice abſcindi poſſe illi arcui aequalem. Atque hinc etiam propoſito arcu quocunque ab alio quouis puncto arcus abſcindi poterit, qui illius arcus ſit duplus ſeu triplus, ſeu qui in genere ad eum rationem quamcunque rationalem teneat. Vnde conſequitur omnium curuarum, quarum quidem rectificatio iſta formula contineatur, arcus perinde atque arcus circulares inter ſe comparari poſſe.

2. Deinde quae de comparatione arcuum parabolicorum iam pridem ſunt inuenta, et quae ſimili

mili modo Ill. Comes Fagnanus circa arcus ellipticos et hyperbolicos ſummo acumine praeſtitit, ea deinceps tam late patere demonſtraui, vt pari ſucceſſu ad omnes curuas, quarum arcus indefinite per hanc formulam integralem: $\int \frac{dz(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}zz + \mathfrak{C}z^4 + \mathfrak{D}z^6 + etc.)}{\surd(A + Czz + Dz^4)}$ exprimatur, extendi queant. Sumto ſcilicet in tali curua arcu quocunque, ab alio quouis puncto arcus abſcindi poterit, qui ab illo arcu differat quantitate geometrice aſſignabili. Tum vero etiam abſcindi poterunt eiusmodi arcus, qui ab arcus propoſiti duplo, triplo, vel quouis multiplo differant quantitate geometrice aſſignabili. Quin etiam illud punctum, vnde arcus abſcindi oportet, ita capi poterit, vt haec differentia plane in nihilum abeat.

3. Quaecunque ergo circa arcus parabolicos iam olim ſunt praeſtita, eadem quoque in omnibus curuis, quarum rectificatio ad iſtam formulam integralem eſt reductibilis, pari ſucceſſu expediri poterunt. Cum autem Comes Fagnanus ad has mirabiles comparationes per ſubſtitutiones admodum moleſtas, et quarum ratio inuentionis ne quidem perſpiciatur, peruenerit; ego methodum planam aperui, quae quaſi ſponte ad easdem comparationes manuducat. Atque iſta methodus etiam multo vberius hoc negotium conficit, quod generaliſſime omnes comparationes in ſe complectitur; aequiualet enim integrationi completae, quae ſimul conſtantem arbitrariam inuoluit, dum illae ſubſtitutiones tantum

 tum

tum integrationes particulares referre ſunt cenſendae, quam ob cauſam mihi quidem huius methodi beneficio multo longius progredi licuit, vti ex aliquot ſpeciminibus, quae iam dedi, luculenter apparet.

4. Quemadmodum autem in his formulis, quas pertractaui, iſta expreſſio ſurda $\sqrt{(A+Czz+Ez^4)}$ implicatur, quae quidem iam caſus ſolutu difficillimos complectitur, ita eadem ad expreſſionem ſurdam magis complicatam hanc: $\sqrt{(A+2Bz+Czz+2Dz^3+Ez^4)}$ extendi poſſe obſeruaui; qua multo amplior campus aperitur ſimiles comparationes in pluribus aliis lineis curuis inſtituendi. Neque vero haec inueſtigatio tantum in lineis curuis tam eximium praeſtat vſum, ſed etiam in Analyſi et calculo integrali grauiſſima incrementa largiri videtur, ad quae plenius excolenda vt viam ſternam, euolutiones ad hanc formulam generaliorem pertinentes diligentius exponam. Hunc in finem propoſita ſit ſequens aequatio relationem inter binas variabiles x et y exprimens.

Aequatio Canonica expendenda

$$0=\alpha+2\beta(x+y)+\gamma(xx+yy)+2\delta xy+2\varepsilon xy(x+y)+\zeta xxyy.$$

5. Haec aequatio praeter binas variabiles x et y continet ſex quantitates conſtantes, quae autem cum tantum earum ratio ſpectetur, ad quinque reducuntur, ita vt quinque determinationes ab arbitrio

trio noſtro pendentes recipere ſit cenſenda. Deinde etſi haec aequatio ratione variabilium ad quatuor dimenſiones exſurgit, tamen vtraque ſeorſim nusquam vltra duas aſcendit, ita vt vtriusque valor per reſolutionem aequationis quadraticae exhiberi queat: id quod praeſens inſtitutum neceſſario poſtulat. Denique ambae variabiles x et y in hanc aequationem aequaliter ingrediuntur, et etiamſi permutentur nullam mutationem inducunt, vt vtraque per alteram formula omnino ſimili exprimatur. Atque ob has rationes membra x^3+y^3, x^4+y^4; et $xy(xx+yy)$, vti et altiores dimenſiones omitti oportuit.

6. Quodſi iam ex hac aequatione tam valorem ipſius x quam ipſius y extrahamus, reperiemus:

$$x = \frac{-\beta-\delta y-\varepsilon yy \pm \sqrt{((\beta+\delta y+\varepsilon yy)^2-(\alpha+2\beta y+\gamma yy)(\gamma+2\varepsilon y+\zeta yy))}}{\gamma+2\varepsilon y+\zeta yy}$$

$$y = \frac{-\beta-\delta x-\varepsilon xx \pm \sqrt{((\beta+\delta x+\varepsilon xx)^2-(\alpha+2\beta x+\gamma xx)(\gamma+2\varepsilon x+\zeta xx))}}{\gamma+2\varepsilon x+\zeta xx}.$$

Ponamus breuitatis gratia:

$$\pm\sqrt{((\beta+\delta y+\varepsilon yy)^2-(\alpha+2\beta y+\gamma yy)(\gamma+2\varepsilon y+\zeta yy))} = Y$$
$$\pm\sqrt{((\beta+\delta x+\varepsilon xx)^2-(\alpha+2\beta x+\gamma xx)(\gamma+2\varepsilon x+\zeta xx)} = X)$$

vt habeamus:

$$x = \frac{-\beta-\delta y-\varepsilon yy+Y}{\gamma+2\varepsilon y+\zeta yy} \text{ et } y = \frac{-\beta-\delta x-\varepsilon xx+X}{\gamma+2\varepsilon x+\zeta xx}$$

ideoque:

$$Y = \beta+\delta y+\varepsilon yy+x(\gamma+2\varepsilon y+\zeta yy)$$
$$X = \beta+\delta x+\varepsilon xx+y(\gamma+2\varepsilon x+\zeta xx)$$

 7. Hunc

7. Hanc aequationem canonicam differentiemus, ac prodibit aequatio differentialis per binarium diuiſa:

$$0 = \begin{array}{l} +\beta dx + \gamma x dx + \delta y dx + 2\varepsilon x y dx + \varepsilon y y dx + \zeta x y y dx \\ +\beta dy + \gamma y dy + \delta x dy + 2\varepsilon x y dy + \varepsilon x x dy + \zeta x x y dy \end{array}$$

quae cum reducatur ad hanc formam

$$0 = \begin{array}{l} + dx(\beta + \delta y + \varepsilon y y) + x dx(\gamma + 2\varepsilon y + \zeta y y) \\ + dy(\beta + \delta x + \varepsilon x x) + y dy(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta x x) \end{array}$$

quoniam coefficientes ipſorum dx et dy ſunt eae ipſae quantitates, quas modo pro formulis radicalibus X et Y exhibuimus, iſta aequatio differentialis erit

$$0 = \mathrm{Y}dx + \mathrm{X}dy \text{ ſeu } \frac{dx}{\mathrm{X}} + \frac{dy}{\mathrm{Y}} = 0$$

in qua cum variabiles x et y ſint ſeparatae, ſi quidem pro X et Y valores illos ſurdos ſubſtituamus, per integrationem inde hanc aequationem finitam obtinebimus

$$\int \frac{dx}{\mathrm{X}} + \int \frac{dy}{\mathrm{Y}} = \text{Conſt.}$$

8. Cum igitur haec aequatio integralis certam quandam relationem inter variabiles x et y exprimat, ea a relatione in aequatione contenta diverſa eſſe non poteſt, ſicque ipſa aequatio canonica continebit iſtam aequationem integralem. Etſi ergo in aequatione differentiali $\frac{dx}{\mathrm{X}} + \frac{dy}{\mathrm{Y}} = 0$, neutra pars eſt integrabilis, atque adeo neque per circuli quadraturam neque logarithmos expediri poteſt, tamen inte-

integratio algebraicam relationem inter ambas variabiles x et y praebet, propterea quod haec aequatio integrata cum ipſa aequatione canonica conuenit. Quin etiam dico, aequationem canonicam non ſolum caſum particularem integralis praebere, cuiusmodi caſus ſaepe aequationibus maxime complicatis ſatisfaciunt, ſed eam adeo integrale completum ſecundum omnem extenſionem exhibere.

9. Ad hoc oſtendendum, in quo ſine dubio ſumma vis huius integrationis agnoſci debet, notaſſe ſufficit in aequatione canonica vna conſtante plus contineri quam in aequatione differentiali. Vidimus enim aequationem canonicam quinque inuoluere conſtantes arbitrarias; vnde examinemus, quot huiusmodi conſtantes aequatio differentialis complectatur. Manifeſtum autem eſt eam huiusmodi habere formam:

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}}+\frac{dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^3+Ey^4)}}=0$$

in qua quidem etiam quinque conſtantes A, B, C, D, E ineſſe videntur: verum euidens eſt, vnamquamque per diuiſionem tolli poſſe, ita vt re vera quatuor tantum ineſſe ſint cenſendae. Quare cum aequatio integralis quinque contineat, vna arbitrario noſtro relinquitur, quod eſt manifeſtum indicium integralis completi.

10. Vtcunque autem iſti quinque coefficientes A, B, C, D, E ſe habeant, ſemper coefficientes aequationis canonicae iis conformiter ita definiri poſſunt,

poſſunt, vt vnus maneat indeterminatus. Diuidamus enim aequationem differentialem per quantitatem indefinitam p, quae iam ſublata eſt cenſenda, vt re vera fuerit:

$$X = \sqrt{(Ap + 2Bpx + Cpxx + 2Dpx^3 + Epx^4)}.$$

Iam euoluamus quoque ſecundum poteſtates ipſius x valorem primitiuum ipſius X, qui erit

$$X = \sqrt{\left(\begin{matrix} \beta\beta \\ -\alpha\gamma \end{matrix} \begin{matrix} +2\beta\delta \\ -2\alpha\varepsilon \\ -2\beta\gamma \end{matrix} \right\} x \begin{matrix} +2\beta\varepsilon \\ +\delta\delta \\ -\alpha\zeta \\ -4\beta\varepsilon \\ -\gamma\gamma \end{matrix} \right\} x^2 \begin{matrix} +2\delta\varepsilon \\ -2\beta\zeta \\ -2\gamma\varepsilon \end{matrix} \right\} x^3 \begin{matrix} +\varepsilon\varepsilon \\ -\gamma\zeta \end{matrix} \right\} x^4 \right)}$$

atque iſtae literae α, β, γ, δ, ε, ζ ita definiantur, vt haec forma cum priori congruens reddatur, ſic enim patebit vnam determinationem adhuc arbitrio noſtro relinqui.

11. Satisfieri igitur oportet ſequentibus quinque aequationibus:

I. $\beta\beta - \alpha\gamma = Ap$

II. $\beta\delta - \alpha\varepsilon - \beta\gamma = Bp$

III. $\delta\delta - \alpha\zeta - 2\beta\varepsilon - \gamma\gamma = Cp$

IV. $\delta\varepsilon - \beta\zeta - \gamma\varepsilon = Dp$

V. $\varepsilon\varepsilon - \gamma\zeta = Ep.$

Ponamus ad abbreuiandum $\delta - \gamma = \lambda$ ſeu $\delta = \gamma + \lambda$ et incipiamus a II et IV,

II. $\beta\lambda - \alpha\varepsilon = Bp$ et IV. $\varepsilon\lambda - \beta\zeta = Dp$

vnde

vnde definiemus β et ε ita vt ſit:

$$\beta = \frac{D\alpha + B\lambda}{\lambda\lambda - \alpha\zeta}\,p \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{B\zeta + D\lambda}{\lambda\lambda - \alpha\zeta}\,p.$$

At I et V coniunctae dant:

$$\beta\beta\zeta - \alpha\varepsilon\varepsilon = Ap\zeta - Ep\alpha = \frac{BB\zeta - DD\alpha}{\lambda\lambda - \alpha\zeta}\,pp$$

vnde eruitur $p = \frac{(\lambda\lambda - \alpha\zeta)(A\zeta - E\alpha)}{BB\zeta - DD\alpha}$,
qui valor in alterutra ſubſtitutus praebet

$$\gamma = \frac{(A\zeta - E\alpha)((ADD - BBE)\lambda\lambda + 2BD(A\zeta - E\alpha)\lambda + ABB\zeta\zeta - DDE\alpha\alpha)}{(BB\zeta - DD\alpha)^2}.$$

12. Supereſt igitur III. aequatio, quae ob $\delta = \gamma + \lambda$ tranſit in

$$2\gamma\lambda + \lambda\lambda - \alpha\zeta - 2\beta\varepsilon = Cp.$$

Cum nunc ſubſtituto valore ipſius p ſit

$$\beta = \frac{(A\zeta - E\alpha)(D\alpha + B\lambda)}{BB\zeta - DD\alpha} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{(A\zeta - E\alpha)(B\zeta + D\lambda)}{BB\zeta - DD\alpha}$$

ſi iſti valores pro γ, β, ε et p ſubſtituantur, tota aequatio per $\lambda\lambda - \alpha\zeta$ diuidi poterit, quo facto reperietur

$$\lambda = \frac{C(A\zeta - E\alpha)(BB\zeta - DD\alpha) - 2BD(A\zeta - E\alpha)^2 - (BB\zeta - DD\alpha)^2}{2(A\zeta - E\alpha)(ADD - BBE)}.$$

Quoniam igitur nunc omnibus conditionibus eſt ſatisfactum, arbitrio noſtro adhuc relinquuntur duo coefficientes α et ζ, ſeu potius eorum ratio mutua, quam ergo pro lubitu definire licet. Ex quo manifeſtum eſt, in aequatione integrali ſeu ipſa canonica ineſſe conſtantem arbitrariam ab aequatione differentiali non pendentem.

Alia reſolutio earundem formularum.

13. Quia iſtorum valorum applicatio fieri nequit caſibus, quibus $ADD-BBE=0$, aliam reſolutionem huic incommodo non obnoxiam tradam. Poſito autem $\delta=\gamma+\lambda$, ſtatuo porro: $\lambda\lambda-\alpha\zeta=\mu$ ſeu $\lambda\lambda=\mu+\alpha\zeta$, atque vt ante ex aequationibus II et IV habebimus:

$$\beta=\frac{p}{\mu}(D\alpha+B\lambda)\,;\ \varepsilon=\frac{p}{\mu}(B\zeta+D\lambda).$$

Tum vero quia I et V coniunctae dant

$$A\zeta-E\alpha=(BB\zeta-DD\alpha)\frac{p}{\mu}$$

hinc definio rationem inter α et ζ, ſeu quoniam alterutram pro lubitu accipere licet, vtramque hoc modo vt ſit:

$$\alpha=\mu A-BBp \quad \text{et} \quad \zeta=\mu E-DDp$$

hincque $\lambda\lambda=\mu+(\mu A-BBp)(\mu E-DDp)$. At alterutra I et V, valoribus hactenus inuentis ſubſtitutis, praebebit:

$$\gamma=\frac{pp}{\mu\mu}(2BD\lambda+(ADD+BBE)\mu)-\frac{2BBDDp^3}{\mu\mu}-\frac{p}{\mu}.$$

14. Quodſi iam hi valores in aequatione III ſubſtituantur, ea ad formam quidem admodum prolixam reducitur: verum negotium commodius abſoluetur, ſi valores pro α et ζ inuenti in formula vltima praecedentis reſolutionis ſubſtituantur, tum enim prodibit:

$$\lambda=\frac{\mu\mu}{2p}+BDp-\tfrac{1}{2}C\mu$$

cuius

cuius quadratum cum ſuperiori ipſius $\lambda\lambda$ valore coaequatum praebet:

$$\mu(\mu - Cp)^2 + 4(BD - AE)pp\mu + 4(ADD - BCD + BBE)p^3 = 4pp$$

ad quam reſoluendam ponamus $\mu = pM$ eritque

$$p = \frac{4}{M(M-C)^2 + 4M(BD-AE) + 4(ADD-BCD+BBE)}$$

et $\mu = \frac{4M}{M(M-C)^2 + 4M(BD-AE) + 4(ADD-BCD+BBE)}$

atque iam M eſt conſtans illa arbitraria integrale reddens completum.

15. Hoc modo omnes coefficientes α, β, γ, δ etc. eodem denominatore affecti prodibunt, qui ergo ſi per eundem multiplicentur ſequenti modo ſeſe habebunt:

$\alpha = 4(AM-BB)$; $\beta = 2B(M-C)+4AD$; $\gamma = 4AE-(M-C)^2$
$\zeta = 4(EM-DD)$; $\varepsilon = 2D(M-C)+4BE$; $\delta = MM-CC+4(AE+BD)$

ac ſi illum denominatorem breuitatis gratia ſtatuamus:

$$M(M-C)^2+4M(BD-AE)+4(ADD-BCD+BBE) = \Delta$$

aequatio noſtra canonica

$$0 = \alpha + 2\beta(x+y) + \gamma(xx+yy) + 2\delta xy + 2\varepsilon xy(x+y) + \zeta xxyy$$

reſoluta dabit:

$$\beta + \delta x + \varepsilon xx + y(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta xx) = \mp 2\sqrt{\Delta}(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^3 + Ex^4)$$

$$\beta + \delta y + \varepsilon yy + x(\gamma + 2\varepsilon y + \zeta yy) = \mp 2\sqrt{\Delta}(A + 2By + Cyy + 2Dy^3 + Ey^4)$$

 ſimul-

ſimulque eſt integrale completum huius aequationis differentialis:

$$0 = \frac{dx}{\pm\sqrt{(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^3 + Ex^4)}} + \frac{dy}{\pm\sqrt{(A + 2By + Cyy + 2Dy^3 + Ey^4)}}$$

quia conſtantem arbitrariam M inuoluit, quae in aequationem differentialem non ingreditur.

Inueſtigatio caſuum, quibus formula $\frac{Pdx}{X} + \frac{Qdy}{Y}$ ſit integrabilis.

16. Deſignat hic P functionem ipſius x et Q ſimilem functionem ipſius y, et quia haec formula integrabilis eſſe debet, ſit V eius integrale, vt habeamus:

$$\frac{Pdx}{X} + \frac{Qdy}{Y} = dV \text{ et } \int\frac{Pdx}{X} + \int\frac{Qdy}{Y} = V.$$

Cum autem ſit $\frac{dx}{X} + \frac{dy}{Y} = 0$, ideoque $\frac{dy}{Y} = \frac{-dx}{X}$, erit

$$dV = \frac{(P-Q)dx}{X} = \frac{(P-Q)dx}{\beta + \delta x + \varepsilon xx + \sqrt{(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta xx)}}$$

Caſus ergo inueſtigari oportet, quibus haec formula integrationem admittit.

17 Quoniam vero nulla eſt ratio, cur hic differentiale dx potius inſit, quam dy, tertiam variabilem introducamus, quae ad vtramque aequaliter referatur, ſiquidem quantitas V vtramque aequaliter inuoluere debet. Statuamus ergo $x + y = s$, et in aequatione differentiali (§. 7) pro dy ſcribamus $ds - dx$; ſicque prodibit:

0 =

$$\begin{aligned}0 = &+ dx(\beta + \delta y + \varepsilon yy) + xdx(\gamma + 2\varepsilon y + \zeta yy)\\ &- dx(\beta + \delta x + \varepsilon xx) - ydx(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta xx)\\ &+ ds(\beta + \delta x + \varepsilon xx) + yds(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta xx)\end{aligned}$$

vnde dx per ds ita definietur, vt ſit:

$$dx = \frac{ds(\beta + \delta x + \varepsilon xx) + yds(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta xx)}{\delta(x-y) + \varepsilon(xx-yy) - \gamma(x-y) + \zeta xy(x-y)} \text{ ſiue}$$

$$dx = \frac{ds}{x-y} \cdot \frac{\beta + \delta x + \varepsilon xx + y(\gamma + 2\varepsilon x + \zeta xx)}{\delta - \gamma + \varepsilon(x+y) + \zeta xy}$$

quo valore ſubſtituto fiet:

$$dV = \frac{(P-Q)ds}{(x-y)(\delta - \gamma + \varepsilon(x+y) + \zeta xy)}.$$

18. Cum P et Q ſint ſimiles functiones ipſarum x et y, manifeſtum eſt $P-Q$ per $x-y$ fore diuiſibile, et fractionem $\frac{P-Q}{x-y}$ vtramque variabilem x et y aequaliter eſſe complexuram. Quia vero poſuimus $x+y=s$, ponamus inſuper $xy=t$, vt ſit:

$$dV = \frac{P-Q}{x-y} \cdot \frac{ds}{\delta - \gamma + \varepsilon s + \zeta t}.$$

At ob $xx+yy=ss-2t$ aequatio canonica induet hanc formam:

$$0 = \alpha + 2\beta s + \gamma ss + 2(\delta - \gamma)t + 2\varepsilon st + \zeta tt$$

ex qua elicitur:

$$t = \frac{-\delta + \gamma - \varepsilon s + \sqrt{((\delta-\gamma)^2 - \alpha\zeta + 2(\delta-\gamma)\varepsilon s - 2\beta\zeta s + \varepsilon\varepsilon ss - \gamma\zeta ss)}}{\zeta}$$

ita vt ſit:

$$\delta - \gamma + \varepsilon s + \zeta t = \sqrt{((\delta-\gamma)^2 - \alpha\zeta + 2((\delta-\gamma)\varepsilon - \beta\zeta)s + (\varepsilon\varepsilon - \gamma\zeta)ss)}.$$

Statuamus hanc formulam irrationalem:

$$\sqrt{((\delta-\gamma)^2 - \alpha\zeta + 2((\delta-\gamma)\varepsilon - \beta\zeta)s + (\varepsilon\varepsilon - \gamma\zeta)ss)} = S$$

 vt

vt ſit

$$t = \frac{-(\delta-\gamma)-\varepsilon s+S}{\zeta} \text{ et } dV = \frac{P-Q}{x-y} \cdot \frac{ds}{S}.$$

19. Vt hinc iam caſus integrabilitatis eruamus, ponamus:

$$P = a+bx+cxx+dx^3+ex^4$$
$$Q = a+by+cyy+dy^3+ey^4$$

eritque

$$\frac{P-Q}{x-y} = b+c(x+y)+d(xx+xy+yy)+e(x^3+xxy+xyy+y^3)$$

ſiue introductis nouis variabilibus s et t

$$\frac{P-Q}{x-y} = b+cs+d(ss-t)+es(ss-2t).$$

At pro t valore ſubſtituto habebimus ob $\lambda = \delta-\gamma$

$$\frac{P-Q}{x-y} = \begin{matrix} b & +cs & +dss & +es^3 \\ +\frac{\lambda d}{\zeta} & +\frac{\varepsilon ds}{\zeta} & +\frac{2\varepsilon ess}{\zeta} & \\ & +\frac{2\lambda es}{c^3} & & \end{matrix} - \frac{(d+2es)S}{\zeta}$$

vnde conſequimur:

$$dV = \frac{\zeta b+\lambda d+(\zeta c+\varepsilon d+2\lambda e)s+(\zeta d+2\varepsilon e)ss+\zeta es^3}{\zeta S}\,ds - \frac{(d+2es)ds}{\zeta}$$

quam formulam integrabilem eſſe oportet.

20 Quo hoc facilius praeſtemus, recordemur ex §§. 13 et 14. eſſe $(\delta-\gamma)^2-\alpha\zeta = \lambda\lambda-\alpha\zeta = \mu$; $(\delta-\gamma)\varepsilon-\beta\zeta = Dp$; et $\varepsilon\varepsilon-\gamma\zeta = Ep$ vnde fit $S = \sqrt{(\mu+2Dps+Epss)}$; ſiue ex §. 14 et 15.

$$S = \frac{2\sqrt{(M+2Ds+Ess)}}{\sqrt{\Delta}}.$$

Ponamus porro breuitatis gratia:

$$b+\frac{\lambda d}{\zeta} = h;\; c+\frac{\varepsilon d+2\lambda e}{\zeta} = g;\; d+\frac{2\varepsilon e}{\zeta} = f$$

vt

vt ſit

$$dV = \frac{(b+gs+fss+es^3)ds\sqrt{\Delta}}{2\sqrt{(M+2Ds+Ess)}} - \frac{(d+2es)ds}{\zeta}$$

ſtatuatur partis prioris integrale:

$$(\mathfrak{F}+\mathfrak{G}s+\mathfrak{H}ss)\sqrt{\Delta(M+2Ds+Ess)}$$

eritque differentialium comparatione inſtituta:

$$b = 2\mathfrak{G}M + 1\mathfrak{F}D;\quad g = 4\mathfrak{H}M + 6\mathfrak{G}D + 2\mathfrak{F}E$$

$$f = 10\mathfrak{H}D + 4\mathfrak{G}E;\quad e = 6\mathfrak{H}E$$

vnde pro integrabilitate requiritur vt ſit:

$$0 = eD(3EM-5DD) + fE(3DD-EM) - 2gDEE + 2bE^3$$

21. Hac autem conditione impleta, erit:

$$\mathfrak{F} = \frac{b}{2D} - \frac{fM}{4DE} + \frac{5eM}{12EE};\quad \mathfrak{G} = \frac{f}{4E} - \frac{5eD}{12EE};\quad \mathfrak{H} = \frac{e}{6E}$$

et integrale quaeſitum reperietur:

$$V = (\mathfrak{F}+\mathfrak{G}s+\mathfrak{H}ss)\sqrt{\Delta(M+2Ds+Ess)} - \frac{(d+es)s}{\zeta},\ \text{vel}$$

$$V = (\mathfrak{F}+\mathfrak{G}s+\mathfrak{H}ss)\sqrt{\Delta S} - \frac{(d+es)s}{\zeta}.$$

Cum nunc ſit $S = \lambda + \varepsilon(x+y) + \zeta xy$, ſi pro s ſcribamus $x+y$, valor integralis V ita per x et y exprimetur, vt ſit

$$V = \sqrt{\Delta}(\mathfrak{F}+\mathfrak{G}(x+y)+\mathfrak{H}(x+y)^2)\sqrt{(\lambda+\varepsilon(x+y)+\zeta xy)} - \frac{d(x+y)+e(x+y)^2}{\zeta}.$$

Quare vt pro V prodeat quantitas algebraica, coefficientes b, c, d et e non pro lubitu aſſumere licet, ſed certam quandam relationem inter eos ſtatui oportet, quae vltima aequalitate §. praec exprimitur. Ceterum hic aſſumſi, non eſſe $E = 0$, ſi enim eſſet

eſſet $E = 0$, valor ipſius V ſemper algebraice exhiberi poſſet, vti ex elementis integrationis eſt manifeſtum.

22. Verum ſi coefficientes b, c, d, e etc. vtcunque aſſumamus, tum expreſſio $\int \frac{P\,dx}{X} + \int \frac{Q\,dy}{Y}$ non quidem ſemper algebraice exhiberi poterit; attamen eius valor altiorem quadraturam non inuoluet, quam in formula $\int \frac{ds}{\sqrt{(M + 2Ds + Ess)}}$ contentam, quae propterea ſemper vel per logarithmos vel per arcus circulares exhiberi poterit. Cum igitur ſit

$$X = \sqrt{p}(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^3 + Ex^4)$$

et $\sqrt{p} = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}$ erit $X = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}\sqrt{(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^3 + Ex^4)}$ vnde inuento valore ipſius V habebitur ſequens integratio:

$$\int \frac{dx\,(a + bx + cxx + dx^3 + ex^4)}{\sqrt{(A + 2Bx + Cx^2 + 2Dx^3 + Ex^4)}} + \int \frac{dy\,(a + by + cyy + dy^3 + ey^4)}{\sqrt{(A + 2By + Cyy + 2Dy^3 + Ey^4)}} = \frac{2V}{\sqrt{\Delta}}.$$

At ſubſtitutis ſuperioribus valoribus erit:

$$\frac{2V}{\sqrt{\Delta}} = \int \frac{\zeta b + \lambda d + (\zeta c + \varepsilon d + 2\lambda e)s + (\zeta d + 2\varepsilon e)ss + \zeta e s^3}{\zeta\sqrt{(M + 2Ds + Ess)}}\,ds - \frac{(d + es)s\sqrt{\Delta}}{2(EM - DD)}.$$

Exiſtente $s = x + y$. Atque hinc ſequentia problemata reſolui poterunt.

Problema I.

23. Inuenire integrale completum huius aequationis differentialis:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A + 2By + Cyy + 2Dy^3 + Ey^4)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A + 2Bx + Cxx + 2Dx^3 + Ex^4)}}.$$

Solutio.

Solutio.

Statim apparet huic aequationi differentiali ſatisfacere caſum $y=x$, qui autem non niſi integrale particulare largitur. Verum ad integrale completum inueniendum, quod praeter conſtantes A, B, C, D, E nouam conſtantem arbitrariam M inuoluat, ponamus ſecundum §. 15 breuitatis gratia:

$$\alpha=4(AM-BB);\ \beta=2B(M-C)+4AD;\ \gamma=4AE-(M-C)^2$$
$$\zeta=4(EM-DD);\ \varepsilon=2D(M-C)+4BE;\ \delta=MM-CC+4(AE-BD)$$

atque aequatio integralis completa erit

$$0=\alpha+2\beta(x+y)+\gamma(xx+yy)+2\delta xy+2\varepsilon xy(x+y)+\zeta xxyy$$

quae ergo eſt algebraica. Hinc autem ſiue y per x, ſiue viciſſim x per y ſequenti modo definietur, poſito item breuitatis ergo:

$$\Delta=M(M-C)^2+4M(BD-AE)+4(ADD+BBE)-4BCD$$

vt ſit

$$\text{vel } y=\frac{-\beta-\delta x-\varepsilon xx\pm 2\sqrt{\Delta(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+x^4)}}{\gamma+2\varepsilon x+\zeta xx}$$
$$\text{vel } x=\frac{-\beta-\delta y-\varepsilon yy\pm 2\sqrt{\Delta(A+2By+Cyy+2Dy^3+Ey^4)}}{\gamma+2\varepsilon y+\zeta yy}$$

ſcilicet ratione ſignorum ambiguorum in vtraque expreſſione vel ſigna ſuperiora vel inferiora capi debent, ita vt ſi in altera formulae ſurdae tribuatur ſignum +, in altera formulae ſurdae ſignum − tribui debeat. Quae ratio ex §. 15. intelligitur, vbi in aequatione differentiali formulis ſurdis ſigna ambigua ſunt adiuncta.

Coroll. 1.

24. Quanquam igitur aequationis differentialis propoſitae, in qua ambae variabiles x et y a ſe inuicem ſunt ſeparatae, neutrum membrum integrationem abſolutam admittit, atque adeo neque per logarithmos neque arcus circulares in genere exprimi poteſt, tamen vera relatio inter variabiles x et y aequatione algebraica exhiberi poteſt.

Coroll. 2.

25. Quemadmodum ſcilicet ſi duo arcus quantitate conſtante differunt, etſi neuter algebraice exprimitur, tamen eorum ſinus inter ſe algebraicam tenent rationem, quae ſatisfacit aequationi differentiali $\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}} = \frac{dx}{\sqrt{(1-xx)}}$, ita quoque aequationis differentialis propoſitae multoque latius patentis integrale completum algebraice exhiberi poteſt.

Scholion.

26. Vis huius ſolutionis facilius percipietur, ſi eam ad caſus magis reſtrictos applicemus, inter quos ii praecipue ſunt notatu digni, vbi ſignum radicale vel vnico vel duobus tantum terminis praefigitur ac ſi vnicus tantum terminus reperiatur, ratio per ſe eſt manifeſta.

I. Sit enim $B=0$; $C=0$; $D=0$, et $E=0$ vt integranda ſit aequatio:

$\frac{dy}{\sqrt{A}} = \frac{dx}{\sqrt{A}}$ ſiue $dy = dx$ erit

$\alpha = 4AM$; $\beta = 0$; $\gamma = -MM$; $\delta = MM$; $\varepsilon = 0$; $\zeta = 0$;

H ideoque

ideoque aequatio integralis:

$$0 = 4AM - MM(xx+yy) + 2MMxy$$

ſeu $x - y = 2\sqrt{\frac{A}{M}}$ vel $y = x \pm$ Conſt.

II. Sit $A=0$; $C=0$; $D=0$; et $E=0$, vt integranda ſit aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{2By}} = \frac{dx}{\sqrt{2Bx}} \text{ ſeu } \frac{dy}{\sqrt{y}} = \frac{dx}{\sqrt{x}} \text{ erit}$$

$\alpha = -4BB$; $\beta = 2BM$; $\gamma = -MM$; $\delta = MM$; $\varepsilon = 0$ et $\zeta = 0$

ideoque aequatio integralis, ob $\Delta = M^4$

$$0 = -4BB + 4BM(x+y) - MM(xx+yy) + 2MMxy$$

ſeu $y = \frac{-2BM - MMx \pm 2\sqrt{2BM^3x}}{-MM} = x + \frac{2B}{M} \pm 2\sqrt{\frac{2B}{M}x}$

hincque $\sqrt{y} = \sqrt{x} +$ Conſt. vti eſt perſpicuum.

III. Sit $A=0$; $B=0$; $D=0$; $E=0$, vt integranda ſit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{Cyy}} = \frac{dx}{\sqrt{Cxx}} \text{ ſeu } \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}; \text{ erit}$$

$\alpha = 0$; $\beta = 0$; $\gamma = -(M-C)^2$; $\delta = MM - CC$; $\varepsilon = 0$, et $\zeta = 0$

ideoque aequatio integralis

$$0 = -(M-C)^2(xx+yy) + 2(MM-CC)xy \text{ ſeu } y = nx.$$

IV. Sit $A=0$; $B=0$; $C=0$; et $E=0$ vt integranda ſit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{2Dy^3}} = \frac{dx}{\sqrt{2Dx^3}} \text{ ſeu } \frac{dy}{y\sqrt{y}} = \frac{dx}{x\sqrt{x}}; \text{ erit}$$

$\alpha = 0$; $\beta = 0$; $\gamma = -MM$; $\delta = MM$; $\varepsilon = 2DM$; $\zeta = -4DD$

 ideo-

ideoque aequatio integralis:

$$0 = -MM(xx+yy)+2MMxy+4DMxy(x+y)-4DDxxyy$$

quae ob $\Delta = M^3$ dat

$$y = \frac{-MMx - 2DMxx \pm 2\sqrt{2DM^3x^3}}{-MM + 4DMx - 4DDxx}$$

ſeu $\sqrt{y} = \frac{M \pm \sqrt{2DMx}}{M - 2Dx}\sqrt{x} = \frac{\sqrt{Mx}}{\sqrt{M} \pm \sqrt{2Dx}}$

vel $\frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \pm \sqrt{\frac{2D}{M}}$, vti rei natura poſtulat.

V. Sit $A = 0$; $B = 0$; $C = 0$; et $D = 0$ vt integranda ſit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{Ey^4}} = \frac{dx}{\sqrt{Ex^4}} \text{ ſeu } \frac{dy}{yy} = \frac{dx}{xx}\text{; erit}$$

$\alpha = 0$; $\beta = 0$; $\gamma = -MM$; $\delta = MM$; $\varepsilon = 0$; et $\zeta = 4EM$ ideoque aequatio integralis:

$$0 = -MM(xx+yy) + 2MMxy + 4EMxxyy$$

hincque $y - x = 2xy\sqrt{\frac{E}{M}}$ ſeu $\frac{1}{y} = \frac{1}{x} \pm 2\sqrt{\frac{E}{M}}$.

Quando autem ſignum radicale complectitur duos terminos, varios caſus, qui huc pertinent, ſequentibus exemplis euoluemus.

Exemplum I.

27. Si ſit $C = 0$; $D = 0$ et $E = 0$, vt integranda ſit aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A + 2By)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A + 2Bx)}}$$

inuenire aequationem integralem completam.

Erit

Erit ergo $\alpha = 4(AM - BB)$; $\beta = 2BM$; $\gamma = -MM$; $\delta = MM$; $\varepsilon = 0$; $\zeta = 0$; vnde aequatio integralis:

$$0 = 4(AM - BB) + 4BM(x+y) - MM(xx+yy) + 2MMxy$$

et ob $\Delta = M^3$

$$y = \frac{-2BM - MMx \pm 2\sqrt{M^3(A+2Bx)}}{-MM} = \frac{2B+Mx}{M} \mp 2\sqrt{\frac{A+2Bx}{M}}.$$

Vnde ponendo $A = f$; $2B = g$; et $M = c$ ſequitur

Theorema 1.

28. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gy)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx)}}$; Integrale completum eſt:

$$0 = 4cf - gg + 2cg(x+y) - cc(xx+yy) + 2ccxy$$

vnde fit:

$$y = x + \frac{g}{c} \mp 2\sqrt{\frac{f+gx}{c}} \text{ et } x = y + \frac{g}{c} \pm 2\sqrt{\frac{f+gy}{c}}.$$

Exemplum 2.

29. Si ſit $B = 0$, $D = 0$ et $E = 0$, vt integranda ſit aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+Cyy)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A+Cxx)}}$$

inuenire aequationem integralem completam.

Erit ergo: $\alpha = 4AM$, $\beta = 0$, $\gamma = -(M-C)^2$, $\delta = MM - CC$, $\varepsilon = 0$ et $\zeta = 0$, vnde aequatio integralis quaeſita erit:

$$0 = 4AM - (M-C)^2(xx+yy) + 2(MM-CC)xy$$

 et

et ob $\Delta = M(M-C)^2$ erit

$$y = \frac{-(MM-CC)x \pm 2(M-C)\sqrt{M(A+Cxx)}}{-(M-C)^2} = \frac{(M+C)x \mp 2\sqrt{M(A+Cxx)}}{M-C}.$$

Quare ponendo $A = f$; $C = g$; et $M = c$, ſequitur

Theorema 2.

30. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gyy)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gxx)}}$ integrale completum eſt:

$$0 = 4cf - (c-g)^2(xx+yy) + 2(cc-gg)xy$$

vnde fit:

$$y = \frac{(c+g)x \pm 2\sqrt{c(f+gxx)}}{c-g} \text{ et } x = \frac{(c+g)y \mp 2\sqrt{c(f+gyy)}}{c-g}.$$

Exemplum 3.

31. Si ſit $B=0$; $C=0$; et $E=0$, vt integranda ſit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+2Dy^3)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A+2Dx^3)}}$$

inuenire aequationem integralem completam.

Erit ergo $\alpha = 4AM$; $\beta = 4AD$; $\gamma = -M^2$; $\delta = M^2$; $\varepsilon = 2DM$ et $\zeta = -4DD$; vnde aequatio integralis quaeſita eſt

$$0 = 4AM + 8AD(x+y) - M^2(xx+yy) + 2M^2xy$$
$$+ 4DMxy(x+y) - 4DDxxyy$$

et cum ſit $\Delta = M^3 + 4ADD$ erit

$$y = \frac{-4AD - MMx - 2DMxx \pm 2\sqrt{(M^3+4ADD)(A+2Dx^3)}}{-MM + 4DMx - 4DDxx}$$

ſiue:

ſiue:

$$y = \frac{4AD + MMx + 2DMxx \pm 2\sqrt{(M^3 + 4ADD)(A + 2Dx^3)}}{(M - 2Dx)^2}.$$

Quare ſi ponatur $A = f$; $2D = g$ et $M = c$ ſequitur

Theorema 3.

32. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f + gy^3)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f + gx^3)}}$ integrale completum eſt:

$$0 = 4cf + 4fg(x+y) - cc(xx+yy) + 2ccxy + 2cgxy(x+y) - ggxxyy$$

vnde fit:

$$y = \frac{2fg + ccx + cgxx \pm 2\sqrt{(c^3 + fgg)(f + gx^3)}}{(c - gx)^2} \text{ et}$$

$$x = \frac{2fg + ccy + cgyy \mp 2\sqrt{(c^3 + fgg)(f + gy^3)}}{(c - gy)^2}.$$

Exemplum 4.

33. Si ſit $B = 0$; $C = 0$; $D = 0$ vt aequatio integranda ſit:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A + Ey^4)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A + Ex^4)}}$$

inuenire aequationem integralem completam.

Erit ergo: $\alpha = 4AM$; $\beta = 0$; $\gamma = 4AE - MM$; $\delta = MM + 4AE$; $\varepsilon = 0$ et $\zeta = 4EM$, vnde aequatio integralis quaeſita eſt:

$$0 = 4AM + (4AE - MM)(xx+yy) + 2(4AE + MM)xy + 4EMxxyy$$

et cum ſit $\Delta = M^3 - 4AEM$ erit

$$y = \frac{-(MM + 4AE)x \pm 2\sqrt{M(MM - 4AE)(A + Ex^4)}}{4AE - MM + 4EMxx}.$$

Quare

Quare ſi ponatur $A=f$; $E=g$; et $M=2c$ ſequitur

Theorema 4.

34. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^4)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^4)}}$ integrale completum eſt:

$$0=2cf-(cc-fg)(xx+yy)+2(cc+fg)xy+2cgxxyy$$

vnde fit

$$y=\frac{+(cc+fg)x\pm\sqrt{2c(cc-fg)(f+gx^4)}}{cc-fg-2cgxx}$$

$$x=\frac{+(cc+fg)y\mp\sqrt{2c(cc-fg)(f+gx^4)}}{cc-fg-2cgxx}.$$

Exemplum 5.

35. Si ſit $A=0$, $C=0$ et $D=0$ vt integranda ſit haec aequatio:

$$\frac{dy}{\sqrt{(2By+Ey^4)}} = \frac{dx}{\sqrt{(2Bx+Ex^4)}}$$

inuenire aequationem integralem completam.

Erit ergo: $\alpha=-4BB$; $\beta=2BM$; $\gamma=-MM$; $\delta=MM$, $\varepsilon=4BE$ et $\zeta=4EM$, hincque aequatio integralis quaeſita:

$$0=-4BB+4BM(x+y)-MM(xx+yy)+2MMxy$$
$$+8BExy(x+y)+4EMxxyy$$

et cum ſit $\Delta=M^3+4BBE$ erit

$$y=\frac{2BM+MMx+4BExx\pm 2\sqrt{(M^3+4BBE)(2Bx+Ex^4)}}{MM-8BEx-4EMxx}.$$

Quare ſi ponatur $2B=f$; $E=g$; $M=c$; $x=xx$ et $y=yy$ ſequitur

Theore-

Theorema 5.

36. Huius aequationis differentialis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^6)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^6)}}$ integrale completum eſt:

$$0 = -ff + 2cf(xx+yy) - cc(x^4+y^4) + 2ccxxyy + 4fgxxyy(xx+yy) + 4cgx^4y^4$$

vnde fit

$$yy = \frac{cf + ccxx + 2fgx^4 \pm 2x\sqrt{(c^3+ffg)(f+gx^6)}}{cc - 4fgxx - 4cgx^4}$$

et $$xx = \frac{cf + ccyy + 2fgy^4 \pm 2y\sqrt{(c^3+ffg)(f+gy^6)}}{cc - 4fgyy - 4cgy^4}.$$

Scholion 1.

37. Probabile hinc videtur etiam huius aequationis differentialis:

$$\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^n)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^n)}}$$

atque adeo huius latiſſime patentis:

$$\frac{dy}{\sqrt{(a+by+cy^2+dy^3+ey^4+fy^5+etc.)}} = \frac{dx}{\sqrt{(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+etc.)}}$$

ad quotcunque dimenſiones variabiles x et y in vinculis radicalibus aſſurgant, aequationem dari integralem completam algebraicam. Hoc enim aſſertum non ſolum verum eſt oſtenſum, quando poteſtates ipſarum x et y quartum ordinem non ſuperant, ſed etiam caſu $n = 6$, vti vidimus, priorum formularum integratio completa algebraice ſuccedit. Interim tamen nullus adhuc modus patet pro caſu $n = 5$ integrale completum aequationis $\frac{dy}{\sqrt{(f+gy^5)}} = \frac{dx}{\sqrt{(f+gx^5)}}$ exhibendi, multo minus id ad caſus,

 quibus

quibus n ſenarium ſuperat extendere licet, etiamſi pro caſibus $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$, et $n=6$ ſit in promtu. Etſi autem de ſucceſſu in reliquis caſibus vix dubitare licet, tamen reſtrictio neceſſaria videtur, vt exponens n ſit numerus integer, niſi forte et eos caſus fractionum adiicere lubuerit, quibus vtraque formula per ſe ſit integrabilis, vti euenit ſi n ſit fractio vnitatem pro numeratore habens. Praeterea vero certum eſt, veritatem nonniſi pro ſigno radicali quadrato ſubſiſtere poſſe; neque enim haec aequatio $\frac{dy}{\sqrt[3]{(f+gy^3)}}=\frac{dx}{\sqrt[3]{(f+gx^3)}}$ neque haec $\frac{dy}{\sqrt[4]{(f+gy^4)}}=\frac{dx}{\sqrt[4]{(f+gx^4)}}$ aliaeque harum ſimiles integralia completa algebraica admittant; quia hae formulae, ad rationalitatem perductae, tam logarithmos quam quadraturam circuli mixtim inuoluunt, atque ex talium quantitatum heterogenearum comparatione aequatio algebraica reſultare nequit. Haec eadem vero ratio dubitationem ſuperiorem quoque decidit; ac iam audacter pronunciare poſſumus hanc aequationem differentialem:

$$\frac{dy}{\sqrt{(a+by+cy^2+dy^3+ey^4+fy^5+gy^6)}}=\frac{dx}{\sqrt{(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+gx^6)}}$$

generaliter per aequationem algebraicam integrari non poſſe; inde enim ſequeretur integratio algebraica huius aequationis

$$\frac{dy}{A+By+Cyy+Dy^3}=\frac{dx}{A+Bx+Cxx+Dx^3}$$

quod

quod vtique eſſet abſurdum; multo minus igitur integratio in aequationibus magis compoſitis ſuccedet. Verum nequidem integrabilitas ad poteſtatem quintam vsque extendi poteſt; nam poſito $g = 0$ ſi etiam ſtatuatur $a = 0$, et pro y et x ſcribatur yy et xx, prodit haec aequatio differentialis:

$$\frac{dy}{\sqrt{(b + cy^2 + dy^4 + ey^6 + fy^8)}} = \frac{dx}{\sqrt{(b + cx^2 + dx^4 + ex^6 + fx^8)}}$$

in qua ſi radicis extractio ſuccedat, continebitur haec:

$$\frac{dy}{A + Byy + Cy^4} = \frac{dx}{A + Bx^2 + Cx^4}$$

quam ingenere integrationem algebraicam non admittere eſt manifeſtum.

Scholion 2.

38. Nunc igitur pro certo affirmare licet, ex hoc genere aequationem differentialem latiſſime patentem, quae quidem generaliter algebraice integrari queat, eſſe eam ipſam, quam hactenus tractavimus:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A + 2By + Cyy + 2Dy^3 + Ey^4)}} = \frac{dx}{\sqrt{(A + 2Bx + Cx^2 + 2Dx^3 + Ex^4)}}$$

et cuius aequationem integralem completam aſſignavimus. Quam ob cauſam haec aequatio multo magis eſt notatu digna, quod in hoc genere eſt generaliſſima, quae integrationem algebraicam admittat. Quoniam igitur eius integrationem iam expoſui, operae pretium erit eius vſum in comparatione li-

 nearum

nearum curuarum, quarum elementa per huiusmodi formulas exprimuntur, vberius oſtendere, ſi quidem in iis omnia continentur, quae in hoc genere praeſtari poſſunt. Atque hac ipſa conſideratio nos quoque integrationem huiusmodi aequationum

$$\frac{n\,dy}{\surd(A+2By+Cy^2+2Dy^3+Ey^4)}=\frac{m\,dx}{\surd(A+2Bx+Cx^2+2Dx^3+Ex^4)}$$

manuducet, ſi quidem m et n fuerint numeri integri.

Problema 2.

Tab. I. Fig. 4. 39. Si linea curua habeatur, cuius arcus ſiue abſciſſae, ſiue applicatae, ſiue cordae, ſiue alii cuicunque rectae variabili z ad curuam relatae reſpondens ſit $=\int\frac{\mathfrak{A}\,dz}{\surd(A+2Bz+Cz^2+2Dz^3+Ez^4)}$; deturque in hac curua arcus quicunque AB, ab alio quouis puncto P arcum abſcindere PQ, qui aequalis ſit illi arcui AB.

Solutio.

Ex coefficientibus datis A, B, C, D, E quaerantur hi alii:

$\alpha=4(AM-BB)$; $\beta=2B(M-C)+4AD$; $\gamma=4AE-(M-C)^2$

$\zeta=4(EM-DD)$; $\varepsilon=2D(M-C)+4BE$; $\delta=MM-CC+4(AE+BD)$

vbi M denotat nouam conſtantem arbitrariam, atque vidimus hanc aequationem algebraicam:

$$0=\alpha+2\beta(x+y)+\gamma(xx+yy)+2\delta xy+2\varepsilon xy(x+y)+\zeta xxyy$$

con-

congruere cum hac tranſcendente:

$$\int \frac{\mathfrak{A}\,dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^3+Ey^4)}} - \int \frac{\mathfrak{A}\,dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}} = \text{Conſt.}$$

vbi quantitas conſtans ita definiri debet, vt illi M ſit conſentanea. Si iam ponamus in curua propoſita variabilem z puncto Z reſpondere, curuaeque initium in puncto Δ ſtatui, atque ad abbreuiandum hunc arcum ΔZ ita indicemus $\Pi : z$ vt ſit

$$\int \frac{\mathfrak{A}\,dz}{\sqrt{(A+2Bz+Czz+2Dz^3+Ez^4)}} = \Pi : z$$

erit ex aequatione ſuperiori

$$\Pi : y - \Pi : x = \text{Conſt.}$$

Reſpondeant nunc punctis A et B rectae a et b, punctis vero P et Q rectae p et q, vt ſint arcus

$$\Delta A = \Pi : a;\ \Delta B = \Pi : b;\ \Delta P = \Pi : p \text{ et } \Delta Q = \Pi : q$$

ideoque

$$\text{arcus } AB = \Pi : b - \Pi : a \text{ et arcus } PQ = \Pi : q - \Pi : p$$

ac loco x et y ſcribamus p et q vt ſit

$$0 = \alpha + 2\beta(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\varepsilon pq(p+q) + \zeta ppqq$$

erit $\Pi : q - \Pi : p =$ Conſt. Quodſi ergo conſtantem M ita aſſumamus, vt facto $p = a$ prodeat $q = b$, habebimus:

$$\Pi : q - \Pi : p = \Pi : b - \Pi : a$$

ideoque arcum PQ = arcui AB vti requiritur. Conſtans igitur M, vel ſi ponamus $M - C = L$ vt

 ſit

ſit $M=C+L$, conſtans L ex ſequenti aequatione debet definiri:

$$0=4AC-4BB+4AL+2(2BL+4AD)(a+b)+(4AE-LL)(aa+bb)$$
$$+2(LL+2CL+4AE+4BD)ab+2(2DL+4BE)ab(a+b)+4(CE-DD+EL)aabb$$

vnde fit:

$$LL=\frac{4L(A+B(a+b)+Cab+Dab(a+b)+Eaabb)+4AC+8AD(a+b)+8(AE+BD)ab+4CEaabb-4BB+4AE(aa+bb)+8BEab(a+b)-4DDaabb}{(b-a)^2}$$

et radice extracta:

$$L=\frac{2(A+B(a+b)+Cab+Dab(a+b)+Eaabb)\pm 2\sqrt{(A+2Ba+Caa+2Da^3+Ea^4)(A+2Bb+Cbb+2Db^3+Eb^4)}}{(b-a)^2}$$

ſicque erit

$$M=\frac{2A+2B(a+b)+C(aa+bb)+2Dab(a+b)+2Eaabb}{(b-a)^2}$$
$$\pm\frac{2}{(b-a)^2}\sqrt{(A+2Ba+Caa+2Da^3+Ea^4)(A+2Bb+Cbb+2Db^3+Eb^4)}$$

Quo valore inuento ſi iam definiantur valores coefficientium α, β, γ, δ, ε, ζ, quoniam ex dato curvae puncto P datur variabilis p, ex ea valor idoneus variabilis q, cui curuae punctum Q reſpondet, determinabitur per hanc aequationem

$$0=\alpha+\beta(p+q)+\gamma(pp+qq)+2\delta pq+2\varepsilon pq(p+q)+\zeta ppqq$$

ex qua ſi breuitatis gratia ponamus:

$$\Delta=M(M-C)^2+4M(BD-AE)+4(ADD+BBE)-4BCD$$

habebitur:

$$q=\frac{-\beta-\delta p-\varepsilon pp\pm 2\sqrt{\Delta(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}{\gamma+2\varepsilon p+\zeta pp}$$

ſicque

ſicque dato arcu AB et puncto P aſſignabitur punctum Q vt arcus PQ aequalis fiat arcui AB. Reperientur autem ob ſignum ambiguum bina puncta Q, quorum alterum citra alterum vltra punctum P erit ſitum.

Coroll. 1.

40. Inuento valore q ſimili modo a puncto Q vlterius abſciadi poterit arcus QR arcui AB aequalis. Poſita enim variabili puncto R reſpondente $= r$, capiatur:

$$r = \frac{-\beta - \delta q - \varepsilon qq \pm 2\sqrt{\Delta(A + 2Bq + Cqq + 2Dq^3 + Eq^4)}}{\gamma + 2\varepsilon q + \zeta qq}$$

ſicque a puncto P ſimul abſcindetur arcus PR duplus arcus dati AB.

Coroll. 2.

41. Quoniam r hinc duplicem obtinet valorem, notandum eſt alterum iterum in p abire, quia ante animaduertimus eſſe:

$$p = \frac{-\beta - \delta q - \varepsilon qq \mp 2\sqrt{\Delta(A + 2Bq + Cqq + 2Dq^3 + Eq^4)}}{\gamma + 2\varepsilon q + \zeta qq}$$

quare vt arcus PR euadat duplus, idem ſignum quod in valore ipſius q fuerit electum, in valore ipſius r capi oportet.

Coroll. 3.

42. Pari modo vltra R reperietur punctum S, vt denuo arcus RS aequalis, ſicque angulus PS triplus

triplus euadat arcus AB, inuenta enim variabili r valor variabilis s puncto S reſpondentis hac formula exprimetur:

$$s = \frac{-\beta - \delta r - \varepsilon rr \pm 2\sqrt{\Delta(A + 2Br + Crr + 2Dr^3 + Er^4)}}{\gamma + 2\varepsilon r + \zeta rr}$$

hocque modo quousque libuerit vlterius progredi licet.

Coroll. 4.

43. Hac ergo repetita operatione a dato puncto P arcus abſcindi poterit, qui ſe habeat ad arcum AB, vt numerus quicunque integer m ad vnitatem. Quare ſi ab alio puncto abſcindatur arcus, qui ſit ad eundem AB vt alius numerus integer n ad vnitatem, duo habebuntur arcus rationem quacunque numeri ad numerum tenentes.

Coroll. 5.

44. Omnium igitur curuarum, quarum arcus variabili cuipiam z reſpondens huiusmodi formula $\int \frac{\mathfrak{A}\, dz}{\sqrt{(A + 2Bz + Czz + 2Dz^3 + Ez^4)}}$ exprimitur, haec eſt proprietas, vt earum arcus ſimili modo inter ſe comparari poſſint, quo arcus circuli inter ſe comparare licet. Atque ob rationes ſupra allegatas haec ſimilitudo cum circulo vix ad alias curuas, niſi quarum rectificatio ad hanc formulam reduci poteſt, extendi videtur.

Exem-

Exemplum.

45. *Propoſita ſit linea curua, cuius arcus ad quampiam rectam variabilem* v *relatus hac formula integrali* $\int\frac{dv}{\sqrt{(1-v^4)}}$ *exprimatur, cuiusmodi curuae algebraicae infinitae exhiberi poſſunt, in qua a puncto* P *arcus abſcindi oporteat* PQ, PR, PS, *ad datum arcum* AB *rationem tenentes vel aequalitatis, vel duplam, vel triplam.*

Quia haec expreſſio in noſtra forma generali non continetur, eo reducatur ponendo $vv=z$ ſeu $v=\sqrt{z}$; ſic enim arcus huic nouae variabili z reſpondens erit $=\int\frac{dz}{2\sqrt{(z-z^4)}}$. Fiat ergo $\mathfrak{A}=\frac{1}{2}$ et $A=0$; $B=\frac{1}{2}$; $C=0$; $D=0$ et $E=-1$, vnde obtinetur:

$\alpha=-1$; $\beta=M$; $\gamma=-MM$; $\delta=MM$; $\varepsilon=-2$; $\zeta=-4M$

ideoque conſtituta aequatione:

$$0=-1+2M(p+q)-MM(pp+qq)+2MMpq-4pq(p+q)-4Mppqq$$

vnde fit:

$$q=\frac{M+MMp-2pp\pm2\sqrt{(M^2-1)(p-p^4)}}{MM+4p+4Mpp}$$

erit:

$$\int\frac{dq}{2\sqrt{(q-q^4)}}-\int\frac{dp}{2\sqrt{(p-p^4)}}=\text{Conſt.}$$

ſeu $\Pi:q-\Pi:p=\Pi:b-\Pi:a$

ſi quidem a, b, p, q ſint valores variabilis z qui arcubus ΔA, ΔB, ΔP et ΔQ conueniunt. At

 iam

iam conſtans M ex datis a et b ita definiri debet vt ſit

$$0 = -1 + 2M(a+b) - MM(b-a)^2 - 4b(a+b) - 4Maabb$$

vnde fit:

$$M = \frac{a + b - 2aabb \pm 2\sqrt{(a-a^4)(b-b^4)}}{(b-a)^2}$$

et $\sqrt{(M-1)} = \frac{\sqrt{a(1-a)(1+b+bb)} \pm \sqrt{b(1-b)(1+a+aa)}}{(b-a)}$;

$$\sqrt{(M^3-1)} = \frac{(a+3b-4ab^3)\sqrt{(a-a^4)} + (b+3a-4a^3b)\sqrt{(b-b^4)}}{(b-a)^3}.$$

Inuento hoc modo valore conſtantis M ex data quantitate p inuenitur q, atque hinc porro valor variabilis r puncto R reſpondens ſcilicet:

$$r = \frac{M + MMq - 2qq \pm 2\sqrt{(M^3-1)(q-q^4)}}{MM + 4q + 4Mqq}$$

ſicque a puncto P arcus quicunque multiplus arcus dati AB abſcindi poterit.

Scholion.

46. Circa huiusmodi curuas ſingularis affectio notari meretur, ſi enim breuitatis gratia ponamus $\sqrt{(a-a^4)} = \mathfrak{a}$ et $\sqrt{(b-b^4)} = \mathfrak{b}$ vt ſit:

$$M = \frac{a + b - 2aabb + 2\mathfrak{a}\mathfrak{b}}{(b-a)^2} \text{ et } \sqrt{(M^3-1)} = \frac{(a+3b-4ab^3)\mathfrak{a} + (b+3a-4a^3b)\mathfrak{b}}{(b-a)^3}$$

vtraque quantitas radicalis $\mathfrak{a}$ et $\mathfrak{b}$ tam affirmatiue quam negatiue capi poteſt; vnde pro M geminus valor habetur; ex quo pro $q = \frac{M + MMp - 2pp \pm 2\sqrt{(M^3-1)(p-p^4)}}{MM + 4p + 4Mpp}$ ob nouam ſigni ambiguitatem quaterni valores reſultant. Binos quidem natura rei oſtendit, quia punctum Q tam ante quam poſt punctum P capi

poteſt

poteſt, ſed quia quatuor reperiuntur, id indicio eſt curuam duplici ramo eſſe praeditam, et in vtroque arcus aequales exhiberi. Conſideremus caſum quo punctum P in ipſo puncto A capitur ita vt ſit $p=a$; et $q=\frac{M+MMa-2aa\pm 2a\sqrt{(M^3-1)}}{MM+4a+4Maa}$ quae forma ſubſtituto pro M valore ſtatim duos valores praebet aequales $q=b$; at duo reliqui diuerſi continentur in

$$q=\frac{4a^3+9aab-6abb+b^3-4a^6-12a^4bb+8a^6b^3\pm 4a(3a-b-2a^3b)ab}{aa+6ab+bb+8a^5-24a^4b+16a^3bb-16aab^3+16a^4b^3-8a^6bb\pm 4(a+b-4a^3b+2a^4)ab}$$

qui duo valores ſemper ſunt diuerſi, niſi ſit vel $b=a$ vel $a=\frac{1}{1\pm\sqrt{3}}$: illo caſu prodit $q=a=b$, hoc vero reperitur $q=\frac{1-b}{1+2b}$. Punctum ergo curvae quod reſpondet quantitati $\frac{1}{1\pm\sqrt{3}}$ ſingulari proprietate erit praeditum.

Problema 3.

47. Inuenire integrale completum huius aequationis differentialis:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^3+Ey^4)}}=\frac{2dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}}.$$

Solutio.

Iſtud integrale quaeſitum ex praecedenti problemate colligi poteſt. Capiatur enim punctum P in ipſo puncto B, vt ſit $p=b$; et conſideretur tantum punctum A vt fixum, B vero ſeu P vt variabile, ex quo continuo aſſignari debeat punctum Q, vt ſit

 arcus

arcus AQ duplus arcus AP. Poſita ergo variabili p loco b, ſumatur:

$$M = \frac{2A + 2B(a+p) + C(aa+pp) + 2Dap(a+p) + 2Eaapp}{(p-a)^2}$$

$$\pm \frac{2}{(p-a)^2} \sqrt{(A + 2Ba + Caa + 2Da^3 + Ea^4)(A + 2Bp + Cpp + 2Dp^3 + Ep^4)}$$

ita vt iam M ſit functio variabilis p et conſtantis a. Deinde poſito breuitatis gratia $M - C = L$ ſeu

$$L = \frac{2(A + B(a+p) + Cap + Dap(a+p) + Eaapp) \pm 2\sqrt{(A + 2Ba + Caa + 2Da^3 + Ea^4)(A + 2Bp + Cpp + 2Dp^3 + Ep^4)}}{(p-a)^2}$$

definiatur q per hanc aequationem:

$$0 = 4AC - 4BB + 4AL + 2(2BL + 4AD)(p+q) + (4AE - LL)(pp+qq)$$
$$+ 2(LL + 2CL + 4AE + 4BD)pq + 2(2DL + 4BE)pq(p+q) + 4(CE - DD + EL)ppqq$$

eritque ob $b = p$:

$$\Pi : q - \Pi : p = \Pi : p - \Pi : a \text{ ſeu } \Pi : q = 2\Pi : p - \Pi : a$$

quae aequatio differentiata dat:

$$\frac{dq}{\sqrt{(A + 2Bq + Cqq + 2Dq^3 + Eq^4)}} = \frac{2dp}{\sqrt{(A + 2Bp + Cpp + 2Dp^3 + Ep^4)}}$$

cuius propterea integralis eſt illa aequatio algebraica inter p et q exhibita, quam ſimul patet eſſe integralem completam, quoniam continet quantitatem conſtantem a, quae in aequatione differentiali non ineſt.

Coroll. I.

48. Si retinente L valorem exhibitum, inventaque variabili q per p, ex q ſimili modo quaeratur

ratur r, vt ſit $\Pi : r - \Pi : q = \Pi : p - \Pi : a$ erit $\Pi : r = 3\,\Pi : p - 2\,\Pi : a$, vnde prodit aequatio differentialis :

$$\frac{dr}{\sqrt{(A+2Br+Crr+2Dr^3+Er^4)}} = \frac{3\,dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}$$

cuius ergo aequatio integralis completa eſt :

$$\begin{aligned}0 = {} & 4(AC-BB+AL)+2(2BL+4AD)(q+r)+(4AE-LL)(qq+rr) \\ & +2(LL+2CL+4AE+4BD)qr+2(2DL+4BE)qr(q+r)+4(CE-DD \\ & +EL)qqrr.\end{aligned}$$

Coroll. 2

49. Quo haec magis contrahamus, poſtquam ex coefficientibus datis A, B, C, D, E et variabili p vna cum conſtanti arbitraria a ita fuerit definita quantitas L vt ſit :

$$\tfrac{1}{2}L(p-a)^2 = \begin{array}{l} A+B(a+p)+Cap+Dap(a+p)+Eaapp \\ \pm\sqrt{(A+2Ba+Caa+2Da^3+Ea^4)(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)} \end{array}$$

hinc determinentur ſequentes coefficientes variabiles :

$\alpha = 4(AC-BB+AL)$; $\beta = 2BL+4AD$; $\gamma = 4AE-LL$
$\zeta = 4(CE-DD+EL)$; $\varepsilon = 2DL+4BE$; $\delta = LL+2CL+4AE+4BD$.

Coroll. 3.

50. His iam quantitatibus inuentis erit huius aequationis differentialis :

$$\frac{dq}{\sqrt{(A+2Bq+Cqq+2Dq^3+Eq^4)}} = \frac{2\,dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}$$

aequatio integralis completa :

$$0 = \alpha + 2\beta(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\varepsilon pq(p+p) + \zeta ppqq.$$

Coroll. 4.

51. Porro huius aequationis differentialis:

$$\frac{dr}{\sqrt{(A+2Br+Crr+2Dr^3+Er^4)}}=\frac{3dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}$$

aequatio integralis completa erit

$$0=\alpha+2\beta(q+r)+\gamma(qq+rr)+2\delta qr+2\varepsilon qr(q+r)+\zeta qqrr$$

poſtquam ſcilicet variabilis q ope praecedentis aequationis ex p fuerit determinata.

Coroll. 5.

52. Simili modo progrediendo huius aequationis differentialis:

$$\frac{ds}{\sqrt{(A+2Bs+Css+2Ds^3+Es^4)}}=\frac{4dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}$$

aequatio integralis completa erit

$$0=\alpha+2\beta(r+s)+\gamma(rr+ss)+2\delta rs+2\varepsilon rs(r+s)+\zeta rrss$$

poſtquam ex praecedentibus aequationibus r per q, et q per p fuerint definitae.

Coroll. 6.

53. Hoc modo quousque libuerit vlterius progredi licet, ſicque ingenere aequatio integralis inveniri poterit completa huius differentialis:

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}}=\frac{m\,dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}$$

quicunque numerus integer pro m aſſumatur

Proble-

Problema 4.

54. Si m et n fuerint numeri integri quicunque, inuenire aequationem integralem completam huius differentialis:

$$\frac{n\,dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^3+Ey^4)}} = \frac{m\,dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}}.$$

Solutio.

Quaeratur primum ope praeced. Probl. aequatio integralis completa iſtius differentialis:

$$\frac{dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}} = \frac{n\,dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}$$

quae erit algebraica ac praeter variabiles p et x conſtantem arbitrariam a inuoluens. Deinde ſimili modo quaeratur aequatio integralis completa huius differentialis:

$$\frac{dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^3+Ey^4)}} = \frac{m\,dp}{\sqrt{(A+2Bp+Cpp+2Dp^3+Ep^4)}}$$

quae etiam erit algebraica inter binas variabiles y et p, inſuperque conſtantem arbitrariam b complectetur. Ex his duabus aequationibus eliminetur variabilis p, vt obtineatur aequatio algebraica inter x et y, quae erit integralis completa huius differentialis:

$$\frac{n\,dy}{\sqrt{(A+2By+Cyy+2Dy^3+Ey^4)}} = \frac{m\,dx}{\sqrt{(A+2Bx+Cxx+2Dx^3+Ex^4)}}$$

Quia autem duas conſtantes arbitrarias a et b continebit, alterutri pro lubitu valorem determinatum tribuere licet, vel inter eas datam rationem ſtatue-

re:

re: pro integrali enim completa ſufficit vt vna conſtans arbitraria introducatur.

Scholion.

55. Si m et n ſint numeri modice magni, nemo certe aequationem algebraicam inter x et y euolutam exhibebit: cum enim tot eliminationibus ſit opus, euidens eſt, ad aequationem plurimorum terminorum, in qua variabiles x et y ad ſummas dimenſiones exſurgant, perueniri oportere. Atque adeo in caſu problematis 3. vbi eſt $m = 2$ et $n = 1$, nemo facile eliminationis opus perficiet. Neque vero hoc etiam opus eſt, cum ad noſtrum inſtitutum ſufficiat oſtendiſſe, aequationem integralem eſſe algebraicam, eiusque conſtructionem geometrice abſolui poſſe; tantum enim abeſt, vt alienae variabiles q, r, s etc. quae in ſubſidium ſunt vocatae, calculum turbent, ideoque eliminari debeant, vt potius ad conſtructionem commode inſtituendam abſolute ſint neceſſariae. Atque haec ſunt fere quae de curuis, quarum rectificatio hac formula:

$$\int \frac{\mathfrak{A}\, dz}{\sqrt{(A + 2Bz + Czz + 2Dz^3 + Ez^4)}}$$

exprimitur, tradi operae pretium videbatur, quae eo redeunt, vt earum arcus inter ſe perinde atque arcus circulares comparari queant; ſiquidem propoſito arcu quocunque AB, a puncto dato P arcus abſcindi poſſunt, qui ad illum rationem teneant rationalem quamcunque. Conſideremus igitur etiam

curuas,

curuas, quarum rectificatio tali ſormula exprimitur:

$$\int\frac{dz(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}z+\mathfrak{C}zz+\mathfrak{D}z^3+\mathfrak{E}z^4)}{\surd(A+2Bz+Czz+2Dz^3+Ez^4)}$$

de quibus curuis quoque affectiones egregiae circa comparationem arcuum notari merentur; quem in finem euolutio formularum huc pertinentium ſupra §. 16 et ſeqq. eſt inſtituta. Similis ſcilicet comparatio inter arcus huiusmodi curuarum ſuſcipi poteſt, quae iam pridem inter arcus parabolae fieri poſſe eſt oſtenſa; atque inde ſequentium problematum ſolutionem deriuare licebit.

Problema 5.

56. Propoſita curua, cuius arcus indefinite variabili cuipiam z reſpondens hac formula exprimatur: Tab. I. Fig. 4.

$$\int\frac{dz(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}z+\mathfrak{C}zz+\mathfrak{D}z^3+\mathfrak{E}z^4)}{\surd(A+2Bz+Czz+2Dz^3+Ez^4)}$$

ſi in ea detur arcus quicunque AB, a dato puncto P arcum abſcindere PQ qui ab illo arcu AB differat linea ſiue geometrice aſſignabili, ſiue a circuli hyperbolaeue quadratura pendente.

Solutio.

Sit in curua propoſita ΔZ arcus variabili z reſpondens, qui breuitatis gratia ita exprimatur $\Pi : z$, vt ſit:

$$\Pi : z = \int\frac{dz(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}z+\mathfrak{C}zz+2\mathfrak{D}z^3+\mathfrak{E}z^4)}{\surd(A+2Bz+Czz+2Dz^3+Ez^4)}.$$

 Punctis

Punctis autem A, B, P, Q reſpondeant variabilis z valores a, b, p, q: vt ſit

$$\Delta A = \Pi : a;\quad \Delta B = \Pi : b;\quad \Delta P = \Pi : p \text{ et } \Delta Q = \Pi : q$$

hincque erit

arcus datus $AB = \Pi : b - \Pi : a$

et arcus quaeſitus $PQ = \Pi : q - \Pi : p$.

Iam primum ex coefficientibus A, B, C, D, E et conſtanti arbitraria M deinceps definienda formentur quantitates ſequentes:

$$\alpha = 4(AM - BB);\quad \beta = 2B(M-C) + 4AD;\quad \gamma = 4AE - (M-C)^2$$
$$\zeta = 4(EM - DD);\quad \varepsilon = 2D(M-C) + 4BE;\quad \delta = MM - CC + 4(AE + BD)$$

tum vero porro ſtatuatur:

$$\Delta = M(M-C)^2 + 4M(BD - AE) + 4(ADD + BBE) - 4BCD$$

atque inter p et q haec conſtituatur relatio vt ſit

$$0 = \alpha + 2\beta(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\varepsilon pq(p+q) + \zeta ppqq$$

ex qua data variabili p altera q puncto Q reſpondens ita definitur vt ſit

$$q = \frac{-\beta - \delta p - \varepsilon pp \pm 2\sqrt{\Delta(\mathfrak{A} + 2\mathfrak{B}p + \mathfrak{C}pp + 2\mathfrak{D}p^3 + \mathfrak{E}p^4)}}{\gamma + 2\varepsilon p + \zeta pp}$$

vnde innoteſcet curuae punctum Q ita, vt differentia inter arcus AB et PQ ſit vel geometrice aſſignabilis, vel ſaltem a quadratura circuli ſeu hyperbolae pendeat, cuius rei ratio in indole coefficientium 𝔄, 𝔅, ℭ, 𝔇, 𝔈 numeratoris eſt ſita. Quomodo

modo igitur differentia iſta exprimatur, videamus: quia valorem ipſius q iam inuenimus, ponamus

$$p+q=s,$$

et ex §. 19 colligimus fore poſito $\delta-\gamma=\lambda$

$$\Pi:q-\Pi:p\ \text{Conſt.}-\frac{2(\mathfrak{D}+\mathfrak{E}s)s\sqrt{\Delta}}{\zeta}$$
$$+\int\frac{\zeta\mathfrak{B}+\lambda\mathfrak{D}+(\zeta\mathfrak{C}+\varepsilon\mathfrak{D}+2\lambda\mathfrak{E})s+(\zeta\mathfrak{D}+2\varepsilon\mathfrak{E})ss+\zeta\mathfrak{E}s^3}{\zeta\sqrt{(M+2Ds+Ess)}}ds$$

quod integrale manifeſtum eſt vel eſſe algebraicum, vel a quadratura circuli hyperbolaeue pendere. Sit iſtud integrale breuitatis gratia $=S$; cuius valor poſite $s=a+b$ fiat $=I$, et pro conſtante definienda ſtatuatur $p=a$ et $q=b$, fierique debet

$$\text{Conſt.}=\Pi:b-\Pi:a+\frac{2(\mathfrak{D}+\mathfrak{E}(a+b))(a+b)\sqrt{\Delta}}{\zeta}-I.$$

ex quo habebitur:

$$\text{arcus PQ}-\text{arcu AB}=\frac{2\mathfrak{D}(a+b)+2\mathfrak{E}(a+b)^2}{\zeta}\sqrt{\Delta}-\frac{2\mathfrak{D}(p+q)-2\mathfrak{E}(p+q)^2}{\zeta}\sqrt{\Delta}$$
$$-I+\int\frac{\zeta\mathfrak{B}+\lambda\mathfrak{D}+(\zeta\mathfrak{C}+\varepsilon\mathfrak{D}+2\lambda\mathfrak{E})s+(\zeta\mathfrak{D}+2\varepsilon\mathfrak{E})ss+\zeta\mathfrak{E}s^3}{\zeta\sqrt{(M+2Ds+Ess)}}ds.$$

At conſtans arbitraria M etiam ita definiri debet, vt poſito $p=a$ fiat $q=b$; quocirca erit:

$$M=\frac{1}{(b-a)^2}(2A+2B(a+b)+C(aa+bb)+2Dab(a+b)+2Eaabb)$$
$$\pm\frac{2}{(b-a)^2}\sqrt{(A+2Ba+Caa+2Da^3+Ea^4)(A+2Bb+Cbb+2Db^3+Eb^4)}.$$

Hinc ergo cognita conſtante hac M, et ex puncto P definito puncto Q, differentia arcuum AB et PQ vel geometrice vel per quadraturam circuli hyperbolaeue aſſignari poteſt.

Coroll. 1.

57. Ex datis ergo punctis A et B, ſeu variabilis z valoribus a et b primum conſtans arbitraria M ita definiatur, vt ſit

$$M = \frac{1}{(b-a)^2}\big(2A + 2B(a+b) + C(aa+bb) + 2Dab(a+b) + 2Eaabb\big)$$
$$\mp \frac{2}{(b-a)^2}\sqrt{(A+2Ba+Caa+2Da^3+Ea^4)(A+2Bb+Cbb+2Db^3+Eb^4)}.$$

Tum hinc definitis modo praecepto coefficientibus α, β, γ, δ, ε, ζ ex dato puncto P punctum Q per hanc aequationem determinetur:

$$0 = \alpha + 2\beta(p+q) + \gamma(pp+qq) + 2\delta pq + 2\varepsilon pq(p+q) + \zeta ppqq$$

atque arcuum PQ et AB differentia erit vel algebraica vel a circuli hyperbolaeue quadratura pendens.

Coroll. 2.

58. Ad iſtam autem arcuum differentiam aſſignandam capi debet poſito $p+q=s$ hoc integrale, vbi $\lambda = \delta - \gamma = 2M(M-C) + 4BD$

$$S = \int \frac{\zeta\mathfrak{B} + \lambda\mathfrak{D} + (\zeta\mathfrak{C} + \varepsilon\mathfrak{D} + 2\lambda\mathfrak{E})s + (\zeta\mathfrak{D} + 2\varepsilon\mathfrak{E})ss + \zeta\mathfrak{E}s^3}{\zeta\sqrt{(M+2Ds+Ess)}}\, ds$$

cuius valor poſito $s = a+b$ fit $= I$, quo facto erit

$$\text{arc. PQ} - \text{arc. AB} = \frac{2\sqrt{\Delta}}{\zeta}\big(\mathfrak{D}(a+b) + \mathfrak{E}(a+b)^2 - \mathfrak{D}s - \mathfrak{E}ss\big) - I + S$$

exiſtente $\Delta = M(M-C)^2 + 4M(BD-AE) + 4(ADD + BBE) - 4BCD$.

Coroll.

Coroll. 3.

59. Si eueniret vt eſſet $\zeta = 0$, determinatio puncti Q maneret vt ante, ſed pro arcuum PQ et AB differentia aſſignanda recurri deberet ad primas operationes. Scilicet ex $p + q = s$, quaeratur t vt ſit:

$$0 = \alpha + 2\beta s + \gamma ss + 2\lambda t + 2\varepsilon st + \zeta tt$$

eritque

$$\text{arc. PQ} - \text{arc. AB} = 2\int \frac{ds(\mathfrak{B} + \mathfrak{C}s + \mathfrak{D}(ss-t) + \mathfrak{E}s(ss-2t))\sqrt{\Delta}}{\sqrt{(\lambda\lambda - \alpha\zeta + 2(\lambda\varepsilon - \beta\zeta)s + (\varepsilon\varepsilon - \gamma\zeta)ss)}}$$

integrali hoc ita accepto vt euaneſcat poſito $s = a + b$. Vbi notandum eſt, eſſe:

$$\sqrt{(\lambda\lambda - \alpha\zeta + 2(\lambda\varepsilon - \beta\zeta)s + (\varepsilon\varepsilon - \gamma\zeta)ss)} = 2\sqrt{\Delta}(M + 2Ds + Ess)$$
$$= \lambda + \varepsilon s + \zeta t.$$

Coroll. 4.

60. Hinc etiam colligere licet, quaenam ſit futura differentia arcuum AB et PQ, ſi formulae elementum curuae exhibentis numerator ad plures terminos extendatur, vt ſit arcus curuae:

$$\int \frac{dz(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}z + \mathfrak{C}z^2 + \mathfrak{D}z^3 + \mathfrak{E}z^4 + \mathfrak{F}z^5 + \mathfrak{G}z^6 + \mathfrak{H}z^7 + \text{etc.})}{\sqrt{(A + 2Bz + Czz + 2Dz^3 + Ez^4)}}$$

reliquis enim manentibus vt ante, erit

$$\text{arc. PQ} - \text{arc. AB} = \int \frac{ds(\mathfrak{B} + \mathfrak{C}s + \mathfrak{D}(ss-t) + \mathfrak{E}(s^3 - 2st) + \mathfrak{F}(s^4 - 3sst + tt) + \text{etc.}}{\sqrt{(M + 2Ds + Ess)}}$$

ſequentia ſcilicet numeratoris membra erunt:

$$\mathfrak{G}(s^5 - 4s^3t + 3stt) + \mathfrak{H}(s^6 - 5s^4t + 6sstt - t^3) \text{ etc.}$$

Coroll. 5.

61. Si a puncto Q ſimili modo abſcindatur R, vt ſit

$$0 = \alpha + 2\beta(q+r) + \gamma(qq+rr) + 2\delta qr + 2\varepsilon qr(q+r) + \zeta\zeta qqrr$$

ponaturque $q+r=u$ et $qr=v$, ita vt ſit

$$0 = \alpha + 2\beta u + \gamma uu + 2\lambda v + 2\varepsilon uv + \zeta vv$$

ſeu $\lambda + \varepsilon u + \zeta v = 2\sqrt{\Delta(M + 2Du + Euu)}$ erit

$$\text{arc. PR} - 2\,\text{arc. AB} = \int \frac{ds(\mathfrak{B} + \mathfrak{C}s + \mathfrak{D}(ss - t) + \mathfrak{E}(s^3 - 2st) + \text{etc.})}{\sqrt{(M + 2Ds + Ess)}}$$
$$+ \int \frac{du(\mathfrak{B} + \mathfrak{C}u + \mathfrak{D}(uu - v) + \mathfrak{E}(u^3 - 2uv) + \text{ect.})}{\sqrt{(M + 2Du + Euu)}}$$

his integralibus ita ſumtis vt euaneſcant poſito $s = a + b$ et $u = a + b$.

Coroll. 6.

62. Simili modo a puncto P abſcindi poteſt arcus PS, qui triplum dati arcus AB ſuperet quantitate ſiue geometrice aſſignabili ſiue a circuli hyperbolaeue quadratura pendente: hisque caſibus punctum P ita aſſumi poterit, vt iſte exceſſus plane euaneſcat; quod quidem ſemper praeſtare licebit, ſi exceſſus ſit algebraicus; ſin autem ſit transcendens, inſuper alter terminus arcus dati A vel B huic ſcopo conformiter determinabitur.

DE

DE VSV ALGORITHMI INFINITESIMALIS IN ARTE CONIECTANDI SPECIMEN.

Auctore

DANIELE BERNOVLLI.

§. 1.

Cum nuper de argumento cogitarem, cuius examen in proximam differam occaſionem, in quaeſtionem incidi, quae ad artam coniectandi pertinet, quia vero ipſa haec quaeſtio coniecturalis ab altero argumento videri poteſt prorſus aliena, non incongruum putaui eam ſeorſim praemittere, ſicque disquiſitionibus proximis veluti viam ſternere, et quidem tanto libentius, vt hoc facerem, animum induxi, quod ipſa methodus noſtra mox explicanda aliquid conferre poſſe videatur ad noua in arte coniectandi principia formanda ac ſtabilienda, nondum quod ſciam adhibita tantoque magis geometrarum attentione digna. Quoties nempe ſit, vt ſorte continua eaque variabili rerum ſtatus permutetur, veluti cum ſchedulae, diuerſis numeris inſcriptis diſtinctae, ſucceſſiue ex vrna extrahuntur, vna poſt alteram atque leges quaeruntur pro variis inde natis mutationibus determinandis, calculi infiniteſimales vtiliter adhiberi poſſunt ad negotium iſtud perficien-

ficiendum, ſi modo quaeuis variatio ceu infinite parua conſiderari poſſit, quod fieri poteſt, donec numerus ſchedularum in vrna reſiduarum valde magnus eſt: tunc enim vnitas pro elemento infinite veluti paruo haberi poteſt; eadem innititur hypotheſi arithmetica infinitorum, qua mathematici ante detectum calculum differentialem et integralem vſi ſunt. Verum ſentio argumentum iſtud in abſtracto propoſitum vlteriori opus habere explicatione; igitur ad rem ipſam propero exemplis illuſtrandam; primo autem analyſi vtar vulgari, indeque ad vſum algorithmi infiniteſimalis deſcendam.

§. 2. *Problema*: Sint ſchedulae numero pari in vrna repoſitae earumque binae ſingulae eodem numero notatae ita vt altera alterius ſit ſocia ambaeque vnum conſtituant par; diuerſa autem paria diuerſis numeris notata putentur, vt ſic ſingula paria a ſe inuicem dignoſci poſſint; tum ſorte extrahantur ex vrna ſchedulae vna poſt alteram; quo facto, quaeritur, dato numero ſchedularum in vrna reſiduarum, quotnam probabiliter in eo futura ſint paria integra ſimulque quot ſchedulae ſua compari aut ſocia orbae remanſurae.

Solutio. Sit numerus omnium ſchedularum $= 2n$ omniumque adeo parium $= n$, poſt factam autem repetitamque extractionem numerus ſchedularum in vrna ſuperſtitum $= r$; tum ponatur numerus parium ſuperſtitum $= x$ adeoque numerus ſchedularum ſocia ſua priuarum $= r - 2x$. His ita conſtitutis

ſtitutis, pono vnam inſuper ſchedulam extrahi, ita vt fiat numerus ſchedularum in vrna reſiduarum $= r - 1$; poſtrema iſta ſchedula extracta aut erit de claſſe ſolitariarum, aut de claſſe coniugatarum depromta; ſed numerus caſuum pro euentu priori facientium eſt $= r - 2x$, pro poſteriori autem euentu $= 2x$; ſi prius euenerit, erit numerus parium ſuperſtitum etiamnum $= x$; ſi poſterius, numerus iſte vnitate decreſcet; multiplicentur itaque, pro regula ſundamentali in arte coniectandi, praefati valores x et $x - 1$ per numerum caſuum reſpondentem, productorumque ſumma diuidatur per ſummam caſuum, quo facto habebimus $\frac{(r-2x)x + 2x(x-1)}{r}$ aut ſimpliciter $x - \frac{2x}{r}$: haec vltima formula nos docet, quauis noua extractione ſchedulae, numerum parium in vrna ſuperſtitum diminui quantitate $\frac{2x}{r}$.

Facile nunc eſt, ad normam praefati lemmatis, valores ſucceſſiuos quantitatis x ab initio vsque ad finem definire, ponendo ſucceſſiue pro r numeros $2n$; $2n-1$; $2n-2$; $2n-3$; $2n-4$; $2n-5$ etc. quia enim ſtatim ab initio eſt $x = n$, erit poſt primam ſchedulae extractionem $x = n - 1$: poſt ſecundam extractionem $x = n - 1 - \frac{2(n-1)}{2n-1}$ ſiue $= \frac{(2n-3)\times(2n-2)}{4n-2}$; poſt tertiam extractionem $x = \frac{(2n-4)\times(2n-3)}{4n-2}$ poſt quartam $x = \frac{(2n-5)\times(2n-4)}{4n-2}$ etc. Ex ſucceſſione horum valorum intelligitur poſt $(2n-r)$ tam extractionem, id eſt, toties repetitam quoties vnitas continetur in $2n - r$, fore $x = \frac{(r-1)r}{4n-2}$. Q. E. I.

§. 3. Idem valor reperitur, ſi ordine procedatur retrogrado, ita vt nunc terminus praecedens ex quouis termino inſequente determinetur: ſi nempe ſignificatio literarum x et r eadem maneat, quae in paragrapho praecedente, erit valor termini, cuius index eſt $r+1$, ſeu termini antecedentis $= \frac{r+1}{r-1}x$: ponantur iam pro litera r ſucceſſiue numeri naturales, incipiendo a binario, vel a caſu $r=2$, ſitque pro hoc caſu $x=a$; ita erit ſucceſſiue $x=a$; $x=\frac{3.2}{2}a$; $x=\frac{4.3}{2}a$; $x=\frac{5.4}{2}a$ etc. vnde iam patet, pro quocunque numero r, fore $x=\frac{r\times(r-1)}{2}a$: igitur hoc vnicum ſupereſt faciendum, vt determinetur numerus a, quando duae tantum ſuperſtites ſunt ſchedulae; tunc autem vnus eſt caſus, quo ambae ſchedulae ſibi ſunt compares atque par vnum componunt, dum $2n-2$ caſus ſunt, quibus duae ſchedulae ſuperſtites ſunt diſpares; vnde fit $a=\frac{1}{2n-1}$ idem valor inuenitur ex eo, quod poſito $r=2n$ ſit $x=n$; his enim ſubſtitutis valoribus in aequatione $x=\frac{r\times(r-1)}{2}a$ prodit $n=\frac{2n\times(2n-1)}{2}a$, vnde rurſus $a=\frac{1}{2n-1}$: quod ſi igitur pro a modo dictus valor ſubſtituitur, habetur generaliter, vt antea, $x=\frac{r\times(r-1)}{4n-2}$.

§. 4. Regulam noſtram modo dictam, vt exemplo aliquo illuſtremus, ponamus duos chartarum luſoriarum faſciculos (deux jeux de cartes) vtrumque 52 chartis vel foliis compoſitum, amboſque permixtos: ita habebimus 52 foliorum paria atque

atque adeo $n = 52$, totus autem foliorum numerus erit 104; ſorte auferantur tredecim folia; remanebunt in manipulo 91 folia ſicque erit $r = 91$, vnde $x = \frac{r \times (r-1)}{4n-2} = 39 \frac{156}{256}$; igitur ab initio tot fere paria deſtruuntur quot folia extrahuntur. Si vero 52 folia extrahantur, fiet $x = 12 \frac{90}{153}$; ergo aliqua cum ſpe lucri certabitur inter reſidua 52 folia minimum 12 paria fore, certamen autem pro 13 paribus luſori foret aliquantulum damnoſum. Verum hisce disquiſitionibus diutius non immorabor; nec tamen ſolutionem problematis directam, vtcunque obuiam, praeterire volui; nimium certe hisce temporibus nobiliſſimum artis coniectandi ſtudium negligitur aut vilipenditur, quod plurimas quaeſtiones ſiue morales ſiue politicas dirimere, maximum actionibus humanis commodum conciliare easque cum prudentia dirigere docet. Ad alias nunc progredior animaduerſiones inſtituto meo praeſenti magis accommodatas.

§. 5. Cum ſchedulae vniformi ſucceſſione ex vrna extrahuntur, ſenſim diminuitur numerus r inſtar quantitatis alicuius fluentis, nec tamen iſta fluxionis idea perfecte quadrare dici poteſt, quia decrementa ſchedularum in vrna ſuperſtitum procedunt per ſaltus a numero integro ad numerum vnitate minorem; adeoque ſi relatio inter abſciſſam r et applicatam x conſtruatur, erit relationis ſcala polygonum, non curua; perſpicitur autem, polygo-

M 2 num

num tanto magis ad curuam accedere, quo minor linea pro vnitate accipitur, aut quod eodem recidit, quo maior eſt vnitatum numerus r, ac denique veram curuae ideam ſiſtere, ſi numerus vnitatum ceu vere infinitus conſideretur.

Iam igitur, ad huius praecepti normam, numeros n et r pro infinitis vel ſaltem valde magnis habebimus, atque ſic poterimus absque errore, ſaltem ſenſibili, aequationem paragraphi tertii vel ſecundi $x = \frac{r.(r-1)}{4n-2}$ mutare in hanc alteram $x = \frac{rr}{4n}$: haec cum ita ſint, methodum monſtrabo, qua poſterior aequatio $x = \frac{rr}{4n}$ immediate et facili calculo infiniteſimali inueniri poſſit.

§. 6. Cum numerus r decreſcit elemento dr, iſtud decrementum cadit in numerum ſchedularum vel ſolutarum, quarum numerus eſt $r-2x$, vel coniugatarum, quarum numerus eſt $2x$: in priori caſu numerus parium nullum decrementum capit fitque $dx = 0$: in altero caſu totum decrementum dr vnice cadit in diminutionem numeri x fitque adeo $dx = dr$; igitur habemus $r-2x$ caſus qui elementum dx faciunt $= 0$ et $2x$ caſus, qui idem elementum dx faciunt $= dr$, vnde, per regulam fundamentalem artis coniectandi, fit verus valor elementi $dx = \frac{2x\,dr}{r}$; hinc $\frac{dx}{x} = \frac{2dr}{r}$; haec autem vltima aequatio ita eſt integranda, cum additione conſtantis, vt poſito $x = n$ fiat $r = 2n$; vnde talis oritur

oritur aequatio integralis $\log. x - \log. n = 2 \log. r - 2 \log. 2n$ vel $\log. \frac{x}{n} = 2 \log. \frac{r}{2n}$ aut, ſumtis numeris, $\frac{x}{n} = \frac{rr}{4nn}$, vel denique $x = \frac{rr}{4n}$; quod demonſtrandum ſuſcepi.

§. 7. Vt vero vſus huius methodi magis pateſcat, aliam problemati noſtro adiiciemus conditionem et quidem talem, quam rurſus argumentum proxima vice pertractandum mihi ſubminiſtrauit.

Ponamus nempe, ſchedulas in vrna repoſitas dimidiatim in duas claſſes eſſe diuiſas, veluti in nigras et albas, ita vt ante extractionem quaeuis nigra ſuam habeat ſociam albam, ſimili nota aut numero ſignatam. Ita rurſus erit numerus integer parium $= n$ omniumque ſchedularum $= 2n$ in nigras et albas aeque bipartitarum: verum fingamus inſuper, ſchedulas alterutrius claſſis ad exitum eſſe proniores ſecundum datam legem qualemcunque ſiue conſtantem ſiue variabilem, ſic vt nigrae et albae inaequali numero ex vrna extrahantur. Ponamus adeoque numerum ſchedularum nigrarum in vrna ſuperſtitum $= s$ et albarum $= t$; quaeritur nunc iterum, quotnam paria x inter omnes iſtas ſchedulas, albas et nigras, ſint probabiliter in vrna ſuperſtitura.

Ad hanc quaeſtionem ſoluendam oportet vtramque ſchedularum claſſem ſeorſim examinare eamque ſubdiuidere in duas partes, quarum altera contineat ſchedulas etiamnum ſociatas, altera ſolutas: inquiramus de nigris, quarum numerus $= s$; diuidatur

 iſte

iſte numerus in duas partes x et $s-x$; ſic quaeuis ſchedula nigra partis x ſuam habebit ſociam albam, dum quaeuis ſchedula alterius partis $s-x$ ſua ſocia orba erit; ſed quoniam omnes et ſingulae ſchedulae nigrae eidem ſorti aequaliter ſubiectae ponuntur, erit decrementum dx, quatenus a decremento ds oritur, $=\frac{x\,ds}{s}$, quia nempe ſunt x caſus, quibus valor iſtius decrementi eſt $=ds$, et $s-x$ caſus, quibus eſt $=0$; ſimiliter decrementum numeri x, quod a diminutione numeri t oritur, eſt $=\frac{x\,dt}{t}$, ſic integrum decrementum dx, quod ab ambarum claſſium diminutione oritur, fit $=\frac{x\,ds}{s}+\frac{x\,dt}{t}$; at ſi $dx=\frac{x\,ds}{s}+\frac{x\,dt}{t}$ erit $\frac{dx}{x}=\frac{ds}{s}+\frac{dt}{t}$; quia vero ab initio ſinguli numeri x, s et t ſunt aequales numero n, erit aequatio integralis $\log.\frac{x}{n}=\log.\frac{s}{n}+\log.\frac{t}{n}$; vnde, ſumtis numeris, oritur $\frac{x}{n}=\frac{st}{nn}$ vel $x=\frac{st}{n}$.

§. 8. Si fingatur, ſchedulas nigras infinita extrahi facilitate, erit conſtanter $t=n$ fietque adeo $x=s$, cuius corollarii veritas per ſe patet; nulla enim ſchedula alba extrahetur et quaeuis nigra ſuperſtes in vrna neceſſario ſuam habebit ſociam: idem valet, ſi de albis intelligitur, quod modo de nigris ſuppoſuimus. At vero, ſi aequali facilitate vtriusque claſſis ſchedulae extrahantur, tunc in quaeſtionem paragraphi ſexti incidemus; erit enim $s=t$ $=\frac{1}{2}r$ proindeque $x=\frac{rr}{4n}$, plane vt in allegato paragrapho ſexto inuenimus.

§. 9.

§. 9. Haud difficulter porro ex methodo noſtra intelligitur, quod ſi, loco binarum ſchedularum ſociatarum, ſingulae ſchedulae trinae aut ſingulae quaternae coniugatae vel eodem numero notatae ponantur atque ex collectis ſchedulis tres quatuorue claſſes formentur diuerſis coloribus diſtinctae, ac denique rurſus ponatur, ante factam extractionem, quamuis claſſem continere n ſchedulas; tum ſi putetur poſt extractionem in vrna ſuperſtites eſſe s ſchedulas in prima claſſe, t ſchedulas in ſecunda, u ſchedulas in tertia, ac denique z ſchedulas in quarta, ſi quatuor ſint claſſes, fore numerum ternariorum, qui integri in vrna permanſerint, $= \frac{stu}{nn}$ vel quaternariorum $= \frac{stuz}{n^3}$ et ſic porro in altioribus combinationibus: numeros autem n, s, t, u, z permagnos ac veluti infinitos vsque ſupponimus.

§. 10. Vnicum ſupereſt, quod porro ad inſtitutum noſtrum pertinet aliquo modo. Poſtquam ſcilicet in paragrapho ſeptimo diuerſam in ſchedulis nigris et albis facilitatem finximus, qua ex vrna extrahantur et quae faciat, vt inaequali numero in vrna ſuperſint ſchedulae ad vnam alteramue claſſem pertinentes, non abs re erit paucula ſuperaddere verba, quae propius ad iſtam hypotheſin pertinent.

Notabimus igitur vel cognitam vsque eſſe relationem inter s et t, id eſt, inter ſchedulas nigras et albas in vrna ſuperſtites atque tunc deſiderari poſſe relationem inter praememoratas facilitates, ſiue

ſiue relatio iſta fuerit conſtanter eadem ſiue vtcunque variabilis, vel cognitam eſſe hancce poſteriorem relationem, ex qua deducenda ſit prior relatio.

§. 11. Sit itaque, pro quauis extractione data, procliuitas in egreſſum pro ſchedulis nigris ad ſimilem procliuitatem pro ſchedulis albis, vt Φ ad 1, intelligendo per Φ numerum qualemcunque ſiue conſtantem ſiue data lege variabilem, retineanturque denominationes antea adhibitae; ſic patet fore $ds : dt = \Phi s : t$, quia vtique decrementa ds et dt pro quauis imminente extractione rationem ſequuntur compoſitam ex ratione s ad t et ex ratione facilitatum, vtrique ſchedularum claſſi reſpondentium, quod poſterius ex ipſa noſtra diuerſarum facilitatum definitione liquet; hinc deducimus $\Phi = \frac{tds}{sdt}$ et haec aequatio inſeruiet ad vtramuis relationem ex altera data determinandam.

Si $\Phi = 1$, id eſt, ſi facilitas ab vtraque parte ſit eadem, fit $sdt = tds$, vel $\frac{dt}{t} = \frac{ds}{s}$; vel $\log.\frac{t}{n} = \log.\frac{s}{n}$; vnde $t = s$. Si $\Phi = \frac{g}{b} =$ numero qualicunque conſtanti, fit $\frac{g}{b} = \frac{tds}{sdt}$, vnde $\frac{gdt}{t} = \frac{bds}{s}$ aut $g\log\frac{t}{n} = b\log.\frac{s}{n}$ ſiue $t = n(\frac{s}{n})^{b:g}$. Si $\Phi = \frac{n}{n+s}$, habetur $\frac{n}{n+s} = \frac{tds}{sdt}$ vel $\frac{ndt}{t} = \frac{n+s}{s}ds$, vnde $n\log\frac{t}{n} = s - n + n\log.\frac{s}{n}$ atque $n\log\frac{t}{s} = s - n$ ſiue $t = c^{(s-n):n}s$, vbi c indicat numerum cuius logarithmus hyperbolicus eſt vnitas.

Si

Si viciſſim ponatur $t = \frac{ss}{n}$ erit $\Phi = \frac{1}{2}$ vel ſi $t = s^f : n^{f-1}$ ſit $\Phi = \frac{1}{f}$. Si denique $t = \frac{2ss - ns}{n}$ ſit $\Phi = \frac{2s-n}{4s-n}$.

§. 12. Non diffiteor, problema noſtrum poſterius, prouti in ſeptimo paragrapho propoſitum eſt, facilem admittere ſolutionem ex aliis principiis; iſta vero facilitas inde oritur, quod vtrumque numerum s et t pro cognitis aſſumſerim, cum tamen vterque incognitus eſt, quando ſimpliciter datur numerus ſchedularum tum nigrarum tum albarum in vrna reſiduarum; ſic quidem datur ſumma numerorum s et t; at neuter per ſe cognoſcitur et demum ex data functione Φ erunt eliciendi. Sic problema longe aliam faciem ſumit, necdum video, quemadmodum ſolutionem a noſtra diuerſam admittere poſſit. Ipſa autem noſtra ſolutio ita erit inſtituenda.

Vidimus paragrapho vndecimo, eſſe $\Phi = \frac{t\,ds}{s\,dt}$; habemus igitur $\frac{ds}{s} = \frac{\Phi\,dt}{t}$, hinc $\log \frac{s}{n} = \int \frac{\Phi\,dt}{t}$; ponatur c pro numero, cuius logarithmus hyperbolicus ſit vnitas, atque ſic erit $\frac{s}{n} = c^{\int \Phi\,dt:t}$. Quia ſic valor numeri s exprimitur per functionem numeri t, erit productum st ſimpliciter expreſſum per functionem numeri t; ſit nunc iterum data ſumma omnium ſchedularum in vrna reſiduarum $= r$ et erit $s + t = r$ et quia datur s per t, habetur aequatio inter t et r cuius ope numerus t mutabitur in functionem numeri r, ſic vt denique

 quanti-

quantitas $\frac{st}{n}$ vel quaeſita quantitas x pura functione numeri r expreſſa habeatur. Operoſa et intricata eſt haec ſolutio generalis intelligiturque ex ipſa formularum indole, ſolutionem problematis ab analyſi communi deduci non poſſe; verum plurimis in caſibus egregie ſubleuatur calculus, vti nunc videbimus.

§. 13. Ponamus vnicuique ſchedulae nigrae per ſe ineſſe procliuitatem, vt extrahatur, duplo maiorem, quam ſit in quauis ſchedula alba; ſic erit $\Phi = 2 = \frac{tds}{sdt}$; vnde $\frac{2dt}{t} = \frac{ds}{s}$ adeoque $s = \frac{tt}{n}$; quia vero $s + t = r$, erit nunc $\frac{tt}{n} + t = r$, ſimulque $x = \frac{st}{n}$ (§. 7.) $= \frac{t^3}{nn}$ vel $t = \sqrt[3]{nnx}$; hinc aequatio $\frac{tt}{n} + t = r$ mutatur in hanc $\sqrt[3]{nxx} + \sqrt[3]{nnx} = r$, quae porro reducta dat aequationem quaeſitam:

$$x = \frac{\left(-\frac{1}{2}n + \sqrt{nr + \frac{1}{4}nn}\right)^3}{nn}.$$

Fuerit, verbi gratia, $r = \frac{5}{16}n$, fiet $x = \frac{1}{64}n$, in hypotheſi autem aequalis pro vtraque ſchedularum claſſe in egreſſum procliuitatis, fieret in eodem exemplo $x = \frac{25}{1024}n$, ratio vtriusque valoris eſt vt 16 ad 25. Erit praeterea $s = \frac{1}{16}n$ et $t = \frac{1}{4}n$ cum in altera hypotheſi eſſet $s = t = \frac{5}{32}n$. Exinde abunde patet, quod ſi ex ſola origine inaequalitatis inter valores s et t problema noſtrum ſoluendum fuiſſet, id vix aliter quam fecimus obtineri potuiſſet.

DE

DE
DVRATIONE MEDIA
MATRIMONIORVM, PRO QVACVNQVE CONIVGVM AETATE, ALIISQVE QVAESTIONIBVS AFFINIBVS.

Auctore

DANIELE BERNOVLLI.

Conferatur ſpecimen de vſu algorithmi infiniteſimalis in arte coniectandi pag. 87.

§. 1.

Perpetua cum ſit naſcendi denaſcendique commutatio, a plurimis iam annis tabulae apud diverſas gentes fuerunt conſtructae tum natales tum mortuales, quibus denique variationum et viciſſitudinum leges, mirabili cum ſucceſſu, obſeruatae atque ſtabilitae fuerunt; quamuis enim priuati vniuscuiusque hominis fatum ſit prorſus incertum, negari tamen non poteſt, quin ſtatus medius, pro magno hominum numero indiſcriminatim collecto, legibus fere inuariatis reſpondeat, quorſumcunque ſtatus iſte referatur vel quacunque de re ſermo ſit. Ita obſeruatum fuit, numerum filiolorum annuatim natorum conſtanter ſuperare numerum filiolarum an-

ruatim natarum; imo, quod mirabilius eſt, vel ipſam inaequalitatem propemodum conſtanter eandem obſeruare proportionem in eadem Regione ad totum natorum numerum: id autem poſterius non niſi in permagnis animaduerti poteſt numeris, in quibus nempe incertitudo ſortis fortuitae, habita ratione totius, fere euaneſcere demonſtratur: videntur etiam proportiones iſtae pro vtroque ſexu eſſe paululum diuerſae in diuerſis regionibus. In tabulis accuratioribus ſupperadduntur enumerationes pathologicae, vnde morborum lethalium indolem optime intelligimus; notum nunc eſt, ſolas variolas hiſce temporibus duodecimam aut decimam tertiam partem cuiusuis generationis interimere, plus minus pro ratione et diuerſitate gentium: notum pariter eſt, morbos primae infantiae fere tres decimas totius generationis partes intra primum natiuitatis annum tollere; obſeruatum porro fuit, quod propius ad inſtitutum noſtrum pertinet, foeminas communiter vita frui longaeuiori quam mares; tabulam hac de re habemus a Celeberrimo D. *Wargentin* in Suecia conſtructam, quae hanc obſeruationem egregie confirmat; neque id diuerſae viuendi rationi tribui poteſt, quia iſta ſequioris ſexus praerogatiua a primis incunabilis conſtantiſſime manifeſtatur atque per totam vitam in illo manet; De eodem vtriusque ſexus numero intra primum natiuitatis annum moriuntur 1623 filioli et 1438 filiolae; vita media ab ipſa natiuitate ſumta in filiolis eſt 24 annorum

rum 2 menſium, in altero ſexu eſt 28 annorum cum decem menſibus; 2008 prioris claſſis attingunt annum vigeſimum, in altera claſſe 2337. hinc numerus foeminarum conſtanter ſuperat numerum virorum viuentium. Huiusmodi obſeruationes, ſiue ad politicam, ſiue ad medicinam referantur, ſua vtilitate minime carent: quin longe latius vſus eorum pateret, ſi omni ſuo momento ponderarentur iisque recte vterentur ſcriptores.

§. 2. Praeter tabulas natales et mortuales conſtrui quoque ſolent matrimoniales, quae ad oeconomiam politicam illuſtrandam praeprimis inſeruiunt magisque inſeruirent, ſi accuratius conderentur, quippe optandum foret pro quouis connubio, vt adiecto numero arabico vtriusque deſponſati aetas alioque numero romano indicaretur, num nuptias primas vel ſecundas aut etiam tertias celebrauerit, nuptus aut nupta. Ex tabulis matrimonialibus ita conditis optime intelliguntur in iſta re conſuetudines in diuerſas gentes diuerſasque vrbes introductae, quae ſi minus forte cum axiomatibus politicis conueniant, prudenter oppugnari poſſunt.

§. 3. Praememoratae triplices tabulae fundamentales ſolis obſeruationibus aſſiduis magno labore congeſtis formari poterant, nec enim quicquam hic iuuat rationis vſus: at dici non poteſt, quot nouae veritates ſolo ratiocinio inde elici poſſint. Tabulae mortuales nos docent, verbi gratia, durationem

mediam vitae a quacunque aetate inſuper expectandae, non quidem immediate ſed per conſequentias vt vt per ſe vnicuique obuias; quaeſtio autem, quam nunc enucleabimus, de duratione media matrimoniorum multo operoſior eſt plurimasque requirit deductiones et cum inde diuerſae humani generis claſſes, ſucceſſiones ac viciſſitudines petendae ſint, operae pretium me facturum exiſtimaui, ſi viam monſtrarem ad hoc argumentum, quod multa habet communia cum ſpecimine aliquo, quod ante hos ſeptem annos cum Academia Reg. Sc. Pariſina communicaui, Commentariis huius Academiae ad An. 1760. inſerto, vbi de mortalitate a variolis naturalibus ſalutarique earum inſertione diſſerui, inſolita ad hanc rem analyſeos ſpecie vſus.

§. 4. Cum de duratione media matrimoniorum, pro data vtriusque coniugis aetate, quaeritur; neceſſe eſt, vt prius tabula exhibeatur pro dato ſimilium connubiorum numero, quae indicet, quotnam eorum poſt ſingulos annos remanſura ſint integra, at modus quo huiusmodi tabula conſtrui poſſit, adhucdum deſideratur. Docebunt equidem tabulae mortuales numerum tam virorum quam foeminarum poſt ſingulos annos ſuperſtitum; ſed vterque numerus compoſitus erit ex viduatis et ex connuptis ſeu iis, qui etiamnum in ſtatu matrimoniali viuunt; ſinguli autem hi numeri cum ſint penitus incogniti, analyſis requiritur, qua definiri poſſint atque haec analyſis ex arte coniectandi petenda

tenda eſt. Incipiam a ſimplicioribus, atque primo ſupponam aequalem in vtroque ſexu aetatem, ita vt omnes ſiue connupti ſiue connuptae communem habeant aetatem; tum etiam ponam vtrumque ſexum eiusdem aetatis indiſcriminatim eidem mortis periculo ſubiectum, vt vt obſeruatum ſit rem paulo aliter ſe habere ſexumque ſequiorem vitam a morte tutiorem agere: nec tamen iſta obſeruatio ita eſt interpretanda, quaſi in copioſis vrbibus aliisue locis foeminae minori numero annuatim moriantur ac mares, etenim eodem numero ſi naſcantur, oportet etiam vt pari numero moriantur; at notandum eſt, in omni ciuitate plures viuere foeminas quam mares; vnde ſequitur ſummam annuatim morientium in vtroque ſexu poſſe quidem eſſe abſolute aequalem, id autem non impedire, quin habita ratione viuentium ſummae in vtroque ſexu, minori proportione moriantur foeminae quam mares. Id monere ideo volui, quod nonnullos ſcriptores erroneam hac de re ſententiam ferre viderim.

Poſtquam ſic argumentum noſtrum pro hypotheſi communi pertractauero, modum oſtendam quo generaliter et omni accuratione perfici poſſit.

§. 5. Fuerit ab initio numerus omnium matrimoniorum $= n$ atque adeo numerus omnium connuptorum $= 2n$; tum putetur poſt datum annorum decurſum pars eorum morte abrepta ſitque numerus omnium viuorum ſuperſtitum $= r$ omniumque

que proinde demortuorum $= 2n - r$; ponatur denique numerus matrimoniorum adhucdum ſubſiſtentium $= x$ atque adeo numerus omnium viduatorum $= r - 2x$; His ita definitis, dico fore $x = \frac{rr - r}{4n - 2}$.

Solutionem huius quaeſtionis demonſtratam dedi in ſpecimine *de vſu algorithmi infiniteſimalis in arte coniectandi* §. 2. (vid. pag. 88. huius commentariorum voluminis) vbi quidem terminis vſus ſum in arte coniectandi adhiberi ſolitis; rem autem eodem redire nemo eſt qui non videat. Erit porro numerus omnium viduatorum ſeu $r - 2x = \frac{2nr - rr}{2n - 1}$, cuius dimidium perinde exprimit numerum ſiue viduorum ſiue viduarum, quandoquidem mortem eadem falce in vtrumque ſexum ſaeuire ponimus.

§. 6. Sic igitur facile nunc eſt numerum matrimoniorum, quae integra permanſerint, pro quouis numero viuentium reſiduo, determinare et quia poſterior iſte numerus, ad quemuis aetatis communis annum in tabulis mortualibus reperitur, poterit ſimul pro quouis anno numerus matrimoniorum ſuperſtitum indicari. Seligam tabulas mortuales a celeberrimo *Halleio* pro Ciuitate Breslawienſi conſtructas, quae paſſim fuerunt typis mandatae nominatimque extant in egregio opere D. de Parcieux cui titulus eſt *Eſſay ſur les probabilités de la durée de la vie humaine*, iisque vtar ad nouas condendas tabulas ſcopo noſtro inſeruientes. Liberum vtique eſt a numero matrimoniorum incipere quocunque

cunque pariter atque ab aetate communi qualicunque. Ponam itaque 500 matrimonia primitiua contracta inter mille perſonas, quarum ſingulae praeciſe 20 annos natae ſint. Cum autem in tabula *Halleiana* ponantur 598 perſonae 20 annorum, ego autem 1000 perſonas ſupponam, erunt ſinguli numeri ab *Halleio* poſiti augendi in ratione numerorum 598 et 1000; fractiones negligam iisque ſubſtituam numerum integrum, cui proximae ſunt aut qui melius vniformitatem in progreſſu obſeruat.

Tabula, quae ſequitur, ex quatuor columnis conſtat, ſingulis bipartitis. Columna prima aetatem indicat annis expreſſam; ſecunda numerum perſonarum ſuperſtitum; tertia numerum matrimoniorum ſubſiſtentium et morte intactorum; quarta denique numerum perſonarum viduatarum nullo habito ſexus discrimine, quaeque adeo in duas claſſes aequales, viduos et viduas, erunt ſubdiuidendae; In hunc cenſum autem referendi ſunt omnes, qui viduitatem ſemel paſſi ſunt, ſiue nouas inierint nuptias ſiue viduitatis ſtatum retinuerint.

I.	II.	III.	IV.
Aetas, annorum	Viri ſuperſtites.	Matrimonia reſidua.	Superſtites viduati.
20	1000	500	0
21	990	490	10
22	980	480	20
23	970	470	30
24	960	461	38

I.	II.	III.	IV.
Aetas, annorum.	Viui ſuperſtites	Matrimonia reſidua.	Superſtites viduati.
25	948	450	48
26	936	439	58
27	924	427	70
28	913	416	81
29	901	406	89
30	888	395	98
31	875	384	107
32	861	372	117
33	848	360	128
34	834	348	138
35	819	336	147
36	804	324	156
37	789	312	165
38	774	300	174
39	759	288	183
40	744	276	192
41	729	265	199
42	714	254	206
43	698	243	212
44	681	232	217
45	664	221	222
46	647	210	227
47	631	199	233
48	614	188	238
49	597	178	241

I.

I.	II.	III.	IV.
Aetas, annorum.	Viui ſuperſtites.	Matrimonia reſidua.	Superſtites viduati.
50	579	168	243
51	560	157	246
52	541	147	247
53	523	137	249
54	505	127	251
55	488	118	252
56	471	110	251
57	454	103	248
58	437	95	247
59	421	88	245
60	404	81	242
61	387	75	237
62	370	69	232
63	354	63	228
64	338	57	224
65	321	52	217
66	304	47	210
67	287	42	203
68	270	37	196
69	254	32	190
70	237	28	181
71	219	24	171
72	200	20	160
73	182	16	150
74	164	13	138

I. Aetas, annorum.	II. Viui ſuper-ſtites.	III. Matrimonia reſidua.	IV. Superſtites viduati.
75	147	10	127
76	130	8	114
77	114	6	102
78	98	4	90
79	82	3	76
80	69	2	65
81	57	2	53
82	47	1	45
83	39	1	37
84	33	1	31
85	27	0	27
86	22	0	22
87	17	0	17
88	13	0	13
89	9	0	9

§. 7. Formula, qua vſi ſumus, ad numeros tertiae columnae calculo eruendos, ſcilicet $\frac{rr - r}{4n - 2}$, ſatis indicat numeros hosce non eſſe exacte proportionales numero primo ad arbitrium aſſumto, niſi numerus iſte primordialis ſit permagnus; at vero tunc numeri poſtremi aliquantillum ab identitate proportionalitatis recedent; notandum porro ex eo, quod fractiones omnes reiicimus, paruulos errores vnitate maiores, minores tamen binario in numeros quartae columnae cadere poſſe; numeri iſti genera-

neraliter exprimuntur formula $\frac{2nr - rr}{2n - 1}$ (§. 5.); ergo numerus viduatorum maximus ſit, quando numerus primordialis connuptorum ad dimidium fuit reductus, id eſt, cum $r = n$; tunc autem fit maximus numerus viduatorum adhuc dum viuentium $= \frac{nn}{2n - 1}$ ſiue in noſtro exemplo $= 250\frac{1}{4}$, cum tamen tabula ipſa numerum indicet 252. Id moneo, ne quis compendii cauſa admiſſos paruulos errores ipſi methodo tribuat.

§. 8. Tabula, quam modo dedimus, ab aetate incipit 20 annorum; difficile autem non eſt pro quacunque alia aetate initiali nouam conſtruere tabulam; Ita ſi animus ſit indolem matrimoniorum pro aetate 30 annorum explorare, tunc indicat praemiſſa tabula numerum matrimoniorum ſuperſtitum hac aetate eſſe 395; quia vero ab initio numerus viuorum ſuperſtitum ſemper eſt duplus numeri matrimoniorum, ponendum eſt columnam ſecundum incipere a 790 deſponſatis; igitur numerus 888 mutandus eſt in numerum 790, poſteaque omnes numeri in columna ſecunda expoſiti ad eandem proportionem ſunt diminuendi; numeri vero columnae tertiae omnes retinendi; denique ſi a numeris ſecundae columnae praefato modo diminutis ſubtrahantur numeri tertiae columnae duplicati prodibunt numeri quartae columnae. Atque ſic facili negotio tabulae pro quauis connuptorum aetate communi conſtruentur.

§. 9. Si nunc tempus quaeratur, quo matrimonia primordialia, aetate 20 annorum inita, dimidia ſui parte morte deſtruantur, id ſola tabulae inſpectione patebit; etenim cum ab initio 500 ponantur matrimonia, videndum modo erit in columna tertia, quanam aetate 250 matrimonia morte intacta ſuperſint:

atque ſic apparebit id fieri intra 42um. et 43um. aetatis annum vel potius aetate 42 annorum $4\frac{1}{2}$ menſium; ſic igitur aequo pignore certari poterit matrimonium, communi aetate 20 annorum initum, poſt 22 annos $4\frac{1}{2}$ menſ. etiamnum ſubſtiturum aut non ſubſtiturum.

Verum eadem quaeſtio pro quacunque alia aetate, modo vtrique connupto eadem ſit, eodem modo ſoluitur. Sit, verbi gratia vtriusque connupti aetas 40 annorum: tabula noſtra indicat, hoc aetatis anno ſupereſſe 276 matrimonia, atque hunc numerum ad dimidium reduci poſt elapſos duodecim annos cum vndecim menſibus.

I. annor. aetas	II. Temp. pro dimidia matrimonior. deſtruct.
20	22 anni $4\frac{1}{2}$ menſ.
25	19 —— 7 ——
30	17 —— 2 ——
35	15 —— 0 ——
40	12 —— 11 ——
45	11 —— 0 ——
50	9 —— 6 ——
55	8 —— 8 ——
60	7 —— 4 ——
65	5 —— 6 ——
70	3 —— 8 ——
75	2 —— 6 ——
80	2 —— 0 ——

Atque

Atque ſic tabellam appoſitam pro quouis aetatis incremento quinquennali conſtruxi, vbi prima columna indicat annorum aetatem vtrique connupto communem, ſecunda vero tempus docet, annis menſibusque expreſſum, intra quod probabiliter dimidia matrimoniorum pars deſtruatur. Methodo autem interpolationum ſatis accurate negotium conficietur pro quauis aetate intermedia.

§. 10. Praefata quaeſtio de tempore, quo dimidia matrimoniorum pars deſtruitur incipiendo ab aetate qualicunque, non eſt confundenda cum quaeſtione noſtra principali, quae durationem mediam matrimoniorum inſuper expectandam requirit, quaecunque ſit aetas connuptorum, modo ſit eadem. Facile tamen prouidetur non multum admodum inter ſe differre poſſe ambas quaeſtiones; methodus autem pro inuenienda duratione media matrimoniorum ſimilis eſt illi, qua vtimur ad durationem vitae, a quacunque aetate, inſuper expectandae; ſed ipſa haec methodus requirit, vt prius annua quaeuis deſtructio innoteſcat et haec quidem annua matrimoniorum deſtructio cum nullis adhuc dum obſervationibus fuerit determinata, videndum mihi erat annon calculo poſſet ad quamuis aetatem definiri, quod negotium ex ſententia ſucceſſit; iam igitur modum indicabo, quo ad ductum tabulae, paragrapho ſexto ſubiunctae, pro quauis aetate vlterior matrimoniorum duratio media indagari debeat.

§. 11.

§. 11. Addantur omnes numeri, in columna tertia tabulae noſtrae expreſſi, incipiendo a data annorum aetate vsque ad finem et eorum ſumma diuidatur per numerum datae aetatis reſpondentem: ſic *quotiens* exprimeret, vt notum eſt, durationem mediam quaeſitam, ſi modo matrimonia ſingula, quae vnoquoque anno deſtruuntur, ſimul in fine anni deſtruerentur; at vero cum deſtructio per totum anni decurſum ſit fere vniformis, haec ſine ſenſibili errore in medium annum incidere cenſenda erit; hinc fit, vt praefatus *quotiens* dimidio anno ſeu ſex menſibus ſit diminuendus. Sic itaque, ſi exempli gratia ſermo fuerit de duratione media matrimoniorum inter coniuges 55 annos natos, accipienda erit ſumma numerorum tertiae columnae ab 118 incluſo vsque ad finem, quae ſumma eſt 1208 quaeque nunc diuidi debet per numerum 118 propoſitae aetati reſpondentem; quotiens proxime erit $10\frac{1}{4}$ totidem exprimens annos, a quibus ſi denique auferatur annus dimidius remanebunt $9\frac{3}{4}$ ſiue nouem anni cum nouem menſibus; igitur duratio media matrimoniorum inter coniuges 55 annorum eſt nouem annorum totidemque menſium.

Sic

Sic itaque ad modum allati exempli, pro quouis rurſus aetatis incremento quinquennali, tabellam formaui appoſitam, cuius prima columna indicat annorum aetatem vtriusque coniugis, ſecunda vero docet durationem mediam matrimoniorum diuerſis aetatibus iſtis ſubſiſtentium: quod in hoc negotio reliquum eſt interpolationes conficient.

I. annorum aetas	II. Duratio media matrimoniorum
20	23 a. 10 m.
25	21 — 3
30	18 — 10
35	16 — 8
40	14 — 9
45	12 — 10
50	11 — 1
55	9 — 9
60	8 — 1
65	6 — 2
70	4 — 6
75	3 — 4
80	3 — 0.

§. 12. Vt nunc quodammodo appareat, quousque haec noſtra theoria cum obſeruationibus cohaereat, exemplum allegabo, quod nuperrime legi in transactionibus Bernenſibus, vbi dicitur Lauſannae numerata fuiſſe 1053 matrimonia ſubſiſtentia, ibique annuatim 49 matrimonia conſecrari; exinde ſequitur durationem mediam horum matrimoniorum nouiter initorum eſſe proxime 21 annorum cum ſex menſibus; haec duratio media paululum maior eſt ea, quae conuenit aetati 25 annorum. Minime autem vero abſimile eſt, aetatem mediam omnium matrimoniorum, quae conſecrantur, eſſe propemo-

 dum

dum 25 annorum, ſic vt calculi noſtri ipſis obſervationibus non male conueniant. Nunc vero non vacat alia apud diuerſos Autores inquirere exempla; Si qui alii iſtud negotii in ſe ſuſcipere velint, his facile erit ſuum formare iudicium, modo meminerint diuerſam paululum eſſe in diuerſis regionibus mortalitatem atque pro mortalitatis gradu increſcere aut diminui matrimoniorum durationem.

§. 13. Quod ſi nunc porro deſideremus ſummam matrimoniorum in ciuitate, quae annuatim 500 matrimonia noua praebet, ſubſiſtentium, ſimul autem ſupponatur non alia celebrari matrimonia, quam inter perſonas 20 annos natas, non aliud faciendum eſt, quam vt multiplicemus durationem mediam nouorum matrimoniorum annuorum per numerum horum matrimoniorum, id eſt, $23\frac{5}{6}$ per 500; productum 11917 dabit ſummam quaeſitam: haec erit ſumma omnium matrimoniorum ſubſiſtentium: ſumma autem omnium perſonarum foedere matrimoniali iunctarum erit 23834. Si vero alia ponatur aetas ſingulis nouis deſponſatis communis, eidem quaeſtioni inſeruiet tabella paragraphi vndecimi; erit enim vbique numerus matrimoniorum annuorum ad ſummam omnium matrimoniorum ſubſiſtentium vt tempus vnius anni ad tempus durationis mediae, quod in columna ſecunda tabellae notatum eſt. Ponamus itaque ſingula matrimonia differri in finem trigeſimi anni, oportebit nunc multipli-

tiplicare numerum matrimoniorum annuorum per $18\frac{5}{8}$. Sed ipſe numerus matrimoniorum annuorum nunc minor erit in ratione viuorum ſuperſtitum, id eſt, in ratione numeri 1000 ad 888, qui reſpondent aetatibus 20 et 30 annorum; igitur numerus matrimoniorum annuorum nunc erit $\frac{888}{1000} \times 500$ ſiue 444, qui multiplicatus per $18\frac{5}{8}$ dat 8362, cum antea fuerit 11917; annon etiam matrimonia prioris claſſis multo foecundiora praeſumi poſſunt, quam matrimonia finito demum trigeſimo aetatis anno inita? Si quae ciuitas a 500 matrimoniis annuis, ſingulis ſub finem vigeſimi aetatis anni contractis, quotannis 2300 liberos ſusceperit, haec eadem ciuitas forte vix vltra 1000 liberos quotannis acquiret, ſi omnia et ſingula matrimonia elapſo demum trigeſimo aetatis anno ineantur.

§. 14. Verbum addam de numero viduatorum omnium vtriusque ſexus, qui ad eandem, de qua diximus ciuitatem pertinebunt, ſi viduitatem perpetuo ſeruare ponantur, aut ſi omnes viduitatem ſemel paſſi vel paſſae huic cenſui annumerentur. Quod ſi autem in tabula paragraphi ſexti addantur numeri columnae quartae; orietur numerus 10326 qui proxime exprimet numerum omnium perſonarum viduatarum vsque ad finem aetatis 89 annorum: huic addi poſſunt propemodum 24 ſuperſtites aetatem iſtam transgreſſi, ita vt ſumma omnium perſonarum viduatarum in ciuitate cenſeri queat 10350. Igitur omnes perſonae foedere matrimo-

trimoniali iunctae rationem habebunt ad omnes viduatas propemodum vt 23834 ad 10350 vel ſere vt 23 ad 10. Haec ita ſe habebunt, ſi ſingula matrimonia aetate 20 annorum pro vtroque ſexu celebrari ponantur. Aetas alia aliam tabulam aliosque numeros haberet, quae autem leui mutatione obtinentur: nimius ſim, ſi omnia attingam, ſuperſunt enim quam plurimae quaeſtiones, quae ſolo calculo et quidem melius quam obſeruationibus vtcunque aſſiduis determinantur.

§. 15. Progredior ad alterum matrimoniorum genus inter diuerſae aetatis coniuges initorum. Communia ſunt huiuscemodi connubia, cum plerunque maritus vxorem aetate ſuperet. Notum autem eſt periculum mortis creſcere cum aetate, praeterquam quod, caeteris paribus, maius quoque periculum ſit in viris quam in foeminis. Sic igitur ſi maior aetas ponatur in maritis, hi facilius et citius e vita diſcedent longeque plures poſt ſe relinquent viduas, quam vidui fiant. Verebar equidem, ne iſta inter viduos viduasque inaequalitas nimium difficultatis argumento noſtro inferret; at iuvit ipſa rei natura eo, quod aequatio differentialis inter tres indeterminatas non ſeparationem modo ſed et integrationem, veluti forte fortuna, admittat. Similem habui fortunam in ſpecimine, cui titulus eſt, *Eſſay d'une nouvelle analyſe de la mortalité cauſée par la petite verole etc.* Commentariis Acad. Reg. Scient. Paris. ad annum 1760 inſerto, cuius iam ſupra

ſupra mentionem feci §. 3. Iam vero intelligitur, me methodo algorithmi infiniteſimalis vſum fuiſſe, quae requirit, vt numerus matrimoniorum initialis permagnus aut veluti infinitus accipiatur. Methodum iſtam, ſolis mutatis nominibus, integram expoſui in ſpecimine praeliminari *de vſu algorithmi infiniteſimalis in arte coniectandi* a paragrapho ſeptimo vsque ad finem (vid. iterum pag. 87. huius commentariorum voluminis). Hic ſunt mariti et vxores, quod ibi ſchedulae nigrae et albae; hic matrimonia, quod ibi ſchedularum ſociarum paria; hic denique maior mortalitas alterutrius ſexus, quod ibi maior pro extractione ex vrna facilitas vel maior in egreſſum pronitas.

§. 16. Ponatur iam numerus matrimoniorum initialis iterum $= n$ ſintque haec matrimonia ſingula ita conſtituta, vt mariti omnes quidem eiusdem ſint aetatis inter ſe pariter atque vxores, verumtamen diuerſa ſit aetas in vno ſexu et in altero: Deinde, elapſo dato annorum numero, ſit numerus virorum ſuperſtitum $= s$ et numerus foeminarum ſuperſtitum $= t$; ambo autem numeri dignoscuntur ex tabulis mortualibus: tum quaeritur quotnam inter hos ſuperſtites omnes futura ſint matrimonia integra ſiue eousque morte intacta, quotnam porro vidui vel ſaltem ſemel viduati et quotnam viduae aut ſemel viduatae. Ponatur rurſus numerus matrimoniorum ſuperſtitum $= x$; ſic erit numerus viduorum ſuperſtitum $= s - x$ et nume-

rus viduarum ſuperſtitum $= t - x$. His ita conſtitutis demonſtrauimus in fine paragraphi ſeptimi ſpeciminis noſtri praeliminaris *de vſu algorithmi infiniteſimalis in arte coniectandi*, fore $x = \frac{st}{n}$. Cognitis itaque aut datis numeris s et t innoteſcunt omnia.

Patet inde, non neceſſe eſſe, vt directe ratio habeatur diuerſae in diuerſo ſexu mortalitatis, quae ab aetatis diuerſitate oritur; implicite tamen hoc factum fuiſſe nemo non videt ex eo, quod relatio ſupponatur inter numeros s et t, quae diuerſas mortalitates neceſſario inuoluit: quin formula noſtra, quamuis ſimpliciſſima, ita eſt generalis, vt ſimul etiam ratio haberi poſſit alterius mortalitatis differentiae, quae a diuerſitate ſexus originem ducit, ſiquidem non deficiant tabulae mortuales, quibus viri a foeminis ſint diſtincti. Vt vero porro tabulas *Halleianas* adhibere poſſimus, ſolam illam mortalitatis diuerſitatem conſiderabimus, quae diuerſitati aetatis debetur, quod idem fecimus cum de matrimoniis inter coniuges communis aetatis egimus: ſic tanto melius diuerſae matrimoniorum ſpecies inter ſe comparari poterunt.

§. 17. Supereſt vt modum oſtendam, quo altera tabula ſimilis illi, quam paragrapho ſexto ſubiunxi, conſtrui poſſit pro inaequali coniugum aetate; equidem quaeuis vtriusque aetatis differentia nouum poſtulat calculum; ſufficiet tamen per quinquennia ire, quia interpolationes ſtatus intermedios ſatis

ſatis accurate explicabunt. Exemplum, quod nunc afferam, inſtar omnium erit.

Putemus noua iniri matrimonia inter quingentas virgines ſingulas viginti annos natas totidemque viros quadraginta annorum. Sic erit iterum $n = 500$; tum vero inquirendi veniunt numeri s et t poſt ſingulos elapſos annos ſiue numeri tam virorum quam foeminarum ſuperſtitum; vterque numerus facili admodum calculo inuenitur ope ſecundae columnae tabulae noſtrae paragrapho ſexto annexae: Etenim numerus t obtinetur ſumendo dimidium cuiusuis numeri in praefata columna ſecunda expreſſi; ſi deinde iſte numerus dimidius multiplicetur per $\frac{1000}{744}$, habebitur numerus s; iſta autem multiplicatio ideo facienda eſt, quia numerus virorum primitiuus ſupponitur $= 500$: atque ſic formabitur columna ſecunda pro viris atque foeminis quouis anno ſuperſtitibus. His peractis formabitur columna tertia, quae matrimonia reſidua indicat, ſumendo pro quouis anno quantitatem $\frac{st}{n}$. Denique quarta ac quinta columna, quae numerum viduorum ac viduarum indicant, conſtruuntur ſubtrahendo numerum matrimoniorum reſiduorum a numero virorum vel a numero foeminarum ſuperſtitum. Numeros autem vltimos, ad quos tabula mortualis *Halleiana* non pertingit, quamuis per ſe nullius fere ſint momenti, tamen addendos aliisque tabulis mortualibus ſuperſtruendos duxi.

I.

I. Aetas annorum		II. Superſtites		III. Matrimon. reſidua	IV. Vidui	V. Viduae
Viri	Foemin.	Viri	Foem.			
40	20	500	500	500	0	0
41	21	490	495	485	5	10
42	22	479	490	470	9	20
43	23	468	485	455	13	30
44	24	457	480	439	18	41
45	25	446	474	423	23	51
46	26	435	468	408	27	60
47	27	424	462	393	31	69
48	28	413	456	377	36	79
49	29	401	450	361	40	89
50	30	389	444	345	44	99
51	31	377	437	330	47	107
52	32	365	430	314	51	116
53	33	353	424	299	54	125
54	34	341	417	283	58	134
55	35	328	409	268	60	141
56	36	316	402	254	62	148
57	37	304	394	241	63	153
58	38	293	387	228	65	159
59	39	282	379	215	67	164
60	40	271	372	202	69	170
61	41	260	364	190	70	174
62	42	249	357	178	71	179
63	43	238	349	166	72	183
64	44	227	340	154	73	186

I.

I. Aetas annorum		II. Superſtites		III. Matrimon. reſidua	IV. Vidui	V. Viduae
Viri	Foemin.	Viri	Foem.			
65	45	216	332	143	73	189
66	46	205	323	132	73	191
67	47	194	315	122	72	193
68	48	183	307	112	71	195
69	49	171	298	102	69	196
70	50	159	289	92	67	197
71	51	147	280	82	65	198
72	52	135	270	72	63	198
73	53	123	261	64	59	197
74	54	111	252	55	56	197
75	55	99	244	48	51	196
76	56	88	235	41	47	194
77	57	77	227	35	42	192
78	58	66	218	29	37	189
79	59	56	210	24	32	186
80	60	46	202	19	27	183
81	61	38	193	15	23	178
82	62	31	185	11	20	174
83	63	26	177	9	17	168
84	64	22	169	7	15	162
85	65	16	160	5	11	155
86	66	12	152	4	8	148
87	67	9	143	3	6	140
88	68	6	135	2	4	133
89	69	3	127	1	2	126

I. Aetas annorum		II. Superſtites		III. Matrimon. reſidua	IV. Vidui	V. Viduae
Viri	Foemin.	Viri	Foem.			
90	70	2	118	0	2	118
91	71	2	109	0	2	109
92	72	1	100	0	1	100
93	73	1	91	0	1	91
94	74	0	82	0	0	82
95	75	0	74	0	0	74
96	76	0	66	0	0	66
97	77	0	58	0	0	58
98	78	0	48	0	0	48
99	79	0	41	0	0	41

§. 18. Vſus huius alterius tabulae idem eſt qui praecedentis: quicquid igitur a paragrapho ſeptimo vsque ad finem paragraphi decimi quarti monuimus, id etiam, mutatis mutandis, pro praeſenti matrimoniorum genere determinari poterit. Sic, verbi gratia, cum quaeſtionem formarem paragrapho nono, de determinando tempore, quo matrimoniorum, inter perſonas 20 annos natas, pars dimidia pereat, inueni tempus iſtud 22 annorum cum 4 menſibus atque dimidio; in praeſenti matrimoniorum genere, quod fit inter mulieres 20 annos natas et maritos 40 annorum, tempus iſtud contrahitur ad 16 annos cum quatuor menſibus, quod ex ſola inſpectione columnae tertiae in poſteriori tabula apparet. Si de matrimoniis inter foeminas 40 annorum et maritos 60 annorum ſimilis fiat

fiat quaeſtio, eadem columna tertia indicat tunc ſupereſſe 202 matrimonia, eaque ad 101 reduci tempore 9 annorum cum vno menſe. Atque ſic nullo negotio tabella conficietur ſimilis illi quam ſupra paragrapho nono appoſui, quod monuiſſe ſufficiat. Quoniam autem potiſſimum ſermo eſt de duratione media matrimoniorum pro varia coniugum aetate, parum iſtud laboris non declinabo.

§. 19. Conficitur haec quaeſtio, cum mariti 20 annorum aetate ſuperant vxores, eodem plane modo quo §. 11. vſi ſumus, cum aetas in vtroque coniuge aequalis ſupponeretur. Sic pro aetate initiali 40 annorum in viris et 20 annorum in foeminis, erit ſumma accipienda columnae tertiae in tabula praecedente, quae fit $=9207$ haecque diuidenda per numerum matrimoniorum initialem ſeu per 500; quotiens erit $18\frac{41}{155}$ anni vel proxime 18 ann. cum 5 menſibus; hinc detractis 6 menſibus, remanent 17 anni cum 11 menſibus pro duratione media quaeſita. Atque ſic parvulam conſtruxi tabellam appoſitam, quam nunc comparare licet cum ſimili tabella paragrapho vndecimo adiuncta, vt ſic diſcrimen, quod inter

Aetas annor. Viri	Foem.	Duratio media Matrimoniorum	
40	20	17 anni	11 menſ.
45	25	15 —	8
50	30	13 —	9
55	35	11 —	11
60	40	10 —	0
65	45	8 —	1
70	50	6 —	2
75	55	4 —	10
80	60	3 —	6
85	65	2 —	6

vtrumque matrimoniorum genus, rationae eorum durationis quouis tempore inſuper expectandae, intercedit, appareat Haud exiguum eſt iſtud diſcrimen, maiusque futurum fuiſſet, ſi ſimul ratio habita fuiſſet auctae in viris mortalitatis atque adeo adhibitae fuiſſent tabulae mortuales, quibus vterque ſexus ab inuicem diſtinguitur ſuperſtitumque numerus de viris atque de foeminis ſeorſim indicatur.

§. 20. Lubet denique paucis comparationem inter vtrumque matrimoniorum genus inſtituere; primum quo ambo coniuges eiusdem ſunt aetatis, alterum quo maritus vxore viginti annis maior ponitur; atque ſic de omni ſtatu medio absque magno errore iudicium ferre poterunt qui nouos calculos reformidant.

a) De diuerſa duratione media pro ambobus matrimoniorum generibus iam diximus. Ita verbi gratia, vxor 55 annorum viro eiusdem aetatis nupta non ſine ratione ſibi promittit matrimonii ſui durationem altero tanto longiorem, quam ſi nupta fuerit viro 75 annorum.

b) Si duas fingamus ciuitates, quarum altera annuatim 500 matrimonia primi generis, altera totidem matrimonia ſecundi generis ſubminiſtret, ciuitas prior numerabit 11917 matrimonia, altera non niſi 8958 (§. 13.) ſi modo vtraque ciuitas in ſtatu ſuo permanere ponatur. Loquimur autem de coniugiis ab vtroque coniuge prima vice initis, quae vtique maximum numerum conſtituunt.

c) Porro vna eademque ciuitas, quae annuatim 500 matrimonia primi generis ſubminiſtrare poſſit, non poterit vltra 372 coniugia ſecundi generis ſuppeditare,

quia

quia ſcilicet de 500 adoleſcentibus 20 annorum, non niſi 372 aetatem 40 annorum attingent. Sic quarta pars virginum vel caelibatum ſeruare vel viduis nubere cogitur. Hinc ratio, quod multo plures vidui quam viduae iteratas nuptias ineant, etiamſi numerus priorum longe minor ſit numero poſteriorum.

d) Dicamus nunc quoque de perſonis viduatis vtriusque ſexus: inter has referimus omnes illas, quae ſemel viduitatem paſſae ſunt, ſiue illam ſeruent ſiue ad ſecundas nuptias recurrant. Vidimus autem §. 14. quod pro 500 matrimoniis annuis primi generis ſit ſumma omnium perſonarum, eo quem diximus modo, viduatarum = 10350, ſiue 5175 viduorum totidemque viduarum: at longe aliter res ſe habet ſi de matrimoniis ſecundi generis ſermo ſit: Etenim ſumma viduorum longe tunc minor fit quam ſumma viduarum, quandoquidem tabula noſtra §. 17. tantum 2154 viduos indicat; at ſumma omnium numerorum columnae quintae eſt = 7949 iſteque viduarum numerus etiamnum augendus eſt, ob viduas ſuperſtites poſt finem columnae, numero 197, quo facto fit numerus omnium viduarum = 8146; Ita quidem vtrobique ſumma omnium perſonarum viduatarum propemodum eadem eſt; at ſi viduas cum viris viduis comparemus, videmus in altero caſu numerum viduarum fere eſſe quadruplum numeri viduorum, cum in primo caſu ſint inter ſe aequales. Hoc igitur modo in ciuitate, vbi 500 matrimonia prioris generis annuatim celebrarentur, forent 11917 mariti, totidem vxores, 5175 vidui totidemque viduae omniumque ſumma 34184; verum ſi 500 matrimo-

trimonia annua de ſecundo genere eſſent, tunc forent 9207 mariti, totidem vxores, 2154 vidui atque 8146 viduae ſummaque omnium 28714.

e) In ciuitate, quae ad ſtatum permanentem reducta ponitur, ſi quotannis 500 matrimonia noua primi generis celebrentur, neceſſe eſt vt totidem matrimonia annuatim diſſoluantur; morientur 250 mariti, qui totidem poſt ſe relinquent viduas, atque 250 vxores, quae totidem pariter viduos faciunt. Verum ſi 500 matrimonia annua de ſecundo genere fuerint, mors annuatim tollet 345 propemodum maritos, 155 vxores, 155 viduos et 345 viduas: quia enim numerus virorum ſuperſtitum $= s$, numerus foeminarum ſuperſtitum $= t$ et numerus matrimoniorum reſiduorum $= \frac{st}{n}$ (§. 16.) erit decrementum maritorum, vt numerus priorum ad numerum poſteriorum, id eſt, vt s ad $\frac{st}{n}$ vel vt n ad t; hinc decrementum maritorum exprimendum eſt per $\frac{-tds}{n}$; decrementum autem vxorum erit $= \frac{-sdt}{n}$, vnde numerus integer mortuorum maritorum $= -\int\frac{tds}{n}$ et numerus integer vxorum mortuarum $= -\int\frac{sdt}{n}$; quia vero relatio generalis inter s et t non datur, niſi per numeros tabulae mortualis, praefatae integrationes fieri non poſſunt aliter quam per partes, atque ſic inueni numeros quos modo exhibui.

Apparet igitur ex iſto qualicunque ſpecimine, multas eſſe in genere humano variationes atque viciſſitudines, quae ſolo calculo accuratius et melius determinari poſſint, quam innumeris adhuc obſeruationibus fieri potuit. PHY-

PHYSICO-
MATHEMATICA.

METHO-

METHODVS FACILIS

MOTVS CORPORVM COELESTIVM VTCVNQVE PERTVRBATOS AD RATIONEM CALCVLI ASTRONOMICI REVOCANDI.

Auctore

L. EVLERO.

I.

Cum hanc inueſtigationem, quomodo motus corporum coeleſtium ob actionem mutuam perturbentur, iam ſaepius eſſem aggreſſus, in calculos plerumque nimis prolixos et operoſos ſum delapſus, quos vero denique poſt multas ambages ad formulas multo ſimpliciores reducere licuit. Cauſa autem huius prolixitatis manifeſto in multitudine elementorum, quae in calculum introduci oportet, eſt ſita: neque enim ſolum ad cunctas determinationes, quibus motus corporis perturbantis continetur, eſt reſpiciendum, ſed etiam ipſa motus perturbatio, quatenus non fit in eodem plano, plurima poſtulat elementa, quibus ea pro more apud Aſtronomos recepto ad variationes inde in linea nodorum et orbitae inclinatione oriundas referatur. Quodſi omnes iſtae conſiderationes ſimul in calcu-

calculum ingerantur; mirum ſane non eſt, maximam hinc moleſtiam et confuſionem oriri debere, cui euitandae aliud remedium non ſupereſſe videtur, niſi vt omnia elementa ſollicite diſtinguantur, et ſingulae operationes ita inſtituantur, vt in eas non plura admittantur elementa, quam in eam neceſſario ingrediuntur. Ita enim commodiſſime cauebitur, ne attentio noſtra nimia elementorum multitudine obruatur.

II.

Praecipua quidem huius inueſtigationis pars ad mechanicam eſt referenda, cum motus perturbatio ex viribus corporis perturbantis ſit definienda; principia autem mechanica ita ſunt comparata, vt ex iis locus corporis, cuius motus quaeritur, ad quoduis tempus per ternas coordinatas inuicem normales commodiſſime determinetur; verum altera pars haud leuiorem euolutionem requirit, qua locus in priori parte definitus ad morem in Aſtronomia receptum reduci debet, quo ſcilicet diuerſa coeli loca per longitudinem et latitudinem exprimi ſolent. Atque hanc poſteriorem partem, quam geometricam appellare licet, probe diſtingui conuenit a priori, quae tota mechanicae eſt tribuenda Obſeruaui autem, has duas partes non ſolum commode a ſe inuicem ſeparari, ſed etiam vtramque tum multo faciliori negotio pertractari poſſe, quam ſi ambas coniunctim expedire vellemus. Quamuis autem

autem inueſtigatio mechanica geometricam praecedere debere videatur, tamen ſatis concinne a parte geometrica exordiri licet, cum nihil impediat, quominus locum corporis, cuius motum quaerimus, tanquam cognitum, ac per ternas coordinatas deſinitum ſpectemus. Hanc ordinis inuerſionem ideo ſequi eſt viſum, quod euolutio partis geometricae plura inſignia ſuppeditet ſubſidia, quibus deinceps in parte mechanica calculi labor non mediocriter ſubleuabitur. Hoc ſcilicet modo id potiſſimum lucri conſequimur, quod dum partem geometricam tractamus, nullae quantitates ad vires perturbantes relatae in calculum ingrediantur.

Pars Geometrica.

III.

Motum igitur corporis Z iam ita determinatum aſſumo, vti per principia mechanica immediate definiri ſolet. Primum ſcilicet motus ad certum quoddam punctum A, quod vt fixum ſpectatur, etiamſi forte ipſum verſetur in motu referri ſolet, tum vero conſideratur planum quoddam per id punctum tranſiens pariter vti fixum, quod ipſo tabulae plano repraeſentetur, in quo accepta linea fixa AB, ad quoduis tempus locus corporis Z per ternas coordinatas inter ſe normales AX, XY et YZ ita definitur, vt primo ex loco Z in planum illud fixum demittatur perpendiculum ZY, tum vero Tab. II. Fig. 1.

ro ex Y ad rectam AB ducatur normalis YX. Vocemus ergo has coordinatas:

$$AX = X, \quad XY = Y \quad \text{et} \quad YZ = Z$$

quarum valores ad quoduis tempus elapſum $= t$ vt cogniti ſpectantur. Hinc igitur ſtatim habetur diſtantia corporis Z a puncto fixo A quae ſi breuitatis gratia dicatur $AZ = v$ erit $vv = XX + YY + ZZ$.

Tum vero momento temporis dt corpus ex Z in z progredi concipiamus, vt ſit $Az = v + dv$, et angulus elementaris $ZAz = d\Phi$, quem corpus Z interea ex A in orbita ſua conficere cernitur, eritque vti conſtat, $Zz = \sqrt{(dv^2 + vvd\Phi^2)}$, at per coordinatarum elementa eſt etiam $Zz = \sqrt{(dX^2 + dY^2 + dZ^2)}$, vnde ſit

$$dv^2 + vvd\Phi^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2$$

ſicque patet, quomodo angulum elementarem $d\Phi$ per coordinatas exprimi conueniat, quod vero mox ſuccinctius oſtendetur.

IV.

Per elementum Zz cum puncto fixo A certum planum determinatur, in quo nunc quidem corpus Z moueri cenſetur: hoc planum alicubi ſecabit planum tabulae fixum; fiat ergo haec interſectio ſecundum rectam AN, quae in Aſtronomia linea nodorum appellatur, et cuius variatio ob perturbationem motus corporis Z potiſſimum eſt inueſtiganda: deinde etiam angulum, quo planum NAZ ad pla-

planum fixum inclinatur, notari conuenit, qui ſimpliciter in Aſtronomia inclinatio vocatur, et ob motus perturbationem inſignes mutationes ſubire poteſt. Pro his ergo nouis elementis ponamus:

Longitudinem lineae nodorum ſeu angulum $BAN = \psi$
Inclinationem orbitae ZAN ad planum fixum $= \omega$
et argumentum latitudinis ſeu angulum $NAZ = \sigma$

quae vt ad coordinatas reuocemus, tam ex Y quam ex Z ad lineam nodorum AN agamus normales YO et ZO, ſicque angulus YOZ ipſam inclinationem ω metietur. At ob angulum $NAZ = \sigma$ et diſtantiam $AZ = v$ habebimus:

$$AO = v \operatorname{coſ.} \sigma \quad \text{et} \quad ZO = v \operatorname{ſin.} \sigma$$

hincque porro

$$ZY = v \operatorname{ſin.} \sigma \operatorname{ſin.} \omega \quad \text{et} \quad OY = v \operatorname{ſin.} \sigma \operatorname{coſ.} \omega$$

vnde ob angulum $BAN = \psi = XYO$, concludimus:

$$AX = v \operatorname{coſ.} \sigma \operatorname{coſ.} \psi - v \operatorname{ſin.} \sigma \operatorname{coſ.} \omega \operatorname{ſin.} \psi$$
$$\text{et } XY = v \operatorname{coſ.} \sigma \operatorname{ſin.} \psi + v \operatorname{ſin.} \sigma \operatorname{coſ.} \omega \operatorname{coſ.} \psi.$$

Quare ternae noſtrae coordinatae ita hinc definiuntur, vt ſit

$$X = v(\operatorname{coſ.} \sigma \operatorname{coſ.} \psi - \operatorname{ſin.} \sigma \operatorname{coſ.} \omega \operatorname{ſin.} \psi)$$
$$Y = v(\operatorname{coſ.} \sigma \operatorname{ſin.} \psi + \operatorname{ſin.} \sigma \operatorname{coſ.} \omega \operatorname{coſ.} \psi)$$
$$\text{et } Z = v \operatorname{ſin.} \sigma \operatorname{ſin.} \omega$$

vbi praeterea notetur eſſe tang. anguli $NAY = \text{tang.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega$, qui angulus dicitur longitudo puncti Z a nodo.

V.

Cum nunc angulus BAY in Aſtronomia exhibeat longitudinem, angulus vero ZAY latitudinem puncti Z, ſiquidem planum tabulae eclipticam referat, et recta AB ad principium arietis ſit porrecta; quas denominationes autem quoque in latiori ſenſu accipere licet: habebimus

longitudinem puncti Z ſeu angulum $BAY = \psi + NAY$

exiſtente $\text{tang.}\,NAY = \text{tang.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega$

pro latitudine vero ſeu angulo ZAY erit

$\text{ſin.}\,ZAY = \frac{ZY}{AZ} = \text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega$

Tab. II. Fig. 2. quae eaedem formulae vulgo ex trigonometria ſphaerica elici ſolent. In ſuperficie ſcilicet ſphaerica centro A deſcripta circulus maximus BNY repraeſentet planum fixum, et punctum B ſit initium, a quo longitudo computatur. Porro ſit N nodus et NZ orbita, ad quam nunc motus corporis Z refertur, tum ex Z ad circulum BNY ducatur arcus normalis ZY; quo facto arcus BNY praebet longitudinem, arcus vero ZY latitudinem puncti Z, ad quas inueniendas primo habemus:

arcum BN, ſeu longitudinem nodi $= \psi$

angulum ZNY ſeu inclinationem $= \omega$

et arcum NZ ſeu argumentum latitudinis $= \sigma$.

Ex

Ex his reſolutio trianguli ſphaerici rectanguli NYZ dat

$$\text{ſin.}\, ZY = \text{ſin.}\,\sigma\, \text{ſin.}\,\omega \quad \text{et} \quad \text{tang.}\, NY = \text{tang.}\,\sigma\, \text{coſ.}\,\omega$$

prorſus vt ante.

IV.

Quamuis autem tam linea nodorum, quam inclinatio ſit variabilis; tamen quia ambo puncta Z et z ad idem planum NAZ pertinent, per differentiationem a puncto Z ad z perueniri debet, etiamſi angulus $BAN = \psi$ et inclinatio ω pro conſtantibus habeantur, dum ſcilicet angulus $NAZ = \sigma$ angulo elementari $ZAz = d\Phi$ creſcere ſumatur vt ſit $d\sigma = d\Phi$. Deinde vero etiam per differentiationem ad idem punctum z perueniri neceſſe eſt, ſi tam linea nodorum, quam inclinatio variabiles ſtatuantur, quoniam punctum z quoque ad orbitam variatam pertinere debet, hic vero non amplius differentiale $d\sigma$ ipſi $d\Phi$ aequale eſt ponendum, ſed ipſi proprius valor eſt tribuendus, qui ſimul ab orbitae mutatione pendet. Cum igitur haec duplex differentiatio eodem perducere debeat, aequationes hinc adipiſcemur, quibus certae relationes inter variationes in orbita ortas definiuntur, quae in ſequenti calculo maximum praeſtabunt vſum. Neque vero hoc ſolum in differentialibus ipſarum coordinatarum locum habet, ſed etiam quantitatum inde deriuatarum, cuiusmodi ſunt:

$$\frac{X}{Z} = \frac{\text{coſ.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega} - \frac{\text{coſ.}\,\omega\,\text{ſin.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\omega} \quad \text{et} \quad \frac{Y}{Z} = \frac{\text{coſ.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega} + \frac{\text{coſ.}\,\omega\,\text{coſ.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\omega}$$

qua-

quarum ergo differentialia duobus illis modis ſumta eosdem valores praebere debent.

VII.

Prima igitur differentiatio ſumtis angulis ψ et ω conſtantibus et $d\sigma = d\Phi$ dat:

$$d.\frac{X}{Z} = \frac{-d\Phi\,\text{coſ.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} \text{ et } d.\frac{Y}{Z} = \frac{-d\Phi\,\text{ſin.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega}.$$

Pro altera differentiatione notentur primo hae formulae:

$$\frac{X}{Z}\,\text{coſ.}\,\psi + \frac{Y}{Z}\,\text{ſin.}\,\psi = \frac{\text{coſ.}\,\sigma}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega} \text{ et } \frac{Y}{Z}\,\text{coſ.}\,\psi - \frac{X}{Z}\,\text{ſin.}\,\psi = \frac{\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\omega}$$

quae more conſueto differentiatae praebent:

$$\text{coſ.}\,\psi\, d.\frac{X}{Z} + \text{ſin.}\,\psi\, d.\frac{Y}{Z} - d\psi\left(\frac{Y}{Z}\,\text{coſ.}\,\psi - \frac{X}{Z}\,\text{ſin.}\,\psi\right) = \frac{-d\sigma}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} - \frac{d\omega\,\text{coſ.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega^2}$$

$$\text{coſ.}\,\psi\, d.\frac{Y}{Z} - \text{ſin.}\,\psi\, d.\frac{X}{Z} - d\psi\left(\frac{X}{Z}\,\text{coſ.}\,\psi + \frac{Y}{Z}\,\text{ſin.}\,\psi\right) = \frac{-d\omega}{\text{ſin.}\,\omega^2}$$

vnde prioribus valoribus ſubſtitutis colligitur:

$$-\frac{d\Phi\,\text{coſ.}\,\psi^2}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} - \frac{d\Phi\,\text{ſin.}\,\psi^2}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} + \frac{d\psi\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\omega} = \frac{-d\sigma}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} - \frac{d\omega\,\text{coſ.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega^2}$$

$$-\frac{d\Phi\,\text{ſin.}\,\psi\,\text{coſ.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} + \frac{d\Phi\,\text{ſin.}\,\psi\,\text{coſ.}\,\psi}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} - \frac{d\psi\,\text{coſ.}\,\sigma}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega} = \frac{-d\omega}{\text{ſin.}\,\omega^2}$$

quae formae contrahuntur in has:

$$-\frac{d\Phi}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} + \frac{d\psi\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\omega} = \frac{-d\sigma}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} - \frac{d\omega\,\text{coſ.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega^2}$$

$$\text{et } -\frac{d\psi\,\text{coſ.}\,\sigma}{\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega} = \frac{-d\omega}{\text{ſin.}\,\omega^2} \text{ ſeu } \frac{d\omega}{\text{ſin.}\,\omega} = \frac{d\psi}{\text{tang.}\,\sigma}$$

qui poſterior valor in illa ſubſtitutus ſuppeditat

$$\frac{d\sigma - d\Phi}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} = \frac{-d\psi\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\omega} - \frac{d\psi\,\text{coſ.}\,\sigma^2\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega} = \frac{-d\psi\,\text{coſ.}\,\omega}{\text{ſin.}\,\sigma^2\,\text{ſin.}\,\omega}$$

ſeu $d\psi\,\text{coſ.}\,\omega = d\Phi - d\sigma$.

VIII.

VIII.

Hinc igitur primo diſcimus variationem in inclinatione orbitae ortam $d\omega$ ſemper ita pendere a variatione lineae nodorum $d\psi$ vt ſit $d\omega = \frac{d\psi\, ſin.\,\omega}{tang.\,\sigma}$; ſeu incrementum inclinationis ſe habebit ad promotionem lineae nodorum, vt ſinus inclinationis ad tangentem argumenti latitudinis; vnde ſequentia conſectaria deducuntur:

1°. Si argumentum latitudinis σ ſit vel nullum vel 6^s vbi latitudo eſt nulla, lineam nodorum quieſcere, quantumuis interea varietur inclinatio.

2°. Si argumentum latitudinis σ ſit vel 3^s vel 9^s, ſeu $tang.\,\sigma = \infty$ vbi latitudo eſt maxima, tum inclinationem nullam mutationem pati; quantumuis interea linea nodorum vel progrediatur vel regrediatur.

3°. Si argumentum latitudinis σ vel intra limites 0^s et 3^s vel intra 6^s et 9^s continetur, hoc eſt dum latitudo creſcit, tum inclinationem ω creſcere, ſiquidem linea nodorum progrediatur, ſin autem regrediatur, inclinationem decreſcere.

4°. Si argumentum latitudinis σ vel intra limites 3^s et 6^s vel intra 9^s et 12^s continetur, hoc eſt dum latitudo decreſcit, tum progrediente linea nodorum inclinationem imminui, ea vero regrediente augeri.

IX.

Deinde obſeruandum eſt, augmentum argumenti latitudinis σ promotioni in propria orbita ſeu elemento $d\Phi$ non eſſe aequale, niſi linea nodorum maneat immota; cum inuenerimus $d\sigma = d\Phi - d\psi \cos.\omega$, ſolo excepto caſu, quo inclinatio ω foret angulus rectus. Haec vero phaenomena per trigonometriam ſphaericam magis perſpicua reddentur. Si enim circulus BNY vt ante repraeſentet planum fixum, ad quod motus puncti Z refertur, eiusque motus praeſens fiat ſecundum circulum NZ, vt ſit $BN = \psi$, $YNZ = \omega$ et arcus $NZ = \sigma$; at poſtquam punctum Z per elementum $Zz = d\Phi$ fuerit progreſſum, eius motus fiat ſecundum circulum nz, erit promotio lineae nodorum $Nn = d\psi$ inclinatio variata $Ynz = \omega + d\omega$, et argumentum latitudinis $nz = \sigma + d\sigma$. Ducto ergo arculo $n\nu$ ad NZ normali erit $N\nu = d\psi \cos.\omega$ et $n\nu = d\psi \sin.\omega$; inde autem colligitur $Zn = \sigma - d\psi \cos.\omega$, ideoque $nz = \sigma - d\psi \cos.\omega + d\Phi = \sigma + d\sigma$ et conſequenter $d\sigma = d\Phi - d\psi \cos.\omega$ vt ante; ſimul autem intelligimus ob $d\psi \cos.\omega = d\Phi - d\sigma = N\nu$, formulam $d\Phi - d\sigma$ exhibere promotionem lineae nodorum in propria orbita, quia cum nodus fuiſſet in orbitae NZ puncto N; is iam in eius punctum n ſeu ν eſſet translatus. Praeterea ex triangulo ſphaerico NnZ colligimus:

Tab. II. Fig. 3.

$$\sin.\omega : \sin.(\omega + d\omega) = \sin.(\sigma - d\psi \cos.\omega) : \sin.\sigma$$

ſeu

ſeu $\sin.\omega : \sin.\omega + d\omega \cos.\omega = \sin.\sigma - d\psi \cos.\sigma \cos.\omega : \sin\sigma$ et diuidendo $\sin.\omega : d\omega \cos.\omega = \sin.\sigma - d\psi \cos.\sigma \cos.\omega : d\psi \cos.\sigma \cos.\omega$ vnde fit $d\omega \sin\sigma = d\psi \sin.\omega \cos.\sigma$ ſeu $\frac{d\omega}{\sin.\omega} = \frac{d\psi}{\tang.\sigma}$ prorſus vt ante.

X.

Formulae autem differentiales, ante §. 7. inventae, ſi euoluantur praebent:

$$\frac{X\,dZ - Z\,dX}{ZZ} = \frac{d\Phi \cos.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega} \text{ et } \frac{Y\,dZ - Z\,dY}{ZZ} = \frac{d\Phi \sin.\psi}{\sin.\sigma^2 \sin.\omega}$$

vnde ob $Z = v \sin.\sigma \sin.\omega$ nanciscimur has formulas notatu dignas:

$$X\,dZ - Z\,dX = vv\,d\Phi \sin.\omega \cos.\psi \text{ et}$$
$$Y\,dZ - Z\,dY = vv\,d\Phi \sin.\omega \sin.\psi.$$

Hinc vt dZ eliminemus, ſi priorem multiplicemus per Y poſteriorem vero per X, hoc productum ab illo ablatum relinquet:

$$Z(X\,dY - Y\,dX) = vv\,d\Phi \sin.\omega (Y \cos.\psi - X \sin.\psi).$$

Cum autem ſit vt vidimus §. 7. $Y \cos.\psi - X \sin.\psi = \frac{Z \cos.\omega}{\sin.\omega}$ haec formula ad inſignem ſimplicitatem contrahitur:

$$X\,dY - Y\,dX = vv\,d\Phi \cos.\omega.$$

Hae formulae cum illis, quas ſtatim ab initio invenimus, coniunctae ſcilicet hisce:

$$XX + YY + ZZ = vv \text{ et } dX^2 + dY^2 + dZ^2 = dv^2 + vv\,d\Phi^2$$

 in

in parte mechanica maximum praeſtabunt vſum, ad coordinatas ex calculo eiiciendas, vt is deinceps eiusmodi quantitatibus, quae in Aſtronomia vſu ſunt receptae, contineatur.

XI.

Tab. II. Fig. 1. Iſtae autem reductiones Geometricae latiſſime patent nihilque intereſt, ad quodnam punctum A, planumque fixum BAY, motum puncti Z referre velimus. Verum ſi ad vſum aſtronomicum ſpectemus, plurimum refert, quomodo tam illud punctum A, quod quaſi eſt centrum motus, quam illud planum, ad quod motus puncti Z per longitudinem et latitudinem refertur, accipiatur, quoniam hinc potiſſimum ſimplicitas determinationis pendet. Ad quam electionem inſtituendam ante omnia notari oportet, cuncta artificia, quae adhuc ſunt excogitata, tum ſolum cum aliquo ſucceſſu adhiberi poſſe, cum motus corporis, qui quaeritur, non multum a legibus *Keplerianis* diſcrepet, ideoque perturbationes admodum fuerint exiguae. Quando autem motus ita eſt comparatus, vt areae circa quodpiam punctum deſcriptae ſint ſatis prope tempori proportionales, in hoc puncto aptiſſime punctum illud fixum A ſtatuitur. Quod cum eueniat, ſi inter vires corpus ſollicitantes, vna reliquas multum ſuperet, in eo puncto, ad quod haec vis dirigitur, punctum A accipi conueniet: Ita ſi quaeſtio fuerit de perturbationibus planetae cuiusdam principalis ſeu come-

cometae, punctum A commodiſſime in centro ſolis capietur: ſin autem perturbationes in motu lunae, vel alius planetae ſecundarii factae definiri debeant; tum punctum A in centro terrae vel planetae primarii accipi oportet, ita vt vis corpus propoſitum Z ad A pellens reliquas vires, quibus hoc corpus ſimul vrgetur, multum ſuperet.

XII.

Si corpus Z hac ſola vi principali ſollicitaretur, corpus omnino regulariter circa punctum A in ſectione conica reuolueretur, idque perpetuo in eodem plano, ita vt quomodocunque planum fixum BAY acciperetur, neque in linea nodorum neque in inclinatione vnquam vlla mutatio oriretur; interim tamen calculus ſine dubio ſimpliciſſimus euaderet, ſi planum fixum in ipſo plano motus acciperetur. Verum ſi motus ab alio corpore coeleſti perturbetur, cuiusquidem motum in hac inueſtigatione tanquam cognitum aſſumi oportet, planum fixum conuenientiſſime cum orbita illius corporis perturbantis congruens ſumetur. Ita ſi perturbationes lunae a ſole oriundae quaerantur, planum eclipticae, in quo ſol ex terra tanquam centro motus A moueri cernitur, dabit planum fixum BAY; et a quocunque alio corpore perturbatio efficiatur, id planum, in quo hoc corpus ex centro motus A moueri cernitur, erit eligendum. At ſi hoc corpus ipſum non in eodem plano moueatur, tum pla-

num aliquod medium, commodiſſime aſſumetur; vix autem opus videtur, calculum ad iſtum caſum accommodari, quod quidem ſi vſus poſtulauerit facile praeſtabitur.

Pars Mechanica.

XIII.

Tab. II. Fig. 1. In mechanica tractatione tria corpora veniunt conſideranda. Primum eſt id, quod in centro motus A poſitum vim praecipuam exerit in corpus Z, cuius motum inueſtigamus, qualis ſpectatori in ipſo puncto A conſtituto apparet, huius igitur corporis in A ſiti maſſam vocemus $= A$.

Alterum corpus, a cuius actione motus corporis Z perturbatur, in ipſo plano fixo BAY vtcunque moueri aſſumimus, ita vt eius locus ad quoduis tempus aſſignari poſſit. Sit maſſa huius corporis $= B$, idque nunc quidem verſetur in S, ita vt ſit eius diſtantia a corpore centrali $AS = u$, et longitudo ſeu angulus $BAS = \theta$, vnde ex S in rectam fixam AB demiſſo perpendiculo SP ſit $AP = u \operatorname{coſ.} \theta$ et $PS = u \operatorname{ſin.} \theta$.

Tertium corpus eſt id ipſum in Z, in cuius motum inquirimus, ſit eius maſſa $= C$, et vt ante poſuimus, diſtantia a centro motus $AZ = v$, vocatis ternis coordinatis orthogonalibus $AX = X$, $XY = Y$

$XY = Y$ et $YZ = Z$, quas vero ex calculo exuimus introducendo ſequentia elementa:

1°. longitudinem lineae nodorum $BAN = \psi$

2°. Inclinationem orbitae praeſentem $YOZ = \omega$

3°. argumentum latitudinis ſeu $NAZ = \sigma$.

Denique tempuſculo dt a corpore Z angulum elementarem $ZAz = d\Phi$ abſolui ſtatuimus. Horum autem elementorum relationes ex parte geometrica ſunt repetendae.

XIV.

Quoniam corpus Z ad A vrgetur vi $= \frac{A}{vv}$, contra vero A ad Z trahitur vi $= \frac{C}{vv}$, vt punctum A tanquam quieſcens conſiderari poſſit, corpus Z ad A attrahi cenſendum eſt vi $= \frac{A+C}{vv}$, quae ſecundum directiones ternarum coordinatarum reſoluta dat vires:

$$\text{ſec. } XA = \frac{A+C}{v^3}.X;\ \text{ſec. } YX = \frac{A+C}{v^3}.Y;\ \text{ſec. } ZY = \frac{A+C}{v^3}.Z.$$

Deinde pro vi, qua corpus Z ad S ſollicitatur, vocemus breuitatis gratia diſtantiam $SZ = w$, vt vis ZS ſit $= \frac{B}{ww}$, quae reſoluitur ſtatim in vires ſec. $ZY = \frac{B}{w^3}.Z$ et ſec. $YS = \frac{B}{w^3}.YS$, haec vero porro ob $XP = u\,\text{coſ.}\,\theta - X$ et $PS - XY = u\,\text{ſin.}\,\theta - Y$ in vires:

$$\text{ſec. } XP = \frac{B}{w^3}(u\,\text{coſ.}\,\theta - X) \text{ et ſec. } XY = \frac{B}{w^3}(u\,\text{ſin.}\,\theta - Y).$$

Deni-

Denique quia corpus A quoque ad S vrgetur vi $= \frac{B}{uu}$ haec contrarie in Z translata dabit inſuper vires

ſecundum $XA = \frac{B}{uu}\text{coſ.}\theta$ et ſecundum $YX = \frac{B}{uu}\text{ſin.}\theta$

quae vires in corpus Z agentes collectae praebent:

1°. Vim ſec. $XA = \frac{A+C}{v^3}X + \frac{B}{w^3}(X - u\,\text{coſ.}\theta) + \frac{B}{uu}\text{coſ.}\theta$

2°. Vim ſec. $XY = \frac{A+C}{v^3}Y + \frac{B}{w^3}(Y - u\,\text{ſin.}\theta) + \frac{B}{uu}\text{ſin.}\theta$

3°. Vim ſec. $ZY = \frac{A+C}{v^3}Z + \frac{B}{w^3}Z$,

quibus cum accelerationes corporis Z ſecundum easdem directiones ſint proportionales, ſtatuamus pro temporis elemento dt conſtanti ſumto:

$$ddX = -\alpha dt^2\left(\frac{A+C}{v^3}X + \frac{B}{w^3}X - Bu\,\text{coſ.}\theta\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right)$$

$$ddY = -\alpha dt^2\left(\frac{A+C}{v^3}Y + \frac{B}{w^3}Y - Bu\,\text{ſin.}\theta\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right)$$

$$ddZ = -\alpha dt^2\left(\frac{A+C}{v^3}Z + \frac{B}{w^3}Z\right)$$

vbi conſtans α ex vnico motu huius generis cognito, veluti ex motu ſolis apparente, definiri poteſt.

XV.

Antequam autem has formulas euoluamus, diſtantiam $SZ = w$ in calculum de nouo introductam accuratius definire debemus. Cum autem manifeſto ſit:

$$SZ^2 = XZ^2 + XP^2 + (PS - XY)^2$$

habebimus:

$$ww = ZZ + XX + YY + uu - 2uX\,\text{coſ.}\theta - 2uY\,\text{ſin.}\theta$$

quae

quae forma ob $XX + YY + ZZ = vv$ reducitur ad hanc:

$$ww = vv + uu - 2u(X\,\text{coſ.}\,\theta + Y\,\text{ſin.}\,\theta).$$

Ex valoribus autem pro X et Y ſupra §. 4. inuentis colligimus:

$$X\,\text{coſ.}\,\theta + Y\,\text{ſin.}\,\theta = v(\text{coſ.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,(\theta - \psi) + \text{ſin.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega\,\text{ſin.}\,(\theta - \psi))$$

vbi angulus $\theta - \psi$ exprimit diſtantiam corporis perturbantis S a linea nodorum ſeu angulum $NAS = \theta - \psi$, ita vt ſit

$$ww = vv + uu - 2vu(\text{coſ.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,(\theta - \psi) + \text{ſin.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega\,\text{ſin.}\,(\theta - \psi))$$

Verum ſi iam breuitatis gratia vocemus ang. $SAZ = \mu$ quo diſtantia corporis Z a corpore perturbante S ex A viſa deſignatur, ob $AZ = v$ et $AS = u$ conſtat fore

$$ww = vv + uu - 2vu\,\text{coſ.}\,\mu$$

vnde concluditur eſſe:

$$\text{coſ.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,(\theta - \psi) + \text{ſin.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega\,\text{ſin.}\,(\theta - \psi) = \text{coſ.}\,\mu$$

id quod faciliime per trigonometriam ſphaericam probatur. Cum enim in fig. 2. ſit $BN = \psi$, Fig. 2.
$NZ = \sigma$ et ang. $YNZ = \omega$ ſi capiatur $BS = \theta$, erit $NS = \theta - \psi$, et in triangulo ſphaerico latus $SZ = \mu$ ex lateribus $NZ = \sigma$, $NS = \theta - \psi$ cum angulo intercepto $ZNS = \omega$ hoc ipſo modo determinatur.

XVI.

Cum tres aequationes ex principiis mechanicis deductae totidem determinationes ſuppeditent, totum artificium in hoc conſtat, quemadmodum eas inde commodiſſime deriuemus. Ac primo quidem ſtatim ſe offert haec ratio, qua prima per $2dX$ ſecunda per $2dY$ et tertia per $2dZ$ multiplicatae in vnam ſummam colliguntur; quia enim vt ſupra vidimus eſt

$$dX^2 + dY^2 + dZ^2 = dv^2 + vvd\Phi^2$$

et $XX + YY + ZZ = vv$

erit $2dXddX + 2dYddY + 2dZddZ = d.(dv^2 + vvd\Phi^2)$

et $XdX + YdY + ZdZ = vdv.$

Quare memorata ratione peruenietur ad hanc aequationem:

$$d.(dv^2 + vvd\Phi^2) = -2\alpha dt^2\left(\frac{A+C}{vv}dv + \frac{B}{w^3}vdv - Bu(dX\cos.\theta + dY\sin.\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right)$$

vbi formulam $dX\cos.\theta + dY\sin.\theta$ euolui conuenit. Verum ex formulis ſupra §. 10. erutis colligimus:

$$dX = \frac{XdZ}{Z} - \frac{vd\Phi\cos.\psi}{\sin.\sigma} \text{ et } dY = \frac{YdZ}{Z} - \frac{vd\Phi\sin.\psi}{\sin.\sigma}$$

ob $Z = v\sin.\sigma\sin.\omega$ vnde fit

$$dX\cos.\theta + dY\sin.\theta = \frac{dZ}{Z}(X\cos.\theta + Y\sin.\theta) - \frac{vd\Phi\cos.(\theta-\psi)}{\sin.\sigma}$$

modo autem vidimus eſſe

$$X\cos.\theta + Y\sin.\theta = v(\cos.\sigma\cos.(\theta-\psi) + \sin.\sigma\cos.\omega\sin(\theta-\Phi)) = v\cos.\mu$$

cum

tum vero eſt $\frac{dZ}{Z} = \frac{dv}{v} + \frac{d\sigma\,\mathrm{coſ}.\sigma}{\mathrm{ſin}.\sigma} + \frac{d\omega\,\mathrm{coſ}.\omega}{\mathrm{ſin}.\omega}$, vel

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{dv}{v} + \frac{d\sigma\,\mathrm{coſ}.\sigma}{\mathrm{ſin}.\sigma} + \frac{d\psi\,\mathrm{coſ}.\omega}{\mathrm{tang}.\sigma} \text{ ob } d\omega = \frac{d\psi\,\mathrm{ſin}.\omega}{\mathrm{tang}.\sigma}.$$

Cum igitur ſit $d\Phi = d\sigma + d\psi\,\mathrm{coſ}.\omega$, adipiscimur

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{dv}{v} + \frac{d\Phi}{\mathrm{tang}.\sigma}, \text{ ita vt ſit}$$

$$dX\,\mathrm{coſ}.\theta + dY\,\mathrm{ſin}.\theta = dv\,\mathrm{coſ}.\mu + \frac{v\,d\Phi\,\mathrm{coſ}.\mu}{\mathrm{tang}.\sigma} - \frac{v\,d\Phi\,\mathrm{coſ}.(\theta-\psi)}{\mathrm{ſin}.\sigma} =$$

$$dv\,\mathrm{coſ}.\mu + \frac{v\,d\Phi}{\mathrm{ſin}.\sigma}(\mathrm{ſin}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\omega\,\mathrm{ſin}.(\theta-\psi) + \mathrm{coſ}.\sigma^2\,\mathrm{coſ}.(\theta-\psi) - \mathrm{coſ}.(\theta-\psi))$$

ideoque

$$dX\,\mathrm{coſ}.\theta + dY\,\mathrm{ſin}.\theta = dv\,\mathrm{coſ}.\mu - v\,d\Phi(\mathrm{ſin}.\sigma\,\mathrm{coſ}.(\theta-\psi) - \mathrm{coſ}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\omega\,\mathrm{ſin}.(\theta-\psi)).$$

Quocirca aequatio noſtra inuenta erit: $d.(dv^2 + vv\,d\Phi^2)$

$$= -2\alpha\,dt^2\,dv\left(\frac{A+C}{vv} + \frac{Bv}{w^3} - Bu\,\mathrm{coſ}.\mu\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right.$$
$$- 2\alpha B\,dt^2\,d\Phi.\,uv(\mathrm{ſin}.\sigma\,\mathrm{coſ}.(\theta-\psi) - \mathrm{coſ}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\omega\,\mathrm{ſin}.(\theta-\psi))\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

XVII.

Hanc euolutionem formulae $dX\,\mathrm{coſ}.\theta + dY\,\mathrm{ſin}.\theta$ nimis prolixam multo concinnius ex ipſis valoribus pro X et Y inuentis conficere licet. Cum enim eorum differentialia rite prodeant, ſi anguli ψ et ω vt conſtantes tractentur et pro $d\sigma$ ſcribatur $d\Phi$ haec differentiatio praebet:

$$dX = dv(\mathrm{coſ}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\psi - \mathrm{ſin}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\omega\,\mathrm{ſin}.\psi) - v\,d\Phi(\mathrm{ſin}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\psi + \mathrm{coſ}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\omega\,\mathrm{ſin}.\psi)$$

$$dY = dv(\mathrm{coſ}.\sigma\,\mathrm{ſin}.\psi + \mathrm{ſin}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\omega\,\mathrm{coſ}.\psi) - v\,d\Phi(\mathrm{ſin}.\sigma\,\mathrm{ſin}.\psi - \mathrm{coſ}.\sigma\,\mathrm{coſ}.\omega\,\mathrm{coſ}.\psi)$$

vnde ſtatim colligitur:

$$dX\,\text{coſ.}\theta + dY\,\text{ſin.}\theta = dv(\text{coſ.}\sigma\,\text{coſ.}(\theta-\psi) + \text{ſin.}\sigma\,\text{coſ.}\omega\,\text{ſin}(\theta-\psi)) \\ - v\,d\Phi(\text{ſin.}\sigma\,\text{coſ.}(\theta-\psi) - \text{coſ.}\sigma\,\text{coſ.}\omega\,\text{ſin}(\theta-\psi))$$

ad quam formam magis contrahendam obſeruo in
Fig. 2. fig. 2. vbi $NS = \theta - \psi$; $NZ = \sigma$ $SNZ = \omega$ et $SZ = \mu$ ſore primo vt ſupra $\text{coſ}\,\sigma\,\text{coſ.}(\theta-\psi) + \text{ſin.}\sigma\,\text{coſ}\,\omega\,\text{ſin.}(\theta-\psi) = \text{coſ.}\mu$, deinde vero ſi ponatur angulus $NZS = \xi$, reperiri

$$\text{cot.}\xi = \frac{\text{ſin.}\sigma\,\text{coſ.}(\theta-\psi) - \text{coſ.}\sigma\,\text{coſ.}\omega\,\text{ſin.}(\theta-\psi)}{\text{ſin.}\omega\,\text{ſin.}(\theta-\psi)}$$

vnde concluditur:

$$\text{ſin.}\sigma\,\text{coſ.}(\theta-\psi) - \text{coſ.}\sigma\,\text{coſ.}\omega\,\text{ſin.}(\theta-\psi) = \frac{\text{ſin.}\omega\,\text{ſin.}(\theta-\psi)\,\text{coſ.}\xi}{\text{ſin.}\xi} \\ = \text{ſin.}\mu\,\text{coſ}\,\xi$$

ob $\text{ſin.}\xi : \text{ſin.}(\theta-\phi) = \text{ſin.}\omega : \text{ſin.}\mu$. Ex his ergo impetramus

$$dX\,\text{coſ.}\theta + dY\,\text{ſin.}\theta = dv\,\text{coſ.}\mu - v\,d\Phi\,\text{ſin.}\mu\,\text{coſ.}\xi.$$

Vel ſi in Z ad arcum NZ alium arcum normalem ducamus in eumque ex S perpendiculum in ſuperficie ſphaerica demittamus, quod vocemus $= \nu$ erit $\text{ſin.}\nu = \text{ſin}\,\mu\,\text{coſ.}\xi$ ſeu

$$\text{ſin.}\sigma\,\text{coſ.}(\theta-\psi) - \text{coſ.}\sigma\,\text{coſ.}\omega\,\text{ſin.}(\theta-\psi) = \text{ſin.}\nu$$

aequatio primam determinationem continens ita ſe habebit

$$d.(dv^2 + vv\,d\Phi^2) = -2\,\alpha\,dt^2\left(\frac{A+C}{vv}dv + \frac{Bvdv}{w^3} - Bu(dv\,\text{coſ.}\mu \\ - v\,d\Phi\,\text{ſin.}\nu)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right).$$

XVIII.

XVIII.

Binas reliquas determinationes, quas aequationes differentio-differentiales ex principiis motus deductae ſuppeditant, commodiſſime per ſequentes combinationes obtinebimus: Primo ergo harum aequationum §. 14 inuentarum prima per Y multiplicata a ſecunda per X multiplicata ſubtrahatur vt prodeat:

$$XddY - YddX = -\alpha dt^2 Bu.(Y \text{coſ.}\theta - X \text{ſin.}\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$ ſeu

valoribus pro x et y ſubſtitutis

$$XddY - YddX = \alpha Bvudt^2 (\text{coſ.}\sigma\, \text{ſin}\,(\theta - \psi) - \text{ſin.}\sigma\, \text{coſ.}\omega\, \text{coſ.}(\theta - \psi))\left(\frac{1}{w^3} - \frac{u}{u^3}\right).$$

Cum igitur ſit $XddY - YddX$ differentiale ipſius $XdY - YdX$ hanc habebimus aequationem:

$$d.vvd\Phi\, \text{coſ.}\,\omega = \alpha Bvudt^2 (\text{coſ.}\sigma\, \text{ſin.}(\theta - \psi) - \text{ſin.}\sigma\, \text{coſ.}\omega\, \text{coſ.}(\theta - \psi))\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Simili modo ex prima ac tertia colligimus

$$XddZ - ZddX = -\alpha BuZdt^2 \text{coſ.}\theta\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$ ſeu

$$XddZ - ZddX = -\alpha Bvudt^2 \text{coſ.}\theta\, \text{ſin.}\sigma\, \text{ſin.}\omega\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$

ſicque habebitur:

$$d.vvd\Phi\, \text{ſin.}\,\omega\, \text{coſ.}\,\psi = -\alpha Bvudt^2 \text{coſ.}\theta\, \text{ſin.}\sigma\, \text{ſin}\,\omega\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Pari modo ſecunda aequatio cum tertia coniuncta dat:

$$YddZ - ZddY = -\alpha Bvudt^2 \text{ſin.}\theta\, \text{ſin}\,\sigma\, \text{ſin.}\omega\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$ ſeu

$$d.vvd\Phi\, \text{ſin.}\omega\, \text{ſin.}\psi = -\alpha Bvudt^2 \text{ſin.}\theta\, \text{ſin.}\sigma\, \text{ſin}\,\omega\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$

verum probe eſt notandum, in his tribus aequationibus tantum duas determinationes contineri, cum in binis tertia iam ſponte includatur.

XIX.

Binas poſtremas ita tractemus, vt cum membra priora differentiari debeant, pars communis $vvd\Phi \,\text{ſin.}\,\omega$ tanquam vnica quantitas ſpectetur, ſicque fiet:

$$\text{coſ.}\,\psi\, d.vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega - d\psi\,\text{ſin.}\,\psi . vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega = -\alpha B v u d t^2 \,\text{coſ.}\,\theta\,\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

$$\text{ſin.}\,\psi\, d.vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega + d\psi\,\text{coſ.}\,\psi . vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega = -\alpha B v u d t^2 \,\text{ſin.}\,\theta\,\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

vnde d. $vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega$ eliminando colligitur

$$d\psi . vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega = -\alpha B v u d t^2\,\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega\,\text{ſin.}\,(\theta-\psi)\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

ſicque variatio lineae nodorum ita definitur vt ſit

$$d\psi = - \frac{-\alpha B u d t^2\,\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,(\theta-\psi)}{v d\Phi}\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

vnde ſimul variatio inclinationis innoteſcit ob $\frac{d\omega}{\text{ſin.}\,\omega} = \frac{d\psi}{\text{tang.}\,\sigma}$ ſin autem ex illis binis formis membrum $vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega$ elimineturr, obtinetur

$$d.vvd\Phi\,\text{ſin.}\,\omega = -\alpha B v u d t^2\,\text{ſin}\,\sigma\,\text{ſin.}\,\omega\,\text{coſ.}\,(\theta-\psi)\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

quae iam cum prima exuendo angulum ω comparata praebet

$$\text{coſ.}\,\omega\, d.vvd\Phi - d\omega\,\text{ſin.}\,\omega vvd\Phi = \alpha B v u d t^2\left(\text{coſ.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,(\theta-\psi) - \text{ſin.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega\,\text{coſ.}\,(\theta-\psi)\right)\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

ſin.

$\sin.\omega\, d. vvd\Phi + d\omega \cos.\omega . vvd\Phi = -\alpha Bvudt^2 (\sin.\sigma \sin.\omega \cos. (\theta - \psi))(\frac{1}{v^3} - \frac{1}{u^3})$

vnde concludimus:

$$d.vvd\Phi = -\alpha Bvudt^2 (\sin.\sigma \cos.(\theta - \psi) - \cos\sigma \cos.\omega \sin.(\theta - \psi))(\frac{1}{v^3} - \frac{1}{u^3})$$

ſeu $d. vvd\Phi = -\alpha B vudt^2 \sin.\nu (\frac{1}{v^3} - \frac{1}{u^3})$

quae eſt altera determinatio, quam quaeri oportebat.

XX.

Poſtremam hanc aequationem multiplicemus per $2vvd\Phi$ et, integrali ſaltem indicato, fiet

$$v^4 d\Phi^2 = -2\alpha B dt^2 \int v^3 u d\Phi \sin.\nu (\frac{1}{v^3} - \frac{1}{u^3})$$

qua aequatione relatio inter angulum elementarem $d\Phi$ et tempuſculum dt continetur, vbi quidem manifeſtum eſt, ſi maſſa corporis perturbantis B euaneſceret, futurum eſſe $v^2 d\Phi$ tempori dt proportionale, ſeu areas circa A deſcriptas tempori proportionales. Ad hanc aequationem ſi adiungatur primo §. 17. inuenta, pariter integrata quatenus fieri poteſt erit

$$dv^2 + vvd\Phi^2 = 2\alpha dt^2 (A + C)(\frac{1}{v} - \frac{1}{f}) - 2\alpha B dt^2 \int \frac{vdv}{v^3} + 2\alpha B dt^2 \int u(dv \cos.\mu - vd\Phi \sin.\nu)(\frac{1}{v^3} - \frac{1}{u^3})$$

quae aequatio inſuper variationem diſtantiae v cum elemento $d\Phi$ vel tempuſculo dt comparat, quae duae res proprie ad motum corporis Z in ſua orbita

bita ſpectant. Praeterea vero pro ipſius orbitae variatione, habemus:

$$d\psi = \frac{-\alpha B u\, dt^2 \,ſin.\,\sigma\, ſin.(\vartheta - \psi)}{v\, d\Phi}\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$

$$\frac{d\omega}{ſin.\,\omega} = \frac{-\alpha B u\, dt^2 \,coſ.\,\sigma\, ſin.(\vartheta - \psi)}{v\, d\Phi}\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) = \frac{d\psi}{tang.\,\sigma}.$$

Ac denique argumentum latitudinis σ ad eadem elementa reuocatur ope huius aequationis $d\sigma = d\Phi - d\psi\, coſ.\,\omega$.

XXI.

Elementum temporis dt cum quantitate conſtante α commodiſſime ex calculo tolletur, ſi motus quidam regularis et cognitus introducatur, veluti motus medius ſolis, vel alius corporis, quod circa centrum virium in circulo vniformiter reuoluitur. Ponamus ergo circa corpus in A poſitum cuius maſſa ſit $= \mathfrak{A}$ aliud corpus, cuius maſſa $= \mathfrak{C}$ ad diſtantiam $= a$ in circulo ita circumferri vt tempore t angulum ipſi proportionalem τ abſoluat, atque noſtrae formulae ad hunc caſum accommodabuntur ſtatuendo $A = \mathfrak{A}$, $C = \mathfrak{C}$ et $B = 0$, ita vt tum fiat $v = a$ et $d\Phi = d\tau$. Motus igitur, quem cognitum aſſumimus, his duabus aequationibus continetur:

$$v^4 d\Phi^2 = 2\alpha D dt^2 \text{ et } dv^2 + vv\, d\Phi^2 = 2\alpha dt^2 (\mathfrak{A} + \mathfrak{C})\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{f}\right)$$

vbi primum conſtantes D et f huic caſui conuenienter definiri oportet. Hunc in finem ex priori valor $2\alpha dt^2 = \frac{v^4 d\Phi^2}{D}$ in altera ſubſtitutus dat: $dv^2 + vv\, d\Phi^2 = \frac{(\mathfrak{A} + \mathfrak{C})v^4 d\Phi^2}{D}\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{f}\right)$

ſeu

ſeu $\mathrm{D}fdv^2 + \mathrm{D}fvvd\Phi^2 = (\mathfrak{A}+\mathfrak{C})v^3 d\Phi^2(f-v)$ vnde colligitur

$$d\Phi = \frac{dv\sqrt{\mathrm{D}f}}{v\sqrt{((\mathfrak{A}+\mathfrak{C})v(f-v)-\mathrm{D}f)}}$$

cui aequationi differentiali ſatis fit tribuendo ipſi v eiusmodi valorem conſtantem, quo denominator euaneſcat, verum alio loco oſtendi, hanc ſolutionem in integrali admitti non poſſe, niſi iſte denominationis factor euaneſcens ad minimum vnius ſit dimenſionis, vnde neceſſe eſt, vt poſt ſignum radicale idem factor occurrat geminatus ſeu quadratus, vel quod eodem redit, vt etiam differentiale quantitatis poſt ſignum poſitae eundem inuoluat factorem. Poſito ergo hoc differentiali $=0$, fit $v = \frac{1}{2}f$ quare cum per hypotheſin eſſe debeat $v = a$, erit $f = 2a$, quo caſu ipſe denominator fit $(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})aa - 2\mathrm{D}a$ nihilo aequandus, ita vt ſit $\mathrm{D} = \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})a$. Iam in alterutra aequatione ſtatuatur $v = a$ et $d\Phi = d\tau$, eritque $a^4 d\tau^2 = \alpha(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})adt^2$ ſeu $\alpha dt^2 = \frac{a^3 d\tau^2}{\mathfrak{A}+\mathfrak{C}}$.

XXII

Cum igitur ob motum iſtum cognitum ad datum quoduis tempus t innoteſcat motus medius τ, hic loco temporis in noſtrum calculum introducetur, ſi modo vbique loco αdt^2 ſcribatur valor modo inuentus $\frac{a^3 d\tau^2}{\mathfrak{A}+\mathfrak{C}}$. Statuamus ergo ad noſtras formulas ſimpliciores reddendas primo $\frac{\mathrm{A}+\mathrm{C}}{\mathfrak{A}+\mathfrak{C}} = m$, deinde $\mathrm{B} = n(\mathrm{A}+\mathrm{C})$, vt fiat $\alpha dt^2(\mathrm{A}+\mathrm{C}) = ma^3 d\tau^2$ et $\alpha \mathrm{B} dt^2 = mna^3 d\tau^2$ vbi notandum eſt, perturbationes

tiones fore minimas, ſi termini numero n affecti fuerint minimi. Noſtrae ergo aequationes ſequentes induent formas:

1°. $v^4 d\Phi^2 = -2mna^3 d\tau^2 \int v^3 u\, d\Phi\, \text{ſin.}\nu \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$

2°. $dv^2 + vv\, d\Phi^2 = 2ma^3 d\tau^2 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{f}\right) - 2mna^3 d\tau^2 \int \frac{v\, dv}{w^3}$

$+ 2mna^3 d\tau^2 \int u(dv\, \text{coſ.}\mu - v\, d\Phi\, \text{ſin.}\nu) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$

3°. $d\psi = -mna^3 d\tau^2 . \frac{u\, \text{ſin.}\sigma\, \text{ſin.}(\theta - \psi)}{v\, d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$

4°. $\frac{d\omega}{\text{ſin.}\omega} = -mna^3 d\tau^2 . \frac{u\, \text{coſ.}\sigma\, \text{ſin.}(\theta - \psi)}{v\, d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) = \frac{d\psi}{\text{tang.}\sigma}$

5°. $d\sigma = d\Phi + mna^3 d\tau^2 \text{coſ.}\omega . \frac{u\, \text{ſin.}\sigma\, \text{ſin.}(\theta - \psi)}{v\, d\Phi} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) = d\Phi - d\psi\, \text{coſ.}\omega.$

Hisque aequationibus totus corporis Z motus cum omnibus perturbationibus ab actione corporis S oriundis determinatur: vbi imprimis obſeruetur formulas integrales, quibus binae priores aequationes ſunt affectae, ad perturbationes tantum pertinere ideoque ſufficere ſi earum valores proxime veri colligantur, ex quo his integrationibus negotium approximationis vix impediri eſt cenſendum. Mox autem methodum exponam calculum adeo ab his integralibus liberandi.

XXIII.

Statuamus tantisper ad abbreuiandum:

$$\int v^3 u\, d\Phi\, \text{ſin}\, \nu \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) = P$$

$$\int \frac{v\, dv}{w^3} = Q$$

$$\int u(dv\, \text{coſ.}\mu - v\, d\Phi\, \text{ſin.}\nu) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) = R$$

vt

vt binae aequationes priores contrahantur in has formas:

$$1^\circ.\quad v^4 d\Phi^2 = 2ma^3 d\tau^2 (D - nP)$$

$$2^\circ.\quad dv^2 + v^2 d\Phi^2 = 2ma^3 d\tau^2 \left(\tfrac{1}{v} - \tfrac{1}{f} - n(Q - R)\right)$$

quae ſolae totum negotium conficerent, ſi corpus Z in eodem plano mouetur, in quo corpus perturbans S circumferri aſſumimus; reliquae aequationes ad motum, vt dicitur, latitudinis pertinent, earumque reſolutio multo minoribus laborat difficultatibus, vnde omne ſtudium in binis prioribus eſt conſumendum. Inde autem eliminato elemento $d\tau$ haec naſcitur aequatio

$$(D - nP)(dv^2 + vv\,d\Phi^2) = v^4 d\Phi^2 \left(\tfrac{1}{v} - \tfrac{1}{f}\right) - n(Q - R))$$

vnde elicitur:

$$d\Phi = \frac{dv\sqrt{(D - nP)}}{v\sqrt{(v - \frac{vv}{f} - nvv(Q - R) - D + nP)}}$$

hincque porro $2ma^3 d\tau^2 = \dfrac{vv\,dv^2}{v - \frac{vv}{f} - nvv(Q - R) - D + nP}$

ſeu $a\,d\tau\sqrt{2ma} = \dfrac{v\,dv}{\sqrt{(-D + nP + v - vv(\frac{1}{f} + nQ - nR))}}$

quarum formularum integratio foret in promtu, ſi fractio n vel perturbationes in nihilum abirent.

XXIV.

Aequationem illam hac forma repraeſentemus:

$$\frac{dv}{vv}\sqrt{(D - nP)} = d\Phi\sqrt{\left(-\tfrac{1}{f} + n(R - Q) + \tfrac{1}{v} - \tfrac{D + nP}{vv}\right)}$$

ex qua diſcimus diſtantiam $AZ=v$ tum fieri maximam vel minimam, quando quantitas poſteriori ſigno radicali inuoluta euaneſcit. Haec autem loca non ſolum in Aſtronomia maximi ſunt momenti, quia tum corpus Z in abſidibus verſari dicitur, ſed etiam inde eiusmodi egregia ſubſidia petere licet, quibus motus perturbatus admodum concinne cum motu regulari comparari, eiusque aberrationes ab eo aſſignari queant. Commodiſſime hoc praeſtabitur introducendo in calculum nouum angulum ϑ, qui in Aſtronomia anomalia vera appellatur, et ita eſt comparatus, vt eo vel euaneſcente vel ad duos rectos excreſcente diſtantia v fiat vel minima vel maxima. Quo igitur motus propius ad ſimilitudinem motus regularis in ellipſi facti reducatur, ſtatuamus $v=\frac{p}{1+q\,cof.\,\vartheta}$, ita vt nunc motus conformis ſit motui regulari in eiusmodi ellipſi, cuius ſemiparameter ſit $=p$, excentricitas $=q$, ideoque ſemi-axis tranſuerſus $=\frac{p}{1-qq}$, anomalia vera ſeu angulo ab axe exiſtente $=\vartheta$. Facile autem perſpicitur ob perturbationes hanc ellipſis ſpeciem continuo mutari, vnde non ſolum anomalia ϑ ſed etiam litterae p et q vt variabiles ſunt ſpectandae, quarum variationes iam ſum inueſtigaturus.

XXV.

Quo haec inueſtigatio facilior reddatur, ponamus breuitatis gratia:

$$\mathfrak{z}-n(R-Q)=M \text{ et } D-nP=N$$

vt

vt habeamus hanc formam euoluendam:

$$\frac{dv}{vv}\sqrt{N} = d\Phi\sqrt{\left(-M + \frac{1}{v} - \frac{N}{vv}\right)}.$$

Quoniam igitur nunc ponimus $v = \frac{p}{1+q\,\mathrm{coſ}.\,\aleph}$ ſeu $\frac{1}{v} = \frac{1+q\,\mathrm{coſ}.\,\aleph}{p}$ per hypotheſin tam caſu $\aleph = 0$, quo fit $\frac{1}{v} = \frac{1+q}{p}$, quam caſu $\aleph = 180°$, quo caſu fit $\frac{1}{v} = \frac{1-q}{p}$ quantitas $-M + \frac{1}{v} - \frac{N}{vv}$ in nihilum abire debet, ex quo hae duae naſcuntur aequationes:

$$-M + \frac{1+q}{p} - \frac{N(1+q)^2}{pp} = 0 \text{ et}$$

$$-M + \frac{1-q}{p} - \frac{N(1-q)^2}{pp} = 0$$

quarum differentia dat $\frac{2q}{p} - \frac{4Nq}{pp} = 0$, ita vt ſit $p = 2N$, ſeu $N = \frac{1}{2}p$, vnde fit $M = \frac{1+q}{p} - \frac{(1+q)^2}{2p} = \frac{1-qq}{2p}$.

Quodſi ergo noſtrae ellipſis ſemiaxis transuerſus ponatur $= r$ vt ſit $r = \frac{p}{1-qq}$, erit $M = \frac{1}{2r}$, ideoque:

$$\frac{1}{f} - n(R-Q) = \frac{1-qq}{2p} = \frac{1}{2r} \text{ et } D - nP = \tfrac{1}{2}p.$$

XXVI.

His valoribus in noſtra aequatione ſubſtitutis habebimus:

$$\frac{dv}{vv}\sqrt{\tfrac{1}{2}p} = d\Phi\sqrt{\left(\frac{-1+qq}{2p} + \frac{1}{v} - \frac{p}{2vv}\right)}$$

in cuius poſteriori membro primum pro $\frac{1}{v}$ valorem $\frac{1+q\,\mathrm{coſ}.\,\aleph}{p}$ ſcribamus, vt fiat:

$$\frac{dv}{vv}\sqrt{\tfrac{1}{2}p} = d\Phi\sqrt{\left(\frac{-1+qq}{2p} + \frac{1+q\,\mathrm{coſ}.\,\aleph}{p} - \frac{1-2q\,\mathrm{coſ}.\,\aleph - qq\,\mathrm{coſ}.\,\aleph^2}{2p}\right)} \text{ ideoque}$$

$$\frac{dv}{vv}\sqrt{\tfrac{1}{2}p} = d\Phi\sqrt{\frac{qq - qq\,\mathrm{coſ}.\,\aleph^2}{2p}} = \frac{q\,d\Phi\,\mathrm{ſin}.\,\aleph}{\sqrt{2p}}$$

ita vt ſit $\frac{dv}{vv} = \frac{q\,d\Phi}{p}$ ſin ϑ; vnde vtique quod nobis erat propoſitum, agnoſcimus, ſcilicet quoties anomaliae ϑ ſinus euaneſcit, ſimul diſtantiae v differentiale in nihilum abire, eamque propterea vel maximam vel minimam euadere. Tum vero hinc in genere incrementum diſtantiae v ad elementum $d\Phi$ reducitur, quod ipſum iam cum elemento cognito $d\tau$ ita comparatur, vt ob $D - nP = \frac{1}{2}p$ ſit

$$v^4 d\Phi^2 = m a^3 p\, d\tau^2, \text{ ſeu } vv\,d\Phi = a\,d\tau \sqrt{map}.$$

Cum autem ſit $\frac{1}{v} = \frac{1 + q\,\text{coſ.}\,\vartheta}{p}$ erit

$$\frac{dv}{vv} = \frac{dp(1 + q\,\text{coſ.}\,\vartheta)}{pp} - \frac{dq\,\text{coſ.}\,\vartheta + q\,d\vartheta\,\text{ſin.}\,\vartheta}{p}$$

quae forma ipſi $\frac{q\,d\Phi}{p}$ ſin. ϑ aequalis facta, praebet

$$q(d\Phi - d\vartheta)\,\text{ſin.}\,\vartheta = \frac{dp}{p}(1 + q\,\text{coſ.}\,\vartheta) - dq\,\text{coſ.}\,\vartheta = \frac{dp}{v} - dq\,\text{coſ.}\,\vartheta$$

qua noua differentialium relatio continetur.

XXVII.

Reliquas determinationes peti oportet ex formulis ſupra inuentis:

$$p = 2D - 2nP \text{ et } \frac{1}{r} = \frac{1 - qq}{p} = \frac{2}{f} - 2n(R - Q)$$

quae differentiatae et loco P, Q, R valores ſupra exhibitos reſtituendo ſuppeditant,

$$dp = -2n\,dP = -2nv^3 u\,d\Phi\,\text{ſin.}\,\nu\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$

$$d.\frac{1}{r} = d.\frac{1 - qq}{p} = 2n\,dQ - 2n\,dR =$$

$$\frac{2nv\,dv}{w^3} - 2nu(dv\,\text{coſ.}\,\mu - v\,d\Phi\,\text{ſin.}\,\nu)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Cum

Cum autem ſit $dv = \frac{qvvd\Phi\,\text{ſin.}\,\vartheta}{p} = \frac{qvd\Phi\,\text{ſin.}\,\vartheta}{1+q\,\text{coſ.}\,\vartheta}$ etiam hoc poſterius differentiale ad elementum $d\Phi$ reducitur fietque:

$$d\,\frac{1}{r} = d.\,\frac{1-qq}{p} = \frac{2nqv^3 d\Phi\,\text{ſin.}\,\vartheta}{pw^3} - 2nvud\Phi\left(\frac{q\,\text{coſ.}\,\mu\,\text{ſin.}\,\vartheta}{1+q\,\text{coſ.}\,\vartheta} - \text{ſin.}\,\nu\right)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Eſt vero $d.\,\frac{1-qq}{p} = \frac{-dp}{pp}(1-qq) - \frac{2qdq}{p}$, ideoque

$$qdq = -\frac{dp}{2p}(1-qq) - \frac{p}{2}d.\,\frac{1-qq}{p}$$ vnde colligitur

$$qdq = +\frac{n(1-qq)}{p}v^3 ud\Phi\,\text{ſin.}\,\nu\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) - \frac{nqv^3 d\Phi\,\text{ſin.}\,\vartheta}{w^3}$$
$$+ npvud\Phi\left(\frac{q\,\text{coſ.}\,\mu\,\text{ſin.}\,\vartheta}{1+q\,\text{coſ.}\,\vartheta} - \text{ſin.}\,\nu\right)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$

quae ob $v = \frac{p}{1+q\,\text{coſ.}\,\vartheta}$ contrahitur in hanc

$$qdq = nv^2 ud\Phi\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\left(q\,\text{coſ.}\,\mu\,\text{ſin.}\,\vartheta - \frac{q\,\text{ſin.}\,\nu(q+2\,\text{coſ.}\,\vartheta+q\,\text{coſ.}\,\vartheta^2)}{1+q\,\text{coſ.}\,\vartheta}\right) - \frac{nqv^3 d\Phi\,\text{ſin.}\,\vartheta}{w^3}$$

quae per q diuiſa dat

$$dq = nv^2 ud\Phi\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\left(\text{coſ.}\,\mu\,\text{ſin.}\,\vartheta - \frac{\text{ſin.}\,\nu(q+2\,\text{coſ.}\,\vartheta+q\,\text{coſ.}\,\vartheta^2)}{1+q\,\text{coſ.}\,\vartheta}\right) - \frac{nv^3 d\Phi\,\text{ſin.}\,\vartheta}{w^3}.$$

Denique his valoribus in formula $q(d\Phi - d\vartheta)\,\text{ſin.}\,\vartheta = \frac{dp}{v} - dq\,\text{coſ.}\,\vartheta$ ſubſtitutis obtinebitur per ſin.ϑ diuiſione facta

$$q(d\Phi - d\vartheta) = \frac{nv^3 d\Phi\,\text{coſ.}\,\vartheta}{w^3} - nv^2 ud\Phi\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\left(\text{coſ.}\,\mu\,\text{coſ.}\,\vartheta + \frac{\text{ſin.}\,\nu\,\text{ſin.}\,\vartheta\,(2+q\,\text{coſ.}\,\vartheta)}{1+q\,\text{coſ.}\,\vartheta}\right).$$

XXVIII.

Nunc igitur omnium quantitatum, quae in noſtrum calculum ingrediuntur, incrementa momentanea ad idem elementum $d\Phi$, quod eodem tempuſculo

puſculo dt, quo ſecundum motum medium hic introductum angulus $d\tau$ abſoluitur, reduximus, vnde pro quouis tempore minimo illa incrementa facile aſſignari poterunt. Primo igitur relatio inter angulum elementarem $d\Phi$ et $d\tau$ hac formula exprimitur:

$$vvd\Phi = ad\tau\sqrt{map} \text{ vnde fit } ma^3 d\tau^2 = \tfrac{1}{p}v^4 d\Phi^2$$

ſecundo ſi ſtatuamus $v = \frac{p}{1+q\cos.\vartheta}$ et $r = \frac{p}{1-qq}$ erit

$$1^\circ.\ dp = -2nv^3 u\, d\Phi \sin.\nu \left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

$$2^\circ.\ d\tfrac{1}{r} = \frac{2nv^3 d\Phi \sin.\vartheta}{p\, w^3} - \frac{2nv^2 u\, d\Phi}{p}\left(q\cos.\mu\sin.\vartheta - (1+q\cos.\vartheta)\sin.\nu\right)\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

$$3^\circ.\ dq = nv^2 u\, d\Phi\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)\left(\cos.\mu\sin.\vartheta - \frac{(q+2\cos.\vartheta+q\cos.\vartheta^2)\sin.\nu}{1+q\cos.\vartheta}\right) - \frac{nv^3 d\Phi\sin.\vartheta}{w^3}$$

$$4^\circ.\ d\vartheta = d\Phi - \frac{nv^3 d\Phi\cos.\vartheta}{q\, w^3} + \frac{nv^2 u\, d\Phi}{q}\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)\left(\cos.\mu\cos.\vartheta + \frac{(2+q\cos.\vartheta)\sin.\nu\sin.\vartheta}{1+q\cos.\vartheta}\right)$$

exiſtente

$$\cos.\mu = \cos.\sigma\cos.(\theta-\psi) + \sin.\sigma\cos.\omega\sin.(\theta-\psi)$$

et $\sin.\nu = \sin.\sigma\cos.(\theta-\psi) - \cos.\sigma\cos.\omega\sin.(\theta-\psi)$

vbi notetur $d\Phi - d\vartheta$ deſignare promotionem momentaneam lineae abſidum in ipſa orbita.

Tertio pro motu in latitudinem has habebimus formulas:

$$1^\circ.\ d\psi = -\frac{nv^3 u\, d\Phi\sin.\sigma\sin.(\theta-\psi)}{p}\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

$$2^\circ.\ \frac{d\omega}{\sin.\omega} = -\frac{nv^3 u\, d\Phi\cos.\sigma\sin.(\theta-\psi)}{p}\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right) = \frac{d\psi}{\tan.\sigma}$$

$$3^\circ\ d\sigma = d\Phi + \frac{nv^3 u\, d\Phi\cos.\omega\sin.\sigma\sin.(\theta-\psi)}{p}\left(\tfrac{1}{w^3} - \tfrac{1}{u^3}\right)$$

ſeu $d\sigma = d\Phi - d\psi\cos.\omega$. XXIX.

XXIX.

Si integratio harum formularum abſolui poſſet, nihil amplius in hac inueſtigatione eſſet deſiderandum, cum exinde omnis generis perturbationes, quantumuis fuerint magnae, definire liceret. Cum autem vires Analyſeos nondum eousque increuerint, ad approximationes confugere conuenit, quae quidem eo feliciori ſucceſſu ſuſcipi poterunt, quo minores fuerint perturbationes: quia enim tunc valores quantitatum p et q pauxillulum mutantur, eas in integratione formularum littera n affectarum ſine errore tanquam conſtantes ſpectare licet, quin etiam poſtmodum methodis vſitatis correctiones neceſſariae haud difficulter elicientur. Interim tamen ſi excentricitas q fuerit valde magna, difficultates occurrunt, quas tamen certis artificiis adhibendis ſuperare licebit, quae quidem res optime ſuccedit, ſi excentricitas q parum ab vnitate diſcrepat, vti fit in orbitis fere parabolicis cometarum. Maiores autem difficultates ſe exerunt, quando excentricitas q eſt quam minima, quia tum variationes anomaliae 8 maxime increſcunt, verumtamen ſi vſus veniat, et hic remedium ſperari poſſet. Maxime vero hac operationes ob partem $\frac{1}{vv^3}$ impediuntur, quam niſi commode in ſeriem ſatis conuergentem conuertere liceat, de integratione omnino erit deſperandum, neque tum alia via ſupereſſe videtur, niſi vt ex ipſis his formulis differentialibus ſingulae variationes pro temporis interuallis ſatis exiguis de-

finiantur, earumque ſummatione integrationis negotium compenſetur, vti alia occaſione fuſius docui.

Applicatio huius Theoriae ad motum Lunae.

XXX.

Statuatur in A centrum terrae, cuius maſſa ſit $=$ A, et dum tabula planum eclipticae refert ſit nunc quidem ſol in S cuius maſſa ſit $=$ B, pro quo loco definiendo dirigatur recta AB ad coeli punctum fixum veluti primam ſtellam arietis, ac ponatur

longitudo ſolis ſeu angulus BAS $= \theta$

et diſtantia ſolis a terra ſeu AS $= u$.

Quae elementa vt ex theoria ſolis definiantur, ponatur ſemiaxis transuerſus orbitae ſolis $= a$, ſemiparameter orbitae ſolis $= b$, excentricitas orbitae eius $= e$, et anomalia vera $= v$; eritque $u = \frac{b}{1 - e\, coſ. v}$. Tum vero ſi ſol ſecundum motum medium tempore infinite paruo angulum $d\tau$ percurrere ſtatuatur erit $uud\theta = ad\tau \sqrt{ab}$, et $dv = d\theta$, niſi ad motum apogei ſolis reſpicere velimus. Eſt vero $b = a(1 - ee)$; vnde fit

$$u = \frac{a(1 - ee)}{1 - e\, coſ. v}, \text{ et } d\tau = \frac{d\theta (1 - ee)^{\frac{3}{2}}}{(1 - e\, coſ. v)^2} \text{ atque } dv = d\theta \text{ proxime,}$$

vbi

vbi notetur, neglecta excentricitate orbitae ſolaris fore $u = a$ et $d\theta = d\tau$.

XXXI.

Sit porro in Z luna, cuius maſſa $= C$, ac ponatur $\frac{B}{A + C} = n$ exiſtente $\frac{A + C}{A + B} = m$, quoniam angulus elementaris $d\tau$ ex motu medio ſolis eſt deſumtus, ita, vt ſit $\mathfrak{A} = A$ et $\mathfrak{C} = B$; vnde prodit $\frac{B}{A + B} = mn$ ſeu $m = \frac{1}{n}$, ſiquidem maſſa ſolis B prae maſſa terrae A vt infinita ſpectari poteſt. Iam pro loco lunae ſtatuatur:

longitudo nodi aſcendentis ſeu angulus $BAN = \psi$

inclinatio orbitae lunae ad eclipticam ſeu $YOZ = \omega$

et argumentum latitudinis ſeu $NAZ = \sigma$

vnde fit:

longitudo lunae $= \psi + \text{Ang. tang.} (\text{tang.} \sigma \operatorname{cof.} \omega)$

et latitudo borealis $= \text{Ang. ſin.} (\text{ſin.} \sigma \, \text{ſin.} \omega)$.

Deinde ſit diſtantia lunae a terra $AZ = v$ et diſtantia lunae a ſole $SZ = w$, ac definitis hinc duobus angulis μ et ν vt ſit

$$\operatorname{cof} \mu = \operatorname{cof.} \sigma \operatorname{cof.} (\theta - \psi) + \text{ſin.} \sigma \operatorname{cof.} \omega \, \text{ſin.} (\theta - \psi)$$

$$\text{ſin.} \nu = \text{ſin.} \sigma \operatorname{cof.} (\theta - \phi) - \operatorname{cof.} \sigma \operatorname{cof.} \omega \, \text{ſin.} (\theta - \psi)$$

erit $ww = vv + uu - 2vu \operatorname{cof.} \mu$ ſeu $w = \sqrt{(vv + uu - 2vu \operatorname{cof.} \mu)}$.

XXXII.

His poſitis ſi ponamus pro tempore praeſente $v = \frac{p}{1 - q \operatorname{cof.} \text{♉}}$ vt p denotet orbitae lunaris parame-

trum dimidiam, q eius excentricitatem, et angulus $ȣ$ eius anomaliam veram; ideoque iam q negatiue accipi debeat; tum vero ſit $d\Phi$ angulus a luna circa terram eodem tempore deſcriptus, quo ſol conficit angulum $d\tau$, motu medio. Hinc ergo pro motu lunae definiendo hae habebuntur aequationes:

1°. $vv\,d\Phi = a\,d\tau\sqrt{map} = a\,d\tau\sqrt{\frac{ap}{n}}$

2°. $dp = -2nv^2 u\,d\Phi\,\text{ſin.}\,\nu\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$

3°. $dq = -nv^2 u\,d\Phi\left(\text{coſ.}\,\mu\,\text{ſin.}\,ȣ + \frac{(q - 2\,\text{coſ.}\,ȣ + q\,\text{coſ.}\,ȣ^2)\,\text{ſin.}\,\nu}{1 - q\,\text{coſ.}\,ȣ}\right)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$
$+ \frac{n v^3\,d\Phi\,\text{ſin.}\,ȣ}{w^3}$

4°. $\frac{dv}{vv} = -\frac{q\,d\Phi\,\text{ſin.}\,ȣ}{p}$ ſeu $d.\frac{1}{v} = +\frac{q\,d\Phi\,\text{ſin.}\,ȣ}{p}$

5°. $dȣ = d\Phi + \frac{nv^3\,d\Phi\,\text{coſ.}\,ȣ}{q\,w^3} - \frac{nv^2 u\,d\Phi}{q}\left(\text{coſ.}\,\mu\,\text{coſ.}\,ȣ + \frac{(2 - q\,\text{coſ.}\,ȣ)\,\text{ſin.}\,\nu\,\text{ſin.}\,ȣ}{1 - q\,\text{coſ.}\,ȣ}\right)$
$\left(\frac{1}{w^8} - \frac{1}{u^3}\right)$

denotante $d\Phi - dȣ$ promotionem momentaneam lineae abſidum ſeu apogei lunae in ſua orbita:

6°. $d\psi = \frac{-nv^3 u\,d\Phi\,\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,(\theta - \psi)}{p}\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$

7°. $\frac{d\omega}{\text{ſin.}\,\omega} = \frac{d\psi}{\text{tang.}\,\sigma} = \frac{-nv^3 u\,d\Phi\,\text{coſ.}\,\sigma\,\text{ſin.}\,(\theta - \psi)}{q}\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$.

8°. $d\sigma = d\Phi - d\psi\,\text{coſ.}\,\omega = d\Phi + \frac{nv^3 u\,d\Phi\,\text{ſin.}\,\sigma\,\text{coſ.}\,\omega\,\text{ſin.}\,(\theta - \psi)}{p}\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^x}\right)$.

XXXIII.

Incipiamus ab euolutione formulae $\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}$: quae inde facile inſtituitur, quod diſtantia u ſemper eſt praemagna prae diſtantia v; vnde fit

$$\frac{1}{w^3} = (uu - 2vu\,\text{coſ.}\,\mu + vv)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{u^3} + \frac{3v\,\text{coſ.}\,\mu}{u^4} + \frac{15vv(5\,\text{coſ.}\,\mu^2 - 1)}{2u^5}$$

ideoque $\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3} = \frac{3v\,\text{coſ.}\,\mu}{u^4} + \frac{15vv(5\,\text{coſ.}\,\mu^2 - 1)}{2u^5}$.

Atque

Atque formulae n°. 3 et n°. 5 abibunt in has:

$$3^{o}.\ dq = \frac{nv^3\, d\Phi\, \text{ſin.}\,\vartheta}{u^3}\left(1 - 3\,\text{coſ.}\,\mu^2 + \frac{3v\,\text{coſ.}\,\mu}{2u}(3 - 5\,\text{coſ.}\,\mu^2)\right)$$
$$- \frac{nvv\, d\Phi\, \text{ſin.}\,\nu}{1 - q\,\text{coſ.}\,\vartheta}(q - 2\,\text{coſ.}\,\vartheta + q\,\text{coſ.}\,\vartheta^2)\left(\frac{3v\,\text{coſ.}\,\mu}{u^3} + \frac{3vv(5\,\text{coſ.}\,\mu^2 - 1)}{2u^4}\right)$$

$$5^{o}.\ d\vartheta = d\Phi + \frac{nv^3\, d\Phi\, \text{coſ.}\,\vartheta}{qu^3}\left(1 - 3\,\text{coſ.}\,\mu^2 + \frac{3v\,\text{coſ.}\,\mu}{2u}(3 - 5\,\text{coſ.}\,\mu^2)\right)$$
$$- \frac{nvv\, d\Phi\, \text{ſin.}\,\nu\, \text{ſin.}\,\vartheta}{q(1 - q\,\text{coſ.}\,\vartheta)}\left(\frac{3v\,\text{coſ.}\,\mu}{u^3} + \frac{3vv(5\,\text{coſ.}\,\mu^2 - 1)}{2u^4}\right)(2 - q\,\text{coſ.}\,\vartheta).$$

Ita vt hinc ſit

$$dq\,\text{coſ.}\,\vartheta + q(d\Phi - d\vartheta)\,\text{ſin.}\,\vartheta = 2nvvnd\Phi\,\text{ſin.}\,\nu\left(\frac{3v\,\text{coſ.}\,\mu}{u^3} + \frac{3vv(5\,\text{coſ.}\,\mu^2 - 1)}{2n^4}\right)$$

quae expreſſio ſatis ſimplex deinceps vſum habere poterit.

XXXIV.

Deinde etiam notetur, cum inclinatio ω ſit ſatis exigua ideoque $\text{coſ.}\,\omega = 1 - \frac{1}{2}\omega\omega$ fore proxime:

$$\text{coſ.}\,\mu = \text{coſ.}(\sigma - \theta + \psi) - \tfrac{1}{2}\omega\omega\,\text{ſin.}\,\sigma\,\text{ſin.}(\theta - \psi)$$
$$\text{ſin.}\,\nu = \text{ſin.}(\sigma - \theta + \psi) + \tfrac{1}{2}\omega\omega\,\text{coſ.}\,\sigma\,\text{ſin.}(\theta - \psi).$$

DISQVISITIO
DE VERA LEGE REFRACTIONIS RADIORVM DIVERSICOLORVM.

Auctore

L. EVLERO.

Definitio 1.

1.

R*efractionem mediam* voco rationem illam conſtantem inter ſinum anguli incidentiae et ſinum anguli refractionis, ſecundum quam radii mediae naturae ex alio medio in aliud tranſeuntes refringuntur. Simili modo eadem ratio, quae in radios rubros competit, *Refractio rubra*, quae autem radiis violaceis conuenit, *Refractio violacea* appellabitur.

Coroll. 1.

2. Cum ergo radi rubrii minus, violacei vero magis refringantur, quam medii; refractio rubra propius ad rationem aequalitatis accedit, quam refractio media, haec autem propius, quam violacea.

Coroll. 2.

3. Quodſi igitur refractio media ratione $m:1$; rubra ratione $r:1$ et violacea ratione $v:1$ exprimatur;

matur; fueritque $m > 1$, tum erit $r < m$ et $v > m$; ſin autem ſit $m < 1$, tum erit $r > m$ et $v < m$.

Coroll. 3.

4. Interim tamen ſi refractio media ſit ratio maioris inaequalitatis, etiam refractiones rubra et violacea erunt rationes maioris inaequalitatis, contra ſi illa ſit ratio minoris inaequalitatis, etiam hae erunt rationes minoris inaequalitatis.

Coroll. 4.

5. Statim autem atque vna harum refractionum abit in rationem aequalitatis, etiam reliquae fient rationes aequalitatis. Hoc ſcilicet caſu radii cuiusque naturae ſine vlla refractione tranſeunt.

Scholion.

6. Principalis haec lex vniuerſae Dioptricae nititur phaenomenis, quibus compertum eſt, dum radii ex vno medio in aliud tranſeunt, refractionem ſemper ita eſſe comparatum, vt ſinus incidentiae ad ſinum refractionis eandem ſeruet rationem, ſi ſcilicet radii eiusdem fuerint naturae ſeu eundem colorem referant. Pro radiis autem diuerſae indolis ex obſeruationibus conſtat radios rubros minorem, violaceos vero maiorem refractionem pati, quam eos, qui ſunt indolis mediae, veluti virides; ita tamen vt pro radiis eiusdem indolis lex illa

illa principalis perpetuo locum habeat. Rationibus quidem phyſicis hanc quoque legem confirmare ſunt annisi; cum autem ad hoc perfecta cognitione naturae radiorum opus ſit, ob eius defectum perfecta demonſtratio a priori petita expectari nequit. Memoratu autem dignum hic vſu venit, quod quaecunque fere hypotheſis circa naturam radiorum fingatur, inde eadem lex refractionis deducatur. Quam ob rem etiam reliquas refractionis affectiones ex phaenomenis hauriri expediet.

Phaenomenon I.

7. Dum radii ex medio A in medium B tranſeunt, ſi fuerit refractio media $= m : 1$, rubra $= r : 1$ et violacea $= v : 1$; tum viciſſim pro radiis ex medio B in medium A tranſeuntibus erit refractio media $= 1 : m$ ſeu $\frac{1}{m} : 1$; rubra $= \frac{1}{r} : 1$ et violacea $= \frac{1}{v} : 1$, haec conuerſio inde euincitur, quod in tranſitu radiorum quocunque radius incidens et refractus inter ſe permutari queant.

Scholion.

8. Ita ſi radii ex aere in vitrum penetrent, ex plurimis experimentis *Newtonus* concluſit, eſſe refractionem mediam $= 155 : 100$, rubram $= 154 : 100$ et violaceam $= 156 : 100$, ita vt ſit $m = 1,55$, $r = 1,54$ et $v = 1,56$. Viciſſim ergo ſi radii ex vitro in aerem exeant, erit refractio media $= 100 : 154$ et violacea $= 100 : 156$. Vtroque caſu manifeſtum

niſeſtum eſt refractionem rubram propius ad rationem aequalitatis accedere, quam mediam, hancque propius, quam violaceam, quippe quae maxime a ratione aequalitatis recedit.

Phaenomenon 2.

9. Si fuerit vti ſequitur:

in tranſitu ex medio	in medium	refractio media	refractio rubra	refractio violacea
A	B	$m:1$	$r:1$	$v:1$
A	C	$M:1$	$R:1$	$V:1.$

Tum ſi radii ex medio B in medium C tranſeant, erit

$$\text{refractio media} = M:m = \tfrac{M}{m}:1$$
$$\text{refractio rubra} = R:r = \tfrac{R}{r}:1$$
$$\text{refractio violacea} = V:v = \tfrac{V}{v}:1.$$

Coroll. 1.

10. Quodſi ergo refractio ex aëre in varias materias diaphanas, cuiusmodi ſunt aqua, ſpiritus vini aliique liquores, tum vero vitrum, cuius quoque varias dari ſpecies certum eſt, chryſtallus lapidesque pretioſi; fuerit explorata, tum etiam pro tranſitu radiorum ex quocunque horum mediorum in aliud refractio definiri poterit.

Coroll. 2.

11. Ac viciſſim etiam ſi refractio ex quopiam horum mediorum in aliud fuerit definita, ſi-

mulque refractio ex aëre in alterutrum eorum conſtet, tum inde refractio ex aëre in alterum medium concludi poteſt.

Scholion 1.

12. Eximiam hanc refractionis proprietatem inter phaenomena refero, etiamſi ex praecedenti firmiter demonſtrari poſſit. Fingatur enim inter bina media B et C lamina tenuiſſima medii A, ſitque angulus incidentiae in medio $B = \Phi$, eiusque ſinus $= \text{ſin.}\,\Phi$; eritque ſinus refractionis in medio $A = m\,\text{ſin.}\,\Phi$, pro radiis mediis, quorum refractio eſt $= 1 : m$; pro reliquis vero idem valet ratiocinium. At hic ſinus refractionis $m\,\text{ſin.}\,\Phi$ ſimul fit ſinus incidentiae, dum radius ex medio A in C tranſit; hinc quia refractio eſt $= M : 1$ erit ſinus refractionis in medio $C = \frac{m}{M}\,\text{ſin.}\,\Phi$. Eodem autem modo rem ſe habere debere perſpicuum eſt, ſi lamella intermedia penitus tollatur, vnde cum ſinui incidentiae $\text{ſin.}\,\Phi$ conueniat ſinus refractionis $\frac{m}{M}\,\text{ſin.}\,\Phi$, erit vtique refractio $= 1 : \frac{m}{M} = \frac{M}{m} : 1$ quod idem de radiis rubris et violaceis valet.

Scholion 2

13. Haec ſunt generalia refractionis principia, quae partim ex phaenomenis partim ex ratione ſunt deducta; neque praeterea quicquam certi reperimus, cui Theoria refractionis ſuperſtrui queat. Quantam ſcilicet quodlibet medium diaphanum patiat

tiat refractionem, per experimenta in hunc finem inſtituta definiri oportet, cum refractionis quantitas vtique a peculiari cuiusque medii natura pendeat. Ita apud Auctores paſſim occurrunt experimenta, quibus pro variis mediis, in quae radii ex aëre ſunt intromiſſi, quantitas refractionis determinatur. Plerumque autem haec experimenta tantum ad radios mediae naturae ſunt accommodata, neque iis quicquam certi pro radiis extremis, rubris ſcilicet et violaceis aſſignari ſolet. Hinc quaeſtio enaſcitur maximi momenti, num cognita refractione media, dum radii ex quocunque medio in aliud tranſeunt, exinde per certam regulam refractiones rubra et violacea definiri queant? Quaeritur ſcilicet, vtrum data refractione media, quae ſit $= m : 1$, ex ea ſola ſine vllo reſpectu ad ipſorum mediorum indolem habito, tam refractio rubra $r : 1$ quam violacea $v : 1$ determinari poſſit? an vero haec determinatio inſuper a natura mediorum quodammodo pendeat? Quoniam hic per ſolam rationem nihil decidere licet, vtrumque caſum ſollicite euolui, indeque relationem, quae inter refractiones mediam, rubram ac violaceam intercedere reperitur, ſedulo perpendi conueniet, vt deinceps experientia conſuli poſſit, quaenam hypotheſis veritati maxime ſit conſentanea.

Hypotheſis 1.

14. In hac hypotheſi ſtatuatur, refractionem rubram et violaceam vnice a refractione media pendere,

dere, ita vt cognita refractione media $m:1$, per eam ſolam refractio rubra $r:1$ et violacea $v:1$ determinetur, et quantitates r et v tanquam certae quaedam functiones quantitatis m ſpectari queant.

Coroll. 1.

15. Hac ergo hypotheſi aſſumta ſtatuitur, ſi pro tranſitu ex quopiam medio A in aliud medium B fuerit refractio media $= m:1$ rubra $= r:1$ et violacea $= v:1$; tum ſi pro tranſitu ex alio quocunque medio C in aliud D refractio media pariter ſit $= m:1$, tum etiam refractionem rubram fore $= r:1$ et violaceam $= v:1$.

Coroll. 2.

16. Haec conſequentia ita arcte cum ipſa hypotheſi eſt connexa, vt ſi ex aequalitate refractionis mediae certa aequalitas refractionis rubrae et violaceae concludi poſſet, ipſa hypotheſis pro vera eſſet habenda.

Coroll. 3.

17. Ad veritatem ergo iſtius hypotheſis diiudicandam, totum negotium ad hanc quaeſtionem reducitur, num ſi in duobus diuerſis tranſitibus ex alio medio in aliud, refractio media vtrinque fuerit eadem, etiam refractio rubra et violacea vtrinque eadem ſit futura. Quemadmodum caſu quo $m = 1$, etiam ſemper eſt $r = 1$ et $v = 1$,

$v = 1$, quandoquidem hoc caſu radii nullam refractionem patiuntur.

Scholion.

18. Haec hypotheſis mihi iam olim ita probabilis et conſtantiae naturae conformis eſt viſa, vt non dubitauerim; eam tanquam principium vniuerſae Dioptricae accipere, quod non minus pro certo eſſet admittendum, quam illa ſuperius commemorata. Nullam enim dubitandi rationem perſpicere poteram, cur eidem refractioni mediae non eaedem quoque refractiones extremae reſpondere cenſeri posſent. Huic igitur principio disquiſitiones meas de lentibus obiectiuis ex duplici materia pellucida componendis, quae vitio diuerſae radiorum refractionis non eſſent obnoxiae, ſuperſtruxeram. Nunc autem dubiis grauiſſimis, quae Acutiſſimis Geometra Clairaut in Mem. Acad Scient. Pariſinae pro A. 1756. aduerſus hoc principium propoſuit, permotus de eius certitudine ita dubitare coepi, vt id non amplius veritatibus neceſſariis annumerandum cenſerem, vti quidem ſtatim mihi erat viſum, ſed agnoſcere ſum coactus, nihil impedire, quo minus aliae leges in natura locum habere queant. Quam ob rem hic iſtud equidem principium propono, ſed non tanquam ſolum, ad quod refractionis natura ſit adſtricta; verum deinde innumeras alias leges ipſi adiungam, quae pariter in natura locum habere poſſe videantur. Quo facto accuratius inueſtigabo, quae-

nam harum legum phaenomenis maxime ſatisfaciat: haec ſcilicet via ad veritatem perueniendi vel ſaltem appropinquandi tutiſſima videtur.

Problema I.

19. In hypotheſi refractionis modo memorata, data refractione media pro tranſitu radiorum quocunque ex medio alio in aliud, definire refractiones extremas, rubram ſcilicet et violaceam.

Solutio.

Concipiantur media quotcunque diaphana A, B, C, D etc. ita comparata, vt dum radii ex eorum quouis in ſequens tranſeunt, refractio media ſit eadem $m:1$; Eadem ergo quoque erit refractio rubra $r:1$ et violacea $v:1$. Quodſi iam radii ex medio A in medium C tranſeant, erit refractio media $= m^2:1$, rubra $= r^2:1$ et violacea $= v^2:1$; ſin autem ex medio A in medium D tranſeant, erit refractio media $= m^3:1$, rubra $= r^3:1$ et violacea $= v^3:1$. Quare in genere ſi radii ex medio A in medium quodcunque N tranſeant, fueritque refractio media $= M:1$ exiſtente $M = m^n$, erit refractio rubra $= r^n:1$ et violacea $= v^n:1$. Cum vero ſit $lM = nlm$ ideoque $n = \frac{lM}{lm}$ erit $lr^n = nlr = \frac{lr}{lm} . lM$, hincque $r^n = M^{lr:lm}$ et $v^n = M^{lv:lm}$. Quod ſi ergo pro vnica refractione media $m:1$ nota ſit refractio rubra $= r:1$ et violacea $= v:1$, tum

tum pro quacunque alia refractione media M : 1 habebitur

$$\text{Refractio rubra} = M^{lr:lm} : 1 \text{ et}$$

$$\text{refractio violacea} = M^{lv:lm} : 1.$$

Cum igitur conſtet in tranſitu ex aëre in vitrum eſſe $m = 1,55$, $r = 1,54$ et $v = 1,56$ erit

$$\frac{lr}{lm} = \frac{1875207}{1903317} = 1 - \frac{3}{203} \text{ et}$$

$$\frac{lv}{lm} = \frac{1931246}{1903317} = 1 + \frac{3}{204\frac{1}{2}}.$$

Hinc medium ſumendo, et loco fractionis $\frac{1}{67}$ ſcribendo litteram δ in genere affirmare licet, ſi in tranſitu quocunque fuerit refractio media $= M : 1$, fore refractionem rubram $= M^{1-\delta} : 1$ et violaceam $= M^{1+\delta} : 1$.

Coroll. 1.

20. Cum ſit δ fractio tam exigua nempe $\delta = \frac{1}{67}$ erit ſatis exacte $M^{\delta} = 1 + \delta lM$ et $M^{-\delta} = 1 - \delta lM$ denotante lM logarithmum hyperbolicum ipſius M; vnde prodit pro refractione media $= M : 1$ proxime:

$$\text{refractio rubra} = M - \delta MlM = M - \tfrac{1}{67}MlM : 1$$

$$\text{refractio violacea} = M + \delta MlM = M + \tfrac{1}{67}MlM : 1.$$

Coroll. 2.

21. Logarithmi autem hyperbolici obtinentur, ſi vulgares in tabulis exhibiti multiplicentur per 2,30258. Hinc ſi in his formulis logarithmis

vulga-

vulgaribus vtamur, loco $\delta\, l\, M$ ſcribere debemus $2,30258\, \delta\, l\, M = \frac{1}{29}\, l\, M$, vnde pro refractione media $M : 1$ fit

$$\text{refractio rubra} = M - \tfrac{1}{29} M\, l\, M : 1$$

$$\text{refractio violacea} = M + \tfrac{1}{29} M\, l\, M : 1.$$

Scholion.

22. In Volum. III. Mem. Acad. Reg. Boruſſ. tabulam exhibui ex hac hypotheſi computatam, vnde pro quauis refractione media ſtatim refractiones rubra et violacea depromi poſſunt; eidemque hypotheſi conſtructio lentium obiectiuarum compoſitarum innititur. Illo ſcilicet tempore haec hypotheſis ſola mihi vera eſt viſa, aliaeque circumſtantiae impedimento fuerant, quo minus per experimenta eius veritatem explorare liceret. Nunc autem a Cel. D^no^. Clairaut edoctus etiam aliarum hypotheſium poſſibilitatem agnoſcere cogor; et argumentum ab Eo allatum hoc ſufficienter probat, etſi ex hypotheſi emanationis luminis cum attractione coniuncta eſt petitum. Quanquam enim meo quidem iudicio haec hypotheſis eſt reiicienda, tamen concluſiones inde deductae poſſibilitatis notam gerunt, atque adeo ipſi veritati conſentaneae eſſe poſſent, non obſtante ipſius hypotheſis falſitate. Quemadmodum enim inde conſtantia rationis inter ſinus incidentiae et refractionis pulcerrime oſtenditur, ita etiam reliquae refractionis affectiones inde deductae

deductae verae eſſe poſſent: ſufficiat autem eas tanquam poſſibiles ſpectaſſe.

Hypotheſis 2.

23. Hic radii lucis in parti ularum minimarum perniciſſimo motu conſiſtere umuntur, ita vt diuerſis coloribus diuerſi celeritatis gradus conueniant. Tum refractio ab attractione quapiam circa ſuperficiem refr ngentem exerta effici ſtatuitur, qua fit, vt dum particulae illae ex medio alio in aliud tranſeunt a tramite rectilineo deflectantur.

Coroll. 1.

24. In hac ergo hypotheſi cuiusque coloris radiis in quouis medio certus celeritatis gradus tribuitur, quo minima corpuscula radium conſtituentia per id medium feruntur, in eoque lineam rectam, qua radii directio continetur, deſcribunt.

Coroll. 2.

25. Deinde dum radii ex vno medio in aliud tranſeunt, circa confinia ſpatium quoddam quamuis anguſtum concipitur A B C D, in quo radii ad alterutrum terminum relati C D attrahantur, motumque ſuum inflectere et mutare cogantur, deinceps in altero medio iterum in directum progreſſuri. Tab. II. Fig. 4.

Scholion.

26. Si ſcilicet EF fuerit radius in medio diaphano A celeritate $=a$ motus, isque ad F in alıud medium B ingredi incipiat, ſpatium quoddam tanquam ABCD certae craſſitiei AC=BD$=e$ ſtatuitur, per quod dum radius tranſit, vim ſuſtineat ad alterum terminum CD normaliter tendentem, ab eaque de ſua directione deflectatur ſimulque celeritatis mutationem patiatur, ita vt in hoc ſpatio lineam quandam curuam FG deſcribere cogatur. Tum vero cum hoc ſpatium ſuperauerit, celeritate et directione, quam in G fuerit adeptus, in altero medio B ſecundum rectam GH motum ſuum ſit proſecuturus. Erit ergo EF radius incidens in medio A celeritate a motus, et GH radius refractus in medio B cuius celeritas ſit $=b$; ac ſi ad laminam ABCD ambo media ſeparantem ducantur normales FP et GQ, erit angulus incidentiae EFP$=\zeta$ et angulus refractionis HGQ$=\eta$. Hic quidem rationem attractionis, dum radius per laminam ABCD tranſit, definire non licet, ſed mox patebit quaecunque ea fingatur, eadem fere refractionis phaenomena inde ſequi. Hoc tantum notaſſe iuuabit, ſi angulus incidentiae ζ ſuperet angulum refractionis η, attractionem fieri debere ad lineam CD, contra vero ad AB.

Scholion 2.

27. Quod ad ipſam hanc hypotheſin attinet, eam naturae luminis aduerſari, nunc quidem ſatis manifeſtum videtur, cum radiorum emanatio vera tantis inuoluta ſit difficultatibus, vt in rerum natura nullo modo admitti poſſit. Quin potius extra omnem dubitationem poſitum videtur, radios per media diaphana perinde propagari atque ſonum per aërem, idque certa quadam pulſuum agitatione fieri, vbi neque vera celeritas neque attractio conſiſtere poſſit. Interim tamen hi errores ita compenſari poſſent, vt radii in refractione eandem legem ſequerentur, ac ſi omnia ſecundum hanc hypotheſin fierent; ex quo concluſiones ex hac hypotheſi etiamſi falſa deriuandae minime contemnendae videntur.

Problema 2.

28. Admiſſa hypotheſi modo expoſita inueſtigare legem refractionis, ſecundum quam radii ex medio quocunque A in aliud B tranſeuntes reflectuntur. Tab. II. Fig. 4.

S o l u t i o.

Sit EF radius incidens in medio A celeritate $= a$ latus, quem primo mediae naturae aſſumo, vt refractio media eruatur, ſtatuaturque angulus incidentiae $EFP = \zeta$. Tum vero facto in ſpatio ABCD motus variatione ſit in medio B radius refra-

ctus GH celeritatem habens $= b$, et angulus refractionis HGQ $= \eta$. At dum per ſpatium ABCD viam ſuam ſecundum lineam FYG incuruat, ſit in loco quocunque Y eius celeritas $= z$, et ducta ad planum ſeparans normali YX, ſit Φ angulus, quem cum ea motus directio conſtituit. Iam ponatur FX $= x$, et XY $= y$, et vis, qua radii corpuscula in Y ad planum CD ſecundum directionem XY impelluntur $=$ Y, quae vt functio quaecunque ipſius Y ſpectetur. Reſoluto igitur motu ſecundum coordinatas FX $= x$ et XY $= y$, ſumtoque dt pro temporis elemento, erit celeritas ſecundum FX, $= \frac{dx}{dt} = z\,\text{ſin.}\,\Phi$ et celeritas ſecundum XY, $= \frac{dy}{dt} = z\,\text{coſ.}\,\Phi$, quae ſola a vi ſollicitante Y afficitur; vnde per principia mechanica conſequimur:

$$\frac{ddx}{dt^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{ddy}{dt^2} = Y$$

ideoque $\frac{dx}{dt} = z\,\text{ſin}\,\Phi = \text{Conſt.} = a\,\text{ſin.}\,\zeta$, quoniam celeritas ſecundum FX in radio incidente eſt $= a\,\text{ſin.}\,\zeta$; eidem ergo aequalis eſt celeritas ſecundum eandem directionem in radio refracto GH quae eſt $= b\,\text{ſin.}\,\eta$; ex quo habemus $a\,\text{ſin}\,\zeta = b\,\text{ſin.}\,\eta$, ſeu $\text{ſin.}\,\zeta : \text{ſin.}\,\eta = b\ a$, ita vt ſinus incidentiae ad ſinum refractionis teneat rationem reciprocam celeritatum radii in vtroque medio.

Altera v ro aequatio $\frac{ddy}{dt^2} = Y$ per $2\,dy$ multiplicata per integrationem dat $\frac{dy^2}{dt^2} = zz\,\text{coſ.}\,\Phi^2 = 2\int Y\,dy$. Vnde ſi integrale $\int Y\,dy$ ita capiamus, vt in initio refra-

refractione F, vbi $z = a$ et $\Phi = \zeta$, euaneſcat, habebimus $zz\,\text{coſ}\,\Phi^2 = aa\,\text{coſ}.\zeta^2 + 2\int Y\,dy$. Extendamus iam hoc integrale vsque ad alterum terminum G, faciendo $y = e$ fiatque tum $2\int Y\,dy = E$; et quia tum abit $z\,\text{coſ}.\Phi$ in $b\,\text{coſ}.\eta$, obtinebimus:

$$bb\,\text{coſ}.\eta^2 = aa\,\text{coſ}.\zeta^2 + E.$$

At cum ſit per ante inuenta $bb\,\text{ſin}.\eta^2 = aa\,\text{ſin}.\zeta^2$, hac aequatione addita prodet $bb = aa + E$, vbi quantitas E pendet a ratione attractionis, hoc eſt a relatione, quae inter ambo media diaphana intercedit. Cum ergo ſit $b = \sqrt{(aa + E)}$ erit

$$\text{ſin}.\zeta : \text{ſin}.\eta = \sqrt{(aa + E)} : a$$

quae eſt refractio media. Si iam pro altero radio extremo, ſiue rubro ſiue violaceo, celeritas in medio A vocetur $= a'$, in medio B vero $= b'$, erit quoque $b' = \sqrt{(a'a' + E)}$, et refractio extrema $= \sqrt{(a'a' + E)} : a'$.

Coroll. 1.

29. Cum pro eodem radio quantitates a et E ſint conſtantes mutato vtcunque angulo incidentiae ζ, proportio $\text{ſin}.\zeta : \text{ſin}.\eta = \sqrt{(aa + E)} : a$ ſtatim dat conſtantiam rationis inter ſinus incidentiae et refractionis.

Coroll. 2.

30. Eiusdem ergo radii celeritates per diuerſa media A et B rationem tenent inuerſam refractio-

nis. Si igitur angulus refractionis η minor ſit angulo incidentiae ζ, vti fit, dum radii ex medio rariori in denſius progrediuntur, ſecundum hanc hypotheſin radii in medio denſiori velocius mouentur, quam in rariori.

Coroll. 3.

31. Si a denotet celeritatem radiorum mediae naturae in medio A, ſitque refractio media $= m : 1$ erit $\sqrt{(aa+E)} = ma$ vnde fit conſtans $E = (mm-1)aa$. Tum vero ſi pro altero radiorum extremorum genere veluti rubrorum celeritas in medio A ſit $= a'$, et refractio rubra vocetur $= r : 1$ erit quoque $E = (rr-1)a'a'$ hincque $(rr-1)a'a' = (mm-1)aa$ et $r = \sqrt{(1 + \frac{(mm-1)aa}{a'a'})}$.

Coroll. 4.

32. Ob $E = (mm-1)aa$, erit celeritas radiorum mediorum in altero medio B, nempe $b = ma$, celeritas vero radiorum rubrorum $b' = ra'$, ideoque $b' = \sqrt{(a'a' + (mm-1)aa)}$, ſeu $b'b' - bb = a'a' - aa$, vnde differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii medii et extremi in quouis medio mouentur, eſt conſtans.

Scholion.

33. Sit medium A aër, et medium B vitrum, vt ſit refractio media $m = 1,55$; et celeri-

tas

tas radiorum horum in vitro maior erit celeritate in aëre, in ratione 155 : 100. Cum iam ſit refractio rubra $= 1,54 : 1$ ſeu $r = 1,54$ hinc ex celeritate radiorum mediorum in aëre a definire poterimus celeritatem radiorum rubrorum $a' = a\sqrt{\frac{mm - 1}{rr - 1}}$ $= 1,0112\,a$ ſeu $a' = (1 + \frac{1}{89})a$, quae eſt maior celeritate mediorum parte quaſi $\frac{1}{89}$, tanto autem celeritas radiorum violaceorum maior eſt cenſenda. Ceterum cum in aëre poſita celeritate radiorum mediorum $= a$, ſit celeritas radiorum rubrorum $= a' = (1 + \frac{1}{89})a$, intelligimus ſi radii ex aëre in quodcunque medium tranſeant pro quo refractio ſit $= m : 1$, refractionem rubram inde perfecte determinari. Atque hinc diſcimus, quantumuis variae vitri ſpecies ratione compoſitionis inter ſe diſcrepent, tamen ſtatim ac refractio media ex aëre in binas vitri ſpecies fuerit eadem, etiam refractiones rubram ac violaceam easdem eſſe debere, ita vt in his ob vitri varietatem nulla diuerſitas locum habere poſſit, quin ſimul refractio media turbetur.

Scholion 2.

34. Hinc iam inſignem controuerſiam a ſollertiſſimo Artifice Anglo Dollondo motam dirimere licet; qui experimentis quibusdam, quae merito non ſatis certa videntur, inſtitutis contendit in Anglia duplicis generis vitrum reperiri, alterum Chryſtallicum, alterum coronarium appellari ſolitum; quorum hoc multo minorem radiorum diſperſionem

nem gignat, quam illud, idque adeo in ratione ſesquialtera, qua differentia inter refractiones extremas maior ſit in chryſtallino, quam in coronario, quod certe legibus naturae maxime aduerſari eſſet cenſendum, ſi refractio media vtrinque eſſet eadem. Quamuis autem ea in chryſtallino tantillo ſit maior, inde tamen tantum diſcrimen nullo modo oriri poteſt, id quod etiam inde colligere licet, quod ſine dubio inter innumerabiles vitri ſpecies vna quaedam reperiatur chryſtallo quidem ſimilior, ſed quae eandem refractionem mediam ac ſpecies coronaria dicta gignat; atque in iſta ſpecie etiam refractiones extremae parum a chryſtallinis diſcrepabunt; Iam vero omnino neceſſe eſt, vt eae plane perinde ſe habeant atque in vitro coronario. Ne vero rationibus contra experientiam pugnare videar, notandum eſt, vitrum coronarium viridi colore eſſe tinctum, quo euenit, vt in tranſitu radiorum haud exigua portio rubrorum abſorbeatur atque ob hanc potiſſimum cauſam diſperſio radiorum multo minor deprehendatur, ipſa refractionis lege, quaecunque ea ſit, haud turbata.

Problema 3.

35. In hac refractionis hypotheſi, data refractione media, dum radii ex aëre in aliud medium quodcunque transmittuntur, pro eodem tranſitu refractionem extremam vtramque definire.

Solutio.

Solutio.

Primum hic obſeruari oportet, hoc problema non vti primum pro omni tranſitu reſolui poſſe, ſed alterius medii naturam iam eſſe debere cognitam: vnde hic pro altero medio aërem aſſumo, in quo ſi radii medii velocitate $=a$ moueantur, celeritatem rubrorum vidimus eſſe $=(1+\frac{1}{89})a$, et violaceorum $=(1-\frac{1}{89})a$. Quod ſi iam radii ex aëre in aliud medium quodcunque tranſeant, et per experimenta explorata ſit refractio media $=m:1$, quaeritur refractio tam rubra quam violacea. Sit igitur in hoc medio celeritas radiorum mediorum $=b$, eritque $b=ma$; celeritas autem radiorum rubrorum erit $b'=a\sqrt{((1+\frac{1}{89})^2+mm-1)}=a\sqrt{(mm+\frac{2}{89}+\frac{1}{89.89})}$, et violaceorum $=a\sqrt{((1-\frac{1}{89})^2+mm-1)}=a\sqrt{(mm-\frac{2}{89}+\frac{1}{89.89})}$. Breuitatis gratia pro fractione $\frac{1}{89}$, quippe quae non accuratiſſime cognita eſt putanda, ſcribamus α, vt ſit in medio propoſito celeritas radiorum rubrorum $=a\sqrt{(mm+2\alpha+\alpha\alpha)}$ et violaceorum $=a\sqrt{(mm-2\alpha+\alpha\alpha)}$, dum in ipſo aëre eſt celeritas rubrorum $=(1+\alpha)a$ et violaceorum $=(1-\alpha)a$. Cum igitur refractio rationem inuerſam celeritatum ſequatur, in tranſita radiorum ex aëre in medium propoſitum, quo refractio media eſt $=m:1$ erit

$$\text{refractio rubra} = \frac{\sqrt{(mm+2\alpha+\alpha\alpha)}}{1+\alpha} = \sqrt{\left(mm-\frac{(mm-1)(2\alpha+\alpha\alpha)}{(1+\alpha)^2}\right)}$$

$$\text{refractio violacea} = \frac{\sqrt{(mm-2\alpha+\alpha\alpha)}}{1-\alpha} = \sqrt{\left(mm+\frac{(mm-1)(2\alpha-\alpha\alpha)}{(1-\alpha)^2}\right)}.$$

 Vel

Vel ſi radii medii aliquanto aliter conſtituantur inter extremos, ita repraeſentari poterit

refractio rubra $= \sqrt{\frac{mm+\alpha}{1+\alpha}} = \sqrt{(mm - \frac{\alpha(mm-1)}{1+\alpha})}$

refractio violacea $= \sqrt{\frac{mm-\alpha}{1-\alpha}} = \sqrt{(mm + \frac{\alpha(mm-1)}{1-\alpha})}$

vbi fractio α aliter ſe habet, eſt que $\alpha = \frac{1}{45}$. Ita ſcilicet hic valor eſt definitus, vt poſito $m = 1,55$ refractio rubra prodeat ad violaceam vt 154 ad 156.

Coroll. 1.

36 Cum in quolibet medio differentia inter quadrata celeritatum, quibus radii rubri, medii, et violacei propagantur, ſit eadem, litterae α valor ita eſt comparatus, vt αaa aequetur iſti differentiae, denotante a celeritatem radiorum mediam in aere.

Coroll. 2.

37. Si in tranſitu radiorum ex aere in aliud medium ſit refractio media $= n:1$, erit ſimili modo refractio rubra $= \sqrt{\frac{nn+\alpha}{1+\alpha}}:1$ et violacea $= \sqrt{\frac{nn-\alpha}{1-\alpha}}:1$. Quare ſi radii ex illo medio in hoc tranſeant, erit refractio media $= \frac{n}{m}:1$, rubra $= \sqrt{\frac{nn+\alpha}{mm+\alpha}}:1$ et violacea $= \sqrt{\frac{nn-\alpha}{mm-\alpha}}:1$.

Coroll. 3.

38 Definita ergo refractione media, quam radii ex aëre in ſingula media diaphana patiuntur, hinc etiam refractio omnium radiorum ex quouis medio

medio in aliud quodcunque tranſeuntium aſſignari poteſt.

Scholion I.

39. Hinc iam diſcrimen inter hanc hypotheſin et priorem, qua olim vſus eram, luculenter perſpicitur. Fingamus enim quotcunque media diaphana A, B, C, D etc. quorum primum A ſit aër, reliqua vero continuo ita fiant denſiora, vt refractio media ex quolibet in ſequens ſit eadem $= m : 1$, ideoque refractio media ſit ex A in $C = m^2 : 1$, ex A in $D = m^3 : 1$ etc. Hinc autem ex quolibet medio in ſequens tranſeundo refractiones extremae non prodibunt eaedem, vti in priori hypotheſi, ſed ita ſe habebunt:

In tranſitu	refractio media	refractio rubra	refractio violacea
ex A in B	$m : 1$	$\sqrt{\frac{mm+\alpha}{1+\alpha}} : 1$	$\sqrt{\frac{mm-\alpha}{1-\alpha}} : 1$
ex B in C	$m : 1$	$\sqrt{\frac{m^4+\alpha}{m^2+\alpha}} : 1$	$\sqrt{\frac{m^4-\alpha}{m^2-\alpha}} : 1$
ex C in D	$m : 1$	$\sqrt{\frac{m^6+\alpha}{m^4+\alpha}} : 1$	$\sqrt{\frac{m^6-\alpha}{m^4-\alpha}} : 1$

Etſi ergo refractio media vtique eſt eadem, refractiones extremae tamen diſcrepant, et continuo propius ad mediam conuergunt, ita vt quo denſiora fuerint ambo media, eo minus diſcrimen inter refractiones extremas intercedat.

Scholion 2.

40. Cum α ſit fractio admodum parua $\frac{1}{45}$, formulae inuentae commode per approximationem exhiberi poterunt; cum enim ſit:

$$\sqrt{\left(mm - \frac{\alpha(mm-1)}{1+\alpha}\right)} = m - \frac{\alpha(mm-1)}{2m(1+\alpha)} - \frac{\alpha\alpha(mm-1)^2}{8m^3(1+\alpha)^2} \text{ etc.}$$

at $\frac{\alpha}{1+\alpha} = \alpha - \alpha\alpha$ etc. erit ſatis accurate

refractio rubra $= m - \frac{\alpha(mm-1)}{2m} + \frac{\alpha\alpha(mm-1)(3mm+1)}{8m^3}$

refractio violacea $= m + \frac{\alpha(mm-1)}{2m} + \frac{\alpha\alpha(mm-1)(3mm+1)}{8m^3}$

ideoque differentia inter has extremas $= \frac{\alpha(mm-1)}{m}$. Quare ſi media reuera in illarum medio conſiſtere aſſumatur et loco $m + \frac{\alpha\alpha(mm-1)(3mm+1)}{8m^3}$ ſimpliciter ſcribatur m, neglectis ipſius α poteſtatibus quadrato altioribus, erit

refractio rubra $= m - \frac{1}{90} \cdot \frac{mm-1}{m}$

refractio violacea $= m + \frac{1}{90} \cdot \frac{mm-1}{m}$.

Hypotheſis 3.

41. Ad ſimilitudinem praecedentis hypotheſis, dum radiorum ex aëre in medium quodcunque refractio media eſt $= m : 1$ generalius ſtatuatur

refractio rubra $= \left(\frac{m^\lambda + \alpha}{1+\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}} : 1$ et

refractio violacea $= \left(\frac{m^\lambda - \alpha}{1-\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}} : 1$

vt ſit $\alpha = \frac{156^\lambda - 154^\lambda}{154^\lambda + 156^\lambda - 2.\,100^\lambda}$.

Coroll. 1.

42. Generalior haec hypotheſis abit in hypotheſin ſecundam modo pertractatam, ſi ſumatur $\lambda = 2$, ſin autem ponatur $\lambda = 1$ prodit hypotheſis *Newtoniana*, qua ſtatuatur

refractio rubra $= \frac{m+\alpha}{1+\alpha} : 1 = m - \frac{\alpha}{1+\alpha}(m-1) : 1$ et

refractio violacea $= \frac{m-\alpha}{1-\alpha} : 1 = m + \frac{\alpha}{1-\alpha}(m-1) : 1$

exiſtente $\alpha = \frac{2}{310 - 200} = \frac{1}{55}$.

Coroll. 2.

43. At ſi ſumatur $\lambda = 0$, ob $m^\lambda = 1 + \lambda l m$ erit refractio rubra $= \left(\frac{1+\alpha+\lambda l m}{1+\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}} = \left(1 + \frac{\lambda l m}{1+\alpha}\right)^{\frac{1}{\lambda}}$. Ponatur haec quantitas $= z$, vt ſit $z^\lambda = 1 + \frac{\lambda l m}{1+\alpha} = 1 + \lambda l z$, erit $l z = \frac{l m}{1+\alpha}$ et $z = m^{\frac{1}{1+\alpha}}$, ideoque refractio rubra $= m^{\frac{1}{1+\alpha}} : 1$ et violacea $= m^{\frac{1}{1-\alpha}} : 1$ quae eſt ipſa hypotheſis prima ſupra euoluta, eſtque proxime $\alpha = \frac{1}{67}$.

Coroll. 3.

44. Tenet ergo hypotheſis *Newtoniana* quaſi medium inter binas hypotheſes ante conſideratas: et

quantum altera in exceſſu ab ea diſcrepat, tantum altera in defectu diſſidere eſt cenſenda.

Coroll. 4.

45. Si igitur radii ex aëre in aquam tranſeant, refractione media exiſtente $= \frac{4}{3} : 1$ ſeu $m = 1$, habebitur:

In hypotheſi	refractio rubra	refractio violacea
$\lambda = 0$	1, 327608 : 1	1, 339058 : 1
$\lambda = 1$	1, 327381 : 1	1, 339506 : 1
$\lambda = 2$	1, 326852 : 1	1, 339814 : 1

vnde patet diſcrimen inter refractiones extremas maximum eſſe in hypotheſi $\lambda = 2$ minimum vero in hypotheſi $\lambda = 0$.

Scholion 1.

46. Diſcrimen autem nimis eſt paruum, quam vt per experimenta decidi poſſit, quaenam harum trium hypotheſium ad veritatem propius accedat. Cum autem hypotheſis *Newtoniana* $\lambda = 1$ ideo ſit repudianda, quod ea ſtabilita effectus diuerſae refractionis radiorum nunquam tolli poſſet, vtcunque etiam diuerſa media refringentia inter ſe coniungerentur, certum autem ſit in oculis animalium nullam plane confuſionem ex hoc fonte enaſci; hac hypotheſi quaſi media remota id tantum reſtat inueſtigandum, vtra extremarum ad naturae veritatem propius accedat. Quamuis autem hypo-

hypotheſis prima $\lambda = 0$, mihi olim maxime probabilis ſit viſa, tamen cum ſecundum eam oculi ſtructuram diligentius eſſem perſcrutatus, quomodocunque refractiones humorum aquei, chryſtallini et vitrei aſſumſeram, tamen ſemper inueni figuram chryſtallini concauam eſſe debere, vt ex diuerſa radiorum refractione nulla confuſio oriretur, quod argumentum nunc mihi quidem ſatis validum videtur ad hanc quoque hypotheſin explodendam. Simul vero hinc hypotheſis poſterior qua $\lambda = 2$ eo fortuis firmamentum adpiscitur, cum affectus inde oriundus plane contrarius reſultet, eaque admiſſa figura vtique conuexa pro humore chryſtallino obtineatur, quemadmodum hoc in natura euenire nouimus. Quam ob rem non dubito hanc hypotheſin, qua $\lambda = 2$, tanquam veritati maxime conuenientem ſpectare, eique principia Dioptricae ſuperſtruere.

Scholion 2.

47. Hypotheſi hac qua $\lambda = 2$ tam probabili facta, operae pretium erit tabulam exhibere, quae pro ſingulis refractionibus mediis refractiones extremas oſtendat.

Tabula

Tabula Refractionum

pro tranſitu radiorum ex aëre in medium quodcunque.

Refractio media.	Differentia refract.	Refractio rubra.	Refractio violacea.
132 : 1	0, 006249	1, 313751 : 1	1, 326249 : 1
133 : 1	0, 006424	1, 323576 : 1	1, 336424 : 1
134 : 1	0, 006597	1, 333403 : 1	1, 346597 : 1
135 : 1	0, 006769	1, 343231 : 1	1, 356769 : 1
136 : 1	0, 006941	1, 353059 : 1	1, 366941 : 1
137 : 1	0, 007112	1, 362888 : 1	1, 377112 : 1
138 : 1	0, 007282	1, 372718 : 1	1, 387282 : 1
139 : 1	0, 007451	1, 382549 : 1	1, 397451 : 1
140 : 1	0, 007619	1, 392381 : 1	1, 407619 : 1
141 : 1	0, 007786	1, 402214 : 1	1, 417786 : 1
142 : 1	0, 007953	1, 412047 : 1	1, 427953 : 1
143 : 1	0, 008119	1, 421881 : 1	1, 438119 : 1
144 : 1	0, 008284	1, 431716 : 1	1, 448284 : 1
145 : 1	0, 008448	1, 441552 : 1	1, 458448 : 1
146 : 1	0, 008612	1, 451388 : 1	1, 468612 : 1
147 : 1	0, 008775	1, 461225 : 1	1, 478775 : 1
148 : 1	0, 008937	1, 471063 : 1	1, 488937 : 1
149 : 1	0, 009098	1, 480902 : 1	1, 499098 : 1
150 : 1	0, 009259	1, 490741 : 1	1, 509259 : 1
151 : 1	0, 009419	1, 500581 : 1	1, 519419 : 1
152 : 1	0, 009579	1, 510421 : 1	1, 529579 : 1
153 : 1	0, 009738	1, 520262 : 1	1, 539738 : 1
154 : 1	0, 009896	1, 530104 ; 1	1, 549896 : 1

Re-

Refractio media.	Differentia refract.	Refractio rubra.	Refractio violacea.
155 : 1	0, 010054	1, 539946 : 1	1, 560054 : 1
156 : 1	0, 010211	1, 549789 : 1	1, 570211 : 1
157 : 1	0, 010367	1, 559633 : 1	1, 580367 : 1
158 : 1	0, 010523	1, 569477 : 1	1, 590523 : 1
159 : 1	0, 010678	1, 579322 : 1	1, 600678 : 1
160 : 1	0, 010833	1, 589167 : 1	1, 610833 : 1
161 : 1	0, 010988	1, 599012 : 1	1, 620988 : 1
162 : 1	0, 011142	1, 608858 : 1	1, 631142 : 1

Problema 4.

43. Refractionem radiorum ex medio quocunque M in aliud N tranſeuntium definire, data refractione media ex aëre in vtrumque medium.

Solutio.

Sit $m : 1$ refractio media, dum radii ex aëre in medium M tranſeunt, refractiones autem extremae ita exprimantur $m \pm dm : 1$, tribuendo ipſi dm valorem ex columna differentiarum tabulae praecedentis deſumtum, ita vt refractio rubra ſit $= m - dm : 1$ et violacea $= m + dm : 1$. Simili modo pro radiis ex aëre in medium N tranſeuntibus ſit refractio media $= n + dn : 1$, valore ipſius dn ex tabula differentiarum itidem deſumto. His poſitis ſi radii ex medio M in medium N ingrediantur, erit

refractio media $= n : m = \frac{n}{m} : 1$

refractio rubra $= n - dn : m - dm = \frac{n - dn}{m - dm} : 1$

refractio violacea $= n + dn : m + dm = \frac{n + dn}{m + dm} : 1$.

Cum autem differentiae dm et dn tam ſint paruae vt tanquam differentialia tractari poſſint, erit proxime:

refractio rubra $= \frac{n}{m} - d.\frac{n}{m} : 1$

refractio violacea $= \frac{n}{m} + d.\frac{n}{m} : 1$.

Hincque refractio radiorum, quatenus diuerſae ſunt indolis, per media diaphana quotcunque definiri poterit, ſi modo refractio media ex aëre in ſingula iſta media fuerit cognita.

DE

DE NOVO MICROSCOPIORVM GENERE EX SEX LENTIBVS COMPOSITIO.

Auctore

L. EVLERO.

I.

Cum microſcopia ſimplicia maiores multiplicationes largiri nequeant, niſi lenticulae quam minimae adhibeantur, quarum conſtructio non ſolum ſummam artificis ſollertiam requirit, ſed etiam obiecta ipſis tam prope admoueri debent, vt tantum non lenticulam contingant, ideoque minimae inaequalitates in eorum ſuperficie nimis confuſe repraeſententur; vt his inſignibus incommodis occurratur, microſcopia compoſita in vſum vocari ſunt coepta, quibus maiorum lenticularum beneficio quantumuis magnae multiplicationes produci poſſunt, ita vt obiecta non adeo prope admoueri neceſſe ſit. Vulgo haec microſcopia tribus conſtant lentibus, praeter obiectiuam ſcilicet binis ocularibus, quarum ratio ab artificibus diuerſimode aſſignatur. Veram autem rationem nuper indicaui, qua fit, vt non ſolum maximum in obiecto ſpatium conſpiciatur, ſed

 etiam

etiam repraeſentatio a vagis illis coloribus iridis liberetur; tum vero etiam oſtendi, quomodo pluribus lentibus ocularibus adhibendis campus viſionis magis amplificari poſſet.

2. His autem expeditis in mentem mihi venit longe alia microscopiorum compoſitorum ratio, ſimilis illi, qua hodie telescopia 5 et ſex lentibus inſtructa in Anglia confici ſolent. Cum enim horum telescopiorum character in hoc conſiſtat, quod in iis vna lens cum minima apertura occurrat, qua, ſine vlla diminutione vel claritatis vel campi conſpicui, radii peregrini feliciſſime arceantur et ab oculo excluduntur, ſimilem ſtructuram ad microſcopia accommodare tentaui, vnde eo maiora commoda expectare licet, quod in vulgari microscopiorum compoſitione repraeſentatio obiectorum non mediocriter a radiis peregrinis inquinetur, qui non, vti in telescopiis fieri ſolet, ope diaphragmatum ſeu ſeptorum foramine exiguo pertuſorum depelli posſunt, cum hoc modo campus viſionis nimis coarctaretur.

Tab. III. Fig. 1. 3. Huiusmodi conſtructio quinque lentibus expediri poſſet, ſed quia campus viſionis minor eſſet proditurus, quam in vulgaribus, vnam lentem inſuper adiiciam, vt campus eo maior reddatur. Obiecto igitur ante focum lenticulae obiectiuae conſtituto, vt eius imago pone eam ad datam diſtantiam cadat, in hoc ipſo loco imaginis colloco lentem

ſecun-

ſecundam B, et poſt eam noto punctum C, in quo lens B obiectum in ipſo lentis obiectiuae loco A conſtitutum eſſet exhibitura; ibique conſtituo tertiam lentem C, cuius apertura poteſt eſſe quam minima, cum debeat eſſe ad aperturam lenticulae obiectiuae, vt diſtantia BC ad AB. Tum vero ſequuntur ternae lentes oculares proprie ſic dictae D, E, F, quarum media E in ipſo foco poſtremae F ſit poſita. Totum ergo negotium eo redit, vt tam diſtantiae focales ſingularum lentium, quam earum interualla ita definiantur, vt microſcopium in ſuo genere perfectiſſimum reddatur.

4. Sint igitur p, q, r, s, t et v diſtantiae focales ſex lentium et aperturae cuiusque ſemidiametri

$$AP = x;\ BQ = \pi q;\ CR = \pi' r;\ DS = \pi'' s;\ ET = \pi''' t \text{ et } FV = \pi'''' v$$

ac poſita diſtantia obiecti ante lentem obiectiuam $= a$, indice multiplicationis $= m$, ad diſtantiam l quae 8 dig. aſſumi ſolet, relatae et ſemidiameter campi apparentis $= \Phi$, vt ſit ſemidiameter ſpatii in obiecto conſpicui $= a\Phi$, habebimus

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi''''}{ma - l}\, l$$

qui valor vt maximus reddatur, ſit ωs ſemidiameter aperturae maximae, quam lens vtrinque aeque

 con-

conuexa admittit, cuius diſtantia focalis $= s$, quo caſu cenſetur eſſe $\omega = \frac{1}{4}$; ponamus

$$\pi = \theta\omega;\ \pi' = 0,\ \pi'' = -\omega,\ \pi''' = \omega \text{ et } \pi'''' = -\omega.$$

eritque $\Phi = \frac{(3-\theta)\omega}{ma-l}.l.$ Sit autem breuitatis gratia $M = \frac{(3-\theta)l}{ma-l}$ vt ſit $\Phi = M\omega$.

5. Deinde pro litteris lentes determinantibus ſit:

$$A = \frac{\mathfrak{a}}{1-\mathfrak{a}};\ B = -1;\ C = \frac{\mathfrak{c}}{1-\mathfrak{c}};\ D = \frac{-\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}};\ E = -1;\ \text{erit}$$

$$\frac{A}{1+A} = \mathfrak{a};\quad \frac{B}{1+B} = \infty;\quad \frac{C}{1+C} = \mathfrak{c};\quad \frac{D}{1+D} = -\mathfrak{d};\quad \frac{E}{1+E} = \infty$$

hincque

$$\frac{B}{1+B}\pi - \Phi = \infty\theta\omega$$

$$\frac{C}{1+C}\pi' - \pi + \Phi = -(\theta - M)\omega$$

$$\frac{D}{1+D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = +(\mathfrak{d} + \theta - M)\omega$$

$$\frac{E}{1+E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi = \infty\omega$$

$$\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi = -(3 - \theta + M)\omega$$

vnde erunt diſtantiae loca imaginum ſucceſſiue indicantes

$$a = a \qquad \alpha = Aa; \qquad p = \mathfrak{a}a$$

$$b = A.\frac{Ma}{\infty\theta} = 0; \qquad \beta = 0; \qquad q = A.\frac{Ma}{\theta}$$

$$c = A.\frac{Ma}{\theta - M}; \qquad \gamma = Cc; \qquad r = A\mathfrak{c}.\frac{Ma}{\theta - M}$$

$$d = AC.\frac{-Ma}{\mathfrak{d} + \theta - M}; \qquad \delta = dD \qquad s = AC\mathfrak{d}.\frac{Ma}{\mathfrak{d} + \theta - M}$$

$$e = AC\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.\frac{Ma}{\infty} = 0; \qquad \varepsilon = -e = 0; \qquad t = AC\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.Ma$$

$$f = AC\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.\frac{Ma}{3-\theta+M}; \qquad \zeta = \infty; \qquad v = AC.\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.\frac{Ma}{3-\theta+M}.$$

6. Hinc

6. Hinc porro deducuntur lentium interualla

$AB = \alpha + b = Aa$

$BC = \beta + c = A.\frac{Ma}{\theta - M}$

$CD = \gamma + d = AC\mathfrak{d}.\frac{Ma}{(\theta - M)(\mathfrak{d} + \theta - M)}$

$DE = \delta + e = AC.\frac{\mathfrak{d}}{1 + \mathfrak{d}}.\frac{Ma}{\mathfrak{d} + \theta - M} = v$

$EF = \varepsilon + f = AC.\frac{\mathfrak{d}}{1 + \mathfrak{d}}.\frac{Ma}{\mathfrak{d} + \theta - M} = v$

et pro loco oculi $FO = \frac{v}{3 - \theta + M}$.

Nunc vero vt colores iridis deſtruantur, Theoria hanc praebet aequationem adimplendam:

$\frac{1}{\mathfrak{d} + \theta - M} + \frac{1}{3 - \theta + M} = 0$ vnde fit $\mathfrak{d} + \theta - M = 3 - \theta + M$ ideoque $\mathfrak{d} = 3 - 2(\theta - M)$.

7. Gradus claritatis perceptae aeſtimatur ex ſemidiametro cylindri luminoſi, qui a quouis obiecti puncto in oculum transmittitur, qui ſemper eſt $y = \frac{lx}{ma}$; et ipſe claritatis gradus tum aeſtimatur $= 400yy$, claritate plena ſeu naturali per vnitatem expreſſa. Verum ipſa apertura lentis obiectiuae, ſeu eius ſemidiameter x ex hac aequatione definiri debet:

$$\frac{1}{k^3} = \frac{mx^3}{aal}\left\{\begin{array}{l}\frac{\lambda + \nu\mathfrak{a}(1 - \mathfrak{a})}{\mathfrak{a}^3} + \frac{M(\lambda'' + \nu\mathfrak{c}(1 - \mathfrak{c})}{A^3\mathfrak{c}^3(\theta - M)} \\ + \frac{M(\lambda''' - \nu\mathfrak{d}(1 + \mathfrak{d}))}{A^3C^3\mathfrak{d}^3(\mathfrak{d} + \theta - M)} + \frac{M\lambda^{V}(1 + \mathfrak{d})^2}{A^3C^3\mathfrak{d}^3(3 - \theta + M)}\end{array}\right\}$$

vbi

vbi pro microſcopiis ſumi ſolet $\varkappa = 16$, et λ, λ', λ'', λ''', λ'''' et λ^{V} figurae ſingularum lentium definiendae inſeruiunt, at ν eſt numerus a refractione pendens, cuius ratio ſi ſit $1,54 : 1$ erit proxime $\nu = 0,226$.

8. Cum debeat eſſe $\theta > M$, ne diſtantia BC prodeat negatiua, ſtatuamus $\theta = (1+n)M$, eritque $M = \frac{3l}{ma+nl}$, hinc $\Phi = \frac{3\omega l}{ma+nl}$, et diameter ſpatii viſi $= \frac{3al}{2(ma+nl)}$ ſumto $\omega = \frac{1}{4}$.

Tum vero eſt $\theta = \frac{3(n+1)l}{ma+nl}$; $\theta - M = \frac{3nl}{ma+nl}$; atque

$\mathfrak{d} + \theta - M = 3 - \theta + M = \frac{3ma}{ma+nl}$; ideoque $\mathfrak{d} = \frac{3(ma-nl)}{ma+nl}$, vnde noſtrae determinationes pro conſtructione microſcopii ita ſe habebunt:

	Diam. apert.	Interualla
$p = \mathfrak{a}a$;	$PP = 2x$;	$AB = Aa$
$q = A.\frac{a}{1+n}$;	$QQ = \frac{3}{2}A.\frac{al}{ma+nl}$;	$BC = A.\frac{a}{n}$
$r = A\mathfrak{c}.\frac{a}{n}$;	$RR = \frac{2x}{n}$;	$CD = AC.\frac{ma-nl}{nl}.\frac{l}{m}$
$s = AC\mathfrak{d}.\frac{l}{m}$;	$SS = \frac{1}{2}s$;	$DE = AC.\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.\frac{l}{m}$
$t = AC.\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.\frac{3al}{ma+nl}$;	$TT = \frac{1}{2}t$	$EF = AC.\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.\frac{l}{m}$
$v = AC.\frac{\mathfrak{d}}{1+\mathfrak{d}}.\frac{l}{m}$;	$VV = \frac{1}{2}v$	$FO = \frac{ma+nl}{3ma}v$

et x ex hac aequatione definiri debet

$$\frac{1}{x^3} = \frac{mx^3}{aal}\left\{\frac{\lambda + \nu\mathfrak{a}(1-\mathfrak{a})}{\mathfrak{a}^3} + \frac{\lambda'' + \nu\mathfrak{c}(1-\mathfrak{c})}{nA^3\mathfrak{c}^3} + \frac{\lambda''' - \nu\mathfrak{d}(1+\mathfrak{d})}{A^3C^3\mathfrak{d}^3}.\frac{l}{ma} + \frac{\lambda^{V}(1+\mathfrak{d})^3}{A^3C^3\mathfrak{d}^3}.\frac{l}{ma}\right\}.$$

9. Hic

9. Hic primum obſeruo ad inſignes multiplicationes producendas, ad quas huiusmodi inſtrumenta requiri ſolent, lentem obiectiuam ſemper quam minimam aſſumi conuenire; nam ne tum diſtantia focalis v nimis fiat exigua, numerorum A et C productum AC capi debet quaſi $=\frac{m}{l}$, tum vero interuallum $CD=\frac{ma-nl}{nl}$ fieret enormiter magnum. Sumta autem diſtantia a valde exigua, vt interualla AB et BC ſaltem modica euadant, numerum A valde magnum eſſe oportet, vt ſit quaſi $\alpha=1$; quod etiam claritas exigit, cum hoc modo maior valor pro x prodeat, ita vt ſit $x=\frac{1}{4}\sqrt[3]{\frac{aal}{\lambda m}}=\frac{1}{16}\sqrt[3]{\frac{aal}{\lambda m}}$, ideoque $y=\frac{l}{16m}\sqrt[3]{\frac{l}{\lambda ma}}$ et $20y=\frac{5l}{4m}\sqrt[3]{\frac{l}{\lambda ma}}$, hincque claritas $=\frac{25ll}{16mm}\sqrt[3]{\frac{ll}{\lambda\lambda mmaa}}$.

10. Sumatur ergo pro A numerus ſatis magnus, vt interuallum $AB=Aa$ modicum euadat, etiamſi diſtantia a ſit minima, tum vero etiam poſtrema lens arbitrio noſtro permittatur, eiusque diſtantia focalis v vt data ſpectetur. Tum ergo erit $AC.\frac{l}{m}=\frac{1+\delta}{\upsilon}v=\frac{4ma-2nl}{3ma-3nl}v$, et $C=\frac{4ma-2nl}{3ma-3nl}\cdot\frac{mv}{Al}$, hincque $c=\frac{C}{1+C}=\frac{2mv(2ma-nl}{2mv(2ma-nl)+3Al(ma-nl)}$. Quo valore ſubſtituto determinationes noſtae erunt:

$p=\frac{A}{1+A}a$; $\quad PP=2x \quad AB=Aa$

$q=\frac{A}{1+n}a$; $\quad QQ=\frac{3}{2}A.\frac{al}{ma+nl}$; $\quad BC=\frac{1}{n}.Aa$

$r=\frac{C}{1+C}.\frac{A}{n}a$; $\quad RR=\frac{2x}{n}$; $\quad CD=\frac{2(2ma-nl)}{3nl}v$

$s=\frac{2(2ma-nl)}{ma+nl}v$; $\quad SS=\frac{1}{2}s$; $\quad DE=v$

 $t=$

$t = \frac{3ma}{ma+nl} v$;	$TT = \frac{1}{2} t$;	$EF = v$
$v = v$;	$VV = \frac{1}{2} v$;	$FO = \frac{ma+nl}{3ma} v$

et $x = \frac{1}{15} \sqrt[3]{\frac{aal}{\lambda m}}$, ſi modo A ſuperet 4 vel 5.

11. Reſtat adhuc vnus numerus n, qui quo maior accipiatur eo breuius fit inſtrumentum, tum vero viciſſim diameter campi conſpicui $\frac{3al}{2(ma+nl)}$ imminuitur; verum ſi multiplicatio m ſit praegrandis, vt ma multum ſuperet l tum parum refert, etiamſi numerus n aliquanto maior accipiatur. Ponamus in hunc finem $nl = \frac{1}{i} ma$, eritque diameter ſpatii viſi $= \frac{3a}{2n(i+1)} = \frac{3il}{2(i+1)m}$, et reliquae determinationes fient

$p = \frac{A}{1+A} a$;	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{il}{ma+il} Aa$;	$QQ = \frac{3Ail}{2(i+1)m}$	$BC = \frac{Ail}{m}$
$r = \frac{2i(2i-1)Al}{2mv(2i-1)+3A(i-1)l} v$;	$RR = \frac{2il}{ma} x$	$CD = \frac{2}{3}(2i-1)v$
$s = \frac{2(2i-1)}{i+1} v$;	$SS = \frac{1}{2} s$	$DE = v$
$t = \frac{3i}{i+1} v$;	$TT = \frac{1}{2} t$	$EF = v$
$v = v$;	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{i+1}{3i} v$.

12. Alio loco oſtendi, quomodo lens obiectiua ita ex duabus lentibus componi queat, vt confuſio inde oriunda euaneſcat, quae conſtructio ſi in praxi ſuccedat, fiet $\lambda = 0$, ac lenti obiectiuae tanta apertura tribui poterit, quantam curuamen facierum eius permittit. Huiusmodi autem lenticulae

lae duplicatae conſtructio pro eius diſtantia focali p ita ſe habet.

Lenticulae prioris

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +1,02863\,p \\ \text{poſterioris} = -0,62915\,p \end{cases}$

Lenticulae poſterioris

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +2,14041\,p \\ \text{poſterioris} = +0,72222\,p \end{cases}$

quae ad interuallum circiter $\frac{1}{4}p$ coniungi debent, tum vero apertura tribui poterit, cuius diameter ſit $= \frac{3}{10}p$ ac proinde $x = \frac{3}{20}p$, vnde fit $y = \frac{3l}{20m} \cdot \frac{p}{a} = \frac{3l}{20m}$ ob $p = a$ proxime et gradus claritatis $= \frac{9ll}{mm}$.

13. Praeterea hic perpendendum eſt, numerum i ita aſſumi debere, vt diameter aperturae lentis ſecundae $QQ = \frac{3\mathfrak{A}il}{2(i+1)m}$ non ſuperet ſemiſſem diſtantiae focalis huius lentis. Ad hoc autem requiritur, vt ſit $i > \frac{2ma}{ma-3l}$. Cum igitur poſuerimus $i = \frac{ma}{nl}$, haec conditio poſtulat vt ſumatur $n < \frac{ma-3l}{2l}$; quod ſi hic valor $n = \frac{ma-3l}{2l}$, vel $i = \frac{2ma}{ma-3l}$ in noſtris formulis ſubſtituatur, habebimus.

$p = \frac{\mathfrak{A}}{1+\mathfrak{A}}a$; $\quad PP = 2x$; $\quad AB = \mathfrak{A}a$

$q = \frac{2l}{ma-l}\mathfrak{A}a$; $\quad QQ = \frac{l}{ma-l}\mathfrak{A}a$; $\quad BC = \frac{2l}{ma-3l}\mathfrak{A}a$

$r = \frac{\mathfrak{A}(ma+l) \cdot 4mal\,v}{(ma-3l)(2ma(ma+l)+\mathfrak{A}l(ma+3l))}$; $\quad RR = \frac{4l}{ma-3l}x$; $\quad CD = \frac{2(ma+l)}{ma-3l}v$

$s = \frac{2(ma+l)}{ma-l}v$; $\quad SS = \frac{1}{2}s$; $\quad DE = v$

$t = \frac{2ma}{ma-l}v$; $TT = \frac{1}{2}t$; $EF = v$

$v = v$; $VV = \frac{1}{2}v$; $FO = \frac{ma-l}{2ma}v$

et diameter campi conſpicui $= \frac{al}{ma-l}$.

14. Hic ante omnia obſeruo, has formulas vſum habere non poſſe, niſi ſit $ma > 3l$ ſeu $m > \frac{3l}{a}$ hoc eſt $m > \frac{24}{a}$, ob $l = 8$ dig. ſicque minores lenticulae ne ad exiguas quidem multiplicationes vſurpari poſſunt. Statuamus ergo, vt has formulas ſimpliciores reddamus $ma = \mu l$ vt ſit multiplicatio $m = \frac{\mu l}{a}$, et microscopii conſtructio ſecundum has menſuras erit inſtituenda.

Diſtantiae focales	aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$;	$PP = 2x$;	$AB = Aa$
$q = \frac{2Aa}{\mu-1}$;	$QQ = \frac{Aa}{\mu-1}$;	$BC = \frac{2Aa}{\mu-3}$
$r = \frac{4\mu(\mu+1)v}{2\mu(\mu+1)v+(\mu+3)Aa} \cdot \frac{Aa}{\mu-3}$;	$RR = \frac{4x}{\mu-3}$;	$CD = \frac{2(\mu+1)}{\mu-3}v$
$s = \frac{2(\mu+1)}{\mu-1}v$;	$SS = \frac{\mu+1}{\mu-1}v$;	$DE = v$
$t = \frac{2\mu}{\mu-1}v$;	$TT = \frac{\mu}{\mu-1}v$;	$EF = v$
$v = v$;	$VV = \frac{1}{2}v$;	$FO = \frac{\mu-1}{2\mu}v$

et diameter campi conſpicui $= \frac{a}{\mu-1}$ et $x = \frac{a}{16\sqrt[3]{\mu}}$

hincque $y = \frac{a}{16\mu\sqrt[3]{\mu}}$ et claritas $= \frac{25aa}{16\mu\mu\sqrt[3]{\mu\mu}}$.

15. Has

15. Hac formulae ad praxin maxime videntur accommodatae et quia ob campum expedit, numero μ quam minimos tribui valores, is autem ternario maior capi debet, eo magis, quo maior multiplicatio deſideratur, contemplemur ſequentes hypotheſes.

I. Hypotheſis vbi $\mu = 4$ et $m = \frac{72}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$;	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{2}{3}Aa$;	$QQ = \frac{1}{3}Aa$	$BC = 2Aa$
$r = \frac{80v}{42v+7Aa} \cdot Aa$	$RR = 4x$	$CD = 10v$
$s = \frac{10}{3}v$;	$SS = \frac{5}{3}v$	$DE = v$
$t = \frac{8}{3}v$;	$TT = \frac{4}{3}v$	$EF = v$
$v = v$;	$VV = \frac{1}{2}v$	$FO = \frac{3}{8}v$.

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{a}{3}$ et $x = \frac{a}{26}$.

II. Hypotheſis vbi $\mu = 5$ et $m = \frac{40}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{1}{2}Aa$	$QQ = \frac{1}{4}Aa$	$BC = Aa$
$r = \frac{15v}{15v+2Aa} \cdot Aa$	$RR = 2x$	$CD = 6v$
$s = 3v$	$SS = \frac{3}{2}v$	$DE = v$
$t = \frac{5}{2}v$	$TT = \frac{5}{4}v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2}v$	$FO = \frac{2}{5}v$

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{a}{4}$ et $x = \frac{a}{24}$

III. Hypotheſis vbi $\mu = 7$ et $m = \frac{56}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$;	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{1}{3} Aa$:	$QQ = \frac{1}{6} Aa$	$BC = \frac{1}{2} Aa$
$r = \frac{28v}{56v + 5Aa} \cdot Aa$	$RR = x$	$CD = 4v$
$s = \frac{8}{3} v$	$SS = \frac{4}{3} v$	$DE = v$
$t = \frac{7}{3} v$	$TT = \frac{7}{6} v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{2}{7} v$

Diameter campi conſpicui $= \frac{1}{6} a$ et $x = \frac{a}{31}$

IV. Hypotheſis vbi $\mu = 9$; et $m = \frac{72}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{1}{4} Aa$	$QQ = \frac{1}{8} Aa$	$BC = \frac{1}{4} Aa$
$r = \frac{5v}{15v + Aa} \cdot Aa$	$RR = \frac{2}{3} x$	$CD = \frac{10}{3} Aa$
$s = \frac{5}{2} v$	$SS = \frac{5}{4} v$	$DE = v$
$t = \frac{9}{4} v$	$TT = \frac{9}{8} v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{4}{9} v$.

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{8} a$ et $x = \frac{a}{34}$.

V. Hypotheſis vbi $\mu = 15$ et $m = \frac{120}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{1}{7} Aa$	$QQ = \frac{1}{14} Aa$	$BC = \frac{1}{6} Aa$
$r = \frac{40v}{240v + 9Aa} \cdot Aa$	$RR = \frac{1}{3} x$	$CD = \frac{3}{4} v$
$s = \frac{16}{7} v$	$SS = \frac{8}{7} v$	$DE = v$
$t = \frac{15}{7} v$	$TT = \frac{15}{14} v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{7}{15} v$.

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{14} a$ et $x = \frac{a}{40}$.

VI.

VI. Hypotheſis vbi $\mu = 27$ et $m = \frac{216}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{A+1}$	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{1}{13} Aa$	$QQ = \frac{1}{26} Aa$	$BC = \frac{1}{12} Aa$
$r = \frac{21v}{252v + 5Aa} \cdot Aa$	$RR = \frac{1}{6} x$	$CD = \frac{7}{3} v$
$s = \frac{28}{13} v$	$SS = \frac{14}{13} v$	$DE = v$
$t = \frac{27}{13} v$	$TT = \frac{27}{26} v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = v$	$FO = \frac{13}{27} v$.

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{25} a$ et $x = \frac{a}{48}$.

16. Patet ergo, ſi lenticula obiectiua ſimplex adhibeatur, pro his maioribus multiplicationibus, huic lenti tam exiguam aperturam tribui debere, vt claritas fiat quam minima, tum vero etiam apertura lentis tertiae C erit quaſi puncti inſtar, quo pacto vtique radii peregrini feliciſſime arcebuntur. Interim tamen ad haec microſcopia perficienda in hoc maxime erit elaborandum, vt lentes obiectiuae compoſitae, quarum deſcriptionem ſupra dedi, ad praxin deduci queant. Cum enim tum capi poſſit $x = \frac{3}{25} p$ ſeu $x = \frac{3}{25} a$, ob $a = p$ proxime, claritas inde obtinebitur multis partibus maior, ita vt tanta illuminatione obiecti, quantam microſcopia ordinaria poſtulant, non amplius ſit opus. Dabo exemplum ex hypotheſi V deſumtum:

Microſcopium obiecta ſexcenties amplificans.

17. Statuo diſtantiam obiecti a lente obiectiua $a = \frac{1}{3}$ dig. ac ſumo numerum $A = 30$, vt fiat interual-

teruallum $Aa = 6$ dig. tum vero ſit $v = \frac{1}{2}$ dig. et determinationes microſcopii erunt in digitis expreſſae

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{6}{31} = 0,194$;	$PP = 2x$	$Aa = 6$
$q = \frac{6}{7} = 0,857$	$QQ = \frac{3}{7} = 0,429$	$BC = 1$
$r = \frac{20}{29} = 0,690$	$RR = \frac{1}{3}x$	$CD = 1\frac{1}{3}$
$s = \frac{8}{7} = 1,143$	$SS = \frac{4}{7} = 0,572$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{15}{14} = 1,071$	$TT = \frac{15}{28} = 0,536$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = \frac{1}{4} = 0,250$	$FO = \frac{7}{33}$.

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{70}$ et $y = \frac{x}{15}$, vnde claritas $= \frac{16}{9}xx$. Tota autem inſtrumenti longitudo $= 9\frac{17}{30}$ dig.

Quodſi iam lentem obiectiuam duplicare velimus, has menſuras obſeruari oportet:

Pro lenticula priore		pro lenticula poſteriori	
radius faciei	ant. $= +0,199$	radius faciei	ant. $= +0,414$
	poſt. $= -0,122$		poſt. $= +0,140$

ac tum erit $x = \frac{9}{310} = 0,03$ et claritas $= 0,0015 = \frac{1}{675}$ qui gradus adhuc ſatis eſt notabilis.

Microſcopium bis millies amplificans.

18. Sumo hic $a = \frac{1}{10}$ dig. hypotheſi VI. vtens, et $A = 60$ atque $v = \frac{1}{2}$ dig. vnde hae determinationes oriuntur:

Diſtan-

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p=\frac{5}{51}=0,098\frac{1}{3}$	$PP=2x$	$AB=6$
$q=\frac{6}{13}=0,462$	$QQ=0,231$	$BC=\frac{1}{2}$
$r=\frac{21}{52}=0,404$	$RR=\frac{1}{6}x$	$CD=1\frac{1}{5}$
$s=\frac{14}{13}=1,077$	$SS=0,539$	$DE=\frac{1}{2}$
$t=\frac{27}{26}=1,039$	$TT=0,520$	$EF=\frac{1}{2}$
$v=\frac{1}{2}=0,500$	$VV=0,250$	$FO=\frac{15}{34}$

Diameter ſpatii conſpicui $=\frac{1}{265}$ dig. et $y=\frac{x}{27}$, vnde claritas $=\frac{400xx}{729}$; longitudo inſtrumenti $=9$ dig.

Si lens obiectiua duplicata ſuccedat, erit $x=\frac{1}{255}$, ideoque claritas $=\frac{1}{8155}$, at lenticulae duplicatae conſtructio ita ſe habet.

Pro lenticula priore radius faciei $\begin{cases}\text{ant.} = +0,101; \\ \text{poſt.} = -0,062;\end{cases}$

pro lenticula poſteriori radius faciei $\begin{cases}\text{ant.} = +0,211 \\ \text{poſt.} = +0,071\end{cases}$

19. Si haec conſtructio in praxi nulla obſtacula, quae vinci nequeant, offendat, nullum eſt dubium, quin hoc microſcopiorum genus, illis, quae vulgo ſunt in vſu, longiſſime ſit anteferendum, propterea quod etiam pro maxima amplificatione ſatis modica longitudine contineri queat, cum microſcopia vulgaria nimis enormem longitudinem requirant. Si enim ope microſcopii communis bis millies amplificare velimus lentemque obiectiuam, cuius diſtantia foci quoque ſit $\frac{1}{15}$ dig. adhibeamus, longitudo inſtrumenti ad 20 dig. exſurgit, etiamſi lente oculari ſemiſſis digiti vtamur. Quin

etiam hic longitudinem fere ad ſemiſſem reducere licet, ſi numerum A minorem accipiamus; id ſolum eſt perpendendum, quod lentes B et C in eadem fere ratione minuantur, quod quidem incommodum nullius eſt momenti. Imprimis autem ſuſpicor, minimam lentis tertiae aperturam non parum ad repraeſentationem magis diſtinctam reddendam eſſe collaturam, cum idem effectus in teleſcopiis obſeruetur.

20. Sin autem haec microſcopia ad multo maiores amplificationes inſtruere velimus, equidem non ſuaſerim, lenticulas obiectiuas minores adhibere, quam $\frac{1}{10}$ dig. in foco; cum quod tales exiguae lenticulae difficulter parentur, tum vero praecipue quod obiecta nimis prope admoueri oporteret, quo obſeruationes microſcopicae non mediocriter turbantur. Malo ergo, numero μ maiores valores tribuendo, adhuc quasdam hypotheſes adiungere, vnde deinceps quouis caſu conſtructiones huiusmodi microſcopiorum peti queant.

VII. Hypotheſis $\mu = 45$ et $m = \frac{360}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$;	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{1}{22} Aa$;	$QQ = \frac{1}{44} Aa$	$BC = \frac{1}{21} Aa$
$r = \frac{115 v \cdot}{345 v + 4 Aa \cdot} \frac{Aa}{7}$;	$RR = \frac{2}{21} x$	$CD = \frac{46}{21} v$
$s = \frac{46}{22} v = \frac{23}{11} v$;	$SS = \frac{23}{22} v$	$DE = v$
$t = \frac{45}{22} v$;	$TT = \frac{45}{44} v$	$EF = v$
$v = v$;	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{22}{49} v$

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{44} a$.

VIII.

VIII. Hypotheſis $\mu = 63$, et $m = \frac{504}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{\mathrm{A}a}{1+\mathrm{A}}$	$PP = 2x$	$AB = \mathrm{A}a$
$q = \frac{1}{31}\mathrm{A}a$	$QQ = \frac{1}{62}\mathrm{A}a$	$BC = \frac{1}{33}\mathrm{A}a$
$r = \frac{448v}{1344v + 11\mathrm{A}a} \cdot \frac{\mathrm{A}a}{5}$	$RR = \frac{1}{15}x$	$CD = \frac{32}{15}v$
$s = \frac{64}{31}v$	$SS = \frac{32}{31}v$	$DE = v$
$t = \frac{63}{31}v$	$TT = \frac{63}{62}v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2}v$	$FO = \frac{31}{63}v$

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{62}a$.

IX. Hypotheſis $\mu = 99$ et $m = \frac{792}{a}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{\mathrm{A}a}{1+\mathrm{A}}$	$PP = 2x$	$AB = \mathrm{A}a$
$q = \frac{1}{49}\mathrm{A}a$	$QQ = \frac{1}{98}\mathrm{A}a$	$BC = \frac{1}{48}\mathrm{A}a$
$r = \frac{2475v}{3393v + 17\mathrm{A}a} \cdot \frac{\mathrm{A}a}{4}$	$RR = \frac{1}{24}x$	$CD = \frac{25}{12}v$
$s = \frac{100}{49}v$	$SS = \frac{50}{49}v$	$DE = v$
$t = \frac{99}{49}v$	$TT = \frac{99}{98}v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2}v$	$FO = \frac{49}{99}v$.

Diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{98}a$.

21. Hypotheſes iſtae inde ſunt natae, quod poſuimus $QQ = \frac{1}{2}q$ operae igitur pretium erit alios caſus euoluere. Hunc in finem ponamus in genere $m = \frac{\mu l}{a} = \frac{8\mu}{a}$, et determinationes erunt:

$p = \frac{\mathfrak{A}a}{1+\mathfrak{A}}$	$PP = 2x$	$AB = \mathrm{A}a$
$q = \frac{\mathrm{A}a}{1+n}$.	$QQ = \frac{3\mathrm{A}a}{2(\mu+n)}$	$BC = \frac{\mathrm{A}a}{n}$
$r = \frac{\mathfrak{C}}{1+\mathfrak{C}} \cdot \frac{\mathrm{A}a}{n}$	$RR = \frac{2x}{n}$	$CD = \frac{2(2\mu-n)}{3n}v$
$s = \frac{2(2\mu-n)}{\mu+n}v$	$SS = \frac{1}{2}s$	$DE = v$
$t = \frac{3\mu}{\mu+n}v$	$TT = \frac{1}{2}t$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2}v$	$FO = \frac{\mu+n}{3\mu}v$

et diameter campi conſpicui $= \frac{3a}{2(\mu+n)}$ exiſtente $\mathfrak{C} = \frac{4\mu-2n}{3\mu-3n} \cdot \frac{\mu v}{\mathrm{A}a}$. Sumamus iam eſſe $QQ = \frac{1}{3}q$, erit $n = \frac{2\mu-9}{7}$, hinque $\mathfrak{C} = \frac{8\mu+12}{5\mu+9} \cdot \frac{\mu v}{\mathrm{A}a}$, et habebimus

Diſtantias focales	Aperturas	Interualla
$p = \frac{\mathfrak{A}a}{1+\mathfrak{A}}$	$PP = 2x$	$AB = \mathrm{A}a$
$q = \frac{7\mathrm{A}a}{2(\mu-1)}$	$QQ = \frac{7\mathrm{A}a}{6(\mu-1)}$	$BC = \frac{7}{2\mu-9}\mathrm{A}a$
$r = \frac{\mathfrak{C}}{1+\mathfrak{C}} \cdot \frac{2\mathrm{A}a}{2\mu-9}$	$RR = \frac{14x}{2\mu-9}$	$CD = \frac{2(4\mu+3)}{2\mu-9}v$
$s = \frac{2(4\mu+3)}{3(\mu-1)}v$	$SS = \frac{4\mu+3}{3(\mu-1)}v$	$DE = v$
$t = \frac{7\mu}{3(\mu-1)}v$	$TT = \frac{7\mu}{6(\mu-1)}v$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2}v$	$FO = \frac{2(\mu-1)}{7\mu}v$

et diameter ſpatii conſpicui $= \frac{7a}{6(\mu-1)}$, quae vtique maior eſt, quam ante.

22. Cum hoc augmentum in maximis multiplicationibus maximi ſit momenti, vt id vlterius augeamus, ſumamus $QQ = \frac{1}{4}q$, fietque $n = \frac{\mu-6}{5}$, et $\mathfrak{C} = \frac{3\mu+2}{2\mu+3} \cdot \frac{\mu v}{\mathrm{A}a}$; vnde prodit diameter campi conſpicui $= \frac{5a}{4(\mu-1)}$, quae ſe habet ad praecedentem, vt 15 : 14 cum vero vlteriora augmenta ſint valde parua,

parua, ſiquidem vltra $\frac{5a}{4\mu}$ progredi non licet, hic ſubſiſtamus, erunt ergo

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{Aa}{1+A}$	$PP = 2x$	$AB = Aa$
$q = \frac{5Aa}{\mu-1}$	$QQ = \frac{5Aa}{4(\mu-1)}$	$BC = \frac{5Aa}{\mu-6}$
$r = \frac{C}{1+C} \cdot \frac{5Aa}{\mu-6}$	$RR = \frac{10x}{\mu-6}$	$CD = \frac{2(3\mu+2)}{\mu-6} v$
$s = \frac{3\mu+2}{\mu-1} v$	$SS = \frac{1}{2} s$	$DE = v$
$t = \frac{\mu}{2(\mu-1)} v$	$TT = \frac{1}{2} t$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{2(\mu-1)}{5\mu} v.$

23. Ad maximas multiplicationes haec conſtructio multo magis idonea videtur, quam praecedens. Sumamus exempli cauſa $\mu = 51$, erit $C = \frac{31}{25} \frac{51 v}{Aa}$, et multiplicatio $m = \frac{405}{a}$. Sit porro $a = \frac{1}{10}$; et $Aa = 5$, ideoque $A = 50$, et $v = \frac{1}{2}$ vnde oritur:

Microſcopium quater millies multiplicans ita determinatum.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{5}{51} = 0,098$	$PP = 2x$	$AB = 5 = 5,000$
$q = \frac{1}{2} = 0,500$	$QQ = 0,125$	$BC = \frac{5}{9} = 0,555$
$r = \frac{527}{597} \cdot \frac{5}{9} = 0,490$	$RR = \frac{2}{9} x$	$CD = \frac{31}{9} = 3,444$
$s = \frac{155}{100} = 1,550$	$SS = 0,775$	$DE = \frac{1}{2} = 0,500$
$t = \frac{51}{40} = 1,275$	$TT = 0,638$	$EF = \frac{1}{2} = 0,500$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = 0,250$	$FO = \frac{10}{51} = 0,196$

 et

et diameter ſpatii conſpicui $= \frac{1}{403}$ dig. Si lens duplicata adhibeatur, vt capi poſſit $x = \frac{1}{2}$, $p = \frac{1}{25}$, ob $y = \frac{x}{\mu} = \frac{1}{170,20}$ crit claritas $= \frac{1}{228,5}$; quae adhuc ſatis eſt notabilis. Longitudo autem totius inſtrumenti eſt 10, 196 dig.

vnde patet hoc microſcopium ſatis fore commodum pro inſigni, quam praeſtat, multiplicatione.

24. Infinitae vero inſuper aliae formae huiusmodi microſcopiorum pro varia numerorum A et n determinatione exhiberi poſſunt, atque dignitas argumenti omnino exigere videtur, vt quasdam ad praxin prae ceteris accommodatas in medium afferamus. Formulas igitur generales § 21. ex poſitione $m = \frac{\mu l}{a} = \frac{n\,u}{a}$ natas perpendens quoniam vidi ad inſignes multiplicationes producendas numero n maiores valores tribui conuenire; duo incommoda potiſſimum euitari debere videntur, alterum ne diſtantia focalis q nimis fiat exigua, alterum ne longitudo inſtrumenti nimis fiat magna. Cum igitur diſtantia focalis v iam tam parua accipiatur, quam circumſtantiae permittunt, primum pono $Aa = nv$, ſeu $A = \frac{nv}{a}$, vt fiat $q = \frac{n}{1+n} v$, et $BC = v$. Deinde quia iam longitudo inſtrumenti potiſſimum a binis interuallis AB et CD pendet, inter haec certam ſtatuam relationem vel aequalitatis vel inaequalitatis, ac tum facile erit iudicare, quaenam pro qualibet multiplicatione ſit maxime idonea.

25. Cum

25. Cum igitur ſit $Aa = nv$, et multiplicatio $m = \frac{8\mu}{a}$; ſit primo $CD = AB$, ſeu $nv = \frac{2(2\mu - n)}{3n} v$, eritque $\mu = \frac{n(3n+2)}{4}$ et $C = \frac{n(3n+2)}{3n-2}$, quibus valoribus ſubſtitutis fiet.

I. Multiplicatio $m = \frac{2n(3n+2)}{a}$. II. Diam. ſpatii viſi $= \frac{2a}{n(n+2)}$. III. Claritas $= \frac{400xx}{\mu\mu} = \frac{25600xx}{mmaa} = \frac{6400xx}{nn(3n+2)}$, ac praeterea

$p = \frac{nav}{a+nv}$	$PP = 2x$	$AB = nv$
$q = \frac{nv}{1+n}$	$QQ = \frac{2v}{n+2}$	$BC = v$
$r = \frac{n(3n+2)}{(n+2)(3n-1)} v$	$RR = \frac{2x}{n}$	$CD = nv$
$s = \frac{4n}{n+2} v$	$SS = \frac{1}{2} s$	$DE = v$
$t = \frac{3n+2}{n+2} v$	$TT = \frac{1}{2} t$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{n+2}{3n+2} v$

At vt fiet $QQ < \frac{1}{2} q$ eſſe debet $n > 1 + \sqrt{5}$ ſeu $n > \frac{13}{4}$.

26. Sin autem manente $Aa = nv$ faciamus $CD = 2AB = 2nv$, erit $\mu = \frac{n(3n+1)}{2}$ et $C = \frac{2n(3n+1)}{3n-1}$, vnde ſequens prodit microſcopiorum forma.

I. Multipl. $m = \frac{4n(3n+1)}{a}$. II. Diam. ſpatii viſi $= \frac{a}{n(n+1)}$. III. Claritas $= \frac{1600xx}{nn(3n+1)^2}$, ac praeterea

$p = \frac{nav}{a+nv}$	$PP = 2x$	$AB = nv$
$q = \frac{nv}{n+1}$	$QQ = \frac{v}{n+1}$	$BC = v$
$r = \frac{2n(3n+1)}{(n+1)(6n-1)} v$	$RR = \frac{2x}{n}$	$CD = 2nv$
$s = \frac{4n}{n+1} v$	$SS = \frac{1}{2} s$	$DE = v$
$t = \frac{3n+1}{n+1} v$	$TT = \frac{1}{2} t$	$EF = v$
$v = v$	$VV = \frac{1}{2} v$	$FO = \frac{n+1}{3n+1} v$

vbi

vbi ſumi debet $n > 2$ vt fiat $QQ < \frac{1}{3}q$. Hacc forma praecedenti anteſerenda videtur, quod iisdem numeris n maiores multiplicationes producat.

27. Sumamus ergo vt hactenus $v = \frac{1}{2}$ dig. et pro variis valoribus numeri n ſequentes conſtituamus microscopiorum formas, in quibus ſi lens obiectiua duplicata conficiatur, vt ſumi poſſit $x = \frac{5}{25}a$, erit claritas $= \frac{36aa}{nn(3n+1)^2}$.

I. *Forma Microſcopiorum* $n = 2$.

Multiplicatio $m = \frac{56}{a}$; Diam. ſpatii viſi $= \frac{e}{8}$; Claritas $= \frac{9aa}{49}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{a}{1+a}$	$PP = \frac{32}{15}$	$AB = 1$
$q = \frac{1}{3} = 0,333$	$QQ = 0,167$	$BC = \frac{1}{2}$
$r = \frac{14}{33} = 0,424$	$RR = \frac{32}{25}$	$CD = 2$
$s = \frac{4}{3} = 1,333$	$SS = 0,667$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{7}{6} = 1,167$	$TT = 0,583$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = 0,250$	$FO = \frac{5}{14}$

hinc tota longitudo microſcopii $AO = 4\frac{5}{7}$ dig.

Si minores lentes oculares non admittamus quam $a = \frac{1}{15}$ dig. neque maiores quam $a = \frac{1}{2}$ hacc forma a multiplicatione $m = 112$ vsque ad $m = 560$ vſurpari poteſt.

II. *Forma*

II. *Forma microſcopiorum* $n = 3$.

Mult. $m = \frac{120}{a}$; Diam. ſpatii viſi $= \frac{a}{12}$; Claritas $= \frac{aa}{25}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{3a}{3+2a}$	$PP = \frac{3a}{10}$	$AB = 1\frac{1}{2}$
$q = \frac{3}{8} = 0,375$	$QQ = 0,125$	$BC = \frac{1}{2}$
$r = \frac{15}{34} = 0,441$	$RR = \frac{a}{10}$	$CD = 3$
$s = \frac{3}{2} = 1,500$	$SS = 0,750$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{5}{4} = 1,250$	$TT = 0,625$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$.	$VV = 0,250$	$FO = \frac{1}{5}$

Hinc tota longitudo $AO = 6\frac{1}{5}$ dig.

Limites huius formae in multiplicando ſunt $m = 240$ et $m = 1200$.

III. *Forma microſcopiorum* $n = 4$.

Mult. $m = \frac{208}{a}$; Diam. ſpatii viſi $= \frac{a}{20}$; et Clar. $= \frac{9aa}{676}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{2a}{2+a}$	$PP = \frac{3a}{10}$	$AB = 2$
$q = \frac{2}{5} = 0,400$	$QQ = 0,100$	$BC = \frac{1}{2}$
$r = \frac{52}{115} = 0,452$	$RR = \frac{3a}{40}$	$CD = 4$
$s = \frac{8}{5} = 1,600$	$SS = 0,800$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{13}{10} = 1,300$	$TT = 0,650$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = 0,250$	$FO = \frac{5}{26}$.

Hinc tota longitudo $AO = 7\frac{9}{13}$ dig.

Sumta diſtantia focali $a = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio prodit $m = 416$. at ſumta $a = \frac{1}{10}$ dig. erit multiplicatio $m = 2080$.

Sicque hoc tam modico inſtrumento multiplicatio vltra bis millies extendi poteſt.

IV. *Forma microſcopiorum* $n = 5$.

Mult. $m = \frac{320}{a}$; Diam. ſpatii viſi $= \frac{a}{75}$; et Clar. $= \frac{9aa}{1653}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{5a}{5 + 2a}$	$PP = \frac{3a}{10}$	$AB = 2\frac{1}{2}$
$q = \frac{5}{12} = 0,417$	$QQ = 0,083$	$BC = \frac{1}{2}$
$r = \frac{40}{87} = 0,460$	$RR = \frac{3a}{50}$	$CD = 5$
$s = \frac{5}{3} = 1,667$	$SS = 0,833$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{4}{3} = 1,333$	$TT = 0,667$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = 0,250$	$FO = \frac{3}{16}$

Hinc tota longitudo $AO = 9\frac{3}{16}$ dig.

Hic ergo ſi ſumatur $a = \frac{1}{2}$ dig. habebitur multiplicatio $m = 640$, ſin autem capiatur $a = \frac{1}{10}$ dig. prodit multiplicatio $m = 3200$.

V. *Forma microſcopiorum* $n = 6$.

Mult. $m = \frac{456}{a}$; Diam. ſpatii viſi $= \frac{a}{42}$; et Clar. $= \frac{aa}{361}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{3a}{3 + a}$	$PP = \frac{3a}{10}$	$AB = 3$
$q = \frac{3}{7} = 0,429$	$QQ = 0,071$	$BC = \frac{1}{2}$
$r = \frac{114}{245} = 0,465$	$RR = \frac{a}{20}$	$CD = 6$
$s = \frac{12}{7} = 1,714$	$SS = 0,857$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{19}{14} = 1,357$	$TT = 0,679$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = 0,250$	$FO = \frac{7}{38}$

Hinc tota longitudo $AO = 10\frac{13}{19}$ dig.

Hic

Hic ergo ſi ſumatur $a=\frac{1}{2}$ dig. multiplicatio erit $m=912$, ſin autem capiatur $a=\frac{1}{10}$, multiplicatio erit $m=4560$.

VI. *Forma microſcopiorum* $n=7$.

Mult. $m=\frac{616}{a}$; Diam. ſpatii viſi $=\frac{a}{55}$; Clarit. $=\frac{9aa}{5929}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p=\frac{7a}{7+2a}$	$PP=\frac{3a}{10}$	$AB=3\frac{1}{2}$
$q=\frac{7}{16}=0,437\frac{1}{2}$	$QQ=0,062\frac{1}{2}$	$BC=\frac{1}{2}$
$r=\frac{77}{164}=0,470$	$RR=\frac{3a}{70}$	$CD=7$
$s=\frac{7}{4}=1,750$	$SS=0,875$	$DE=\frac{1}{2}$
$t=\frac{11}{8}=1,375$	$TT=0,688$	$EF=\frac{1}{2}$
$v=\frac{1}{2}=0,500$	$VV=0,250$	$FO=\frac{2}{11}$

Hinc tota longitudo $AO=12\frac{2}{11}$ dig.

Sumta ergo diſtantia obiecti ante inſtrumentum $a=\frac{1}{2}$ dig. multiplicatio obtinebitur $m=1232$; at ſi ſumatur $a=\frac{1}{10}$ dig. multiplicatio prodit $m=6160$.

VI. *Forma microſcopiorum* $n=8$.

Mult. $m=\frac{800}{a}$; Diam. ſpatii viſi $=\frac{a}{72}$; et Clar. $=\frac{9aa}{10000}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p=\frac{4a}{4+a}$	$PP=\frac{3a}{10}$	$AB=4$
$q=\frac{4}{9}=0,444$	$QQ=0,056$	$BC=\frac{1}{2}$
$r=\frac{200}{423}=0,473$	$RR=\frac{3a}{85}$	$CD=8$
$s=\frac{16}{9}=1,778$	$SS=0,889$	$DE=\frac{1}{2}$
$t=\frac{25}{18}=1,389$	$TT=0,695$	$EF=\frac{1}{2}$
$v=\frac{1}{2}=0,500$	$VV=0,250$	$FO=\frac{9}{50}$

Hinc tota longitudo $AO=13\frac{17}{25}$ dig.

 Poſita

Poſita hic diſtantia obiecti ante inſtrumentum $a = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio prodit $m = 1600$, at facta hac diſtantia $a = \frac{1}{10}$ dig. multiplicatio obtinebitur $m = 8000$.

VII. *Forma microſcopiorum* $n = 10$.

Mult. $m = \frac{1240}{a}$; Diam. ſpatii viſi $= \frac{a}{110}$; et Clar. $= \frac{9aa}{24525}$.

Diſtantiae focales	Aperturae	Interualla
$p = \frac{5a}{5+a}$	$PP = \frac{3a}{10}$	$AB = 5$
$q = \frac{5}{11} = 0,455$	$QQ = 0,046$	$BC = \frac{1}{2}$
$r = \frac{310}{649} = 0,477$	$RR = \frac{3a}{100}$	$CD = 10$
$s = \frac{20}{11} = 1,819$	$SS = 0,910$	$DE = \frac{1}{2}$
$t = \frac{31}{22} = 1,409$	$TT = 0,705$	$EF = \frac{1}{2}$
$v = \frac{1}{2} = 0,500$	$VV = 0,250$	$FO = \frac{11}{62}$

Hinc tota longitudo $AO = 16\frac{21}{31}$ dig.

Quodſi diſtantia obiecti ante inſtrumentum ſtatuatur $a = \frac{1}{2}$ dig. multiplicatio oritur $m = 2480$, ſin autem capiatur $a = \frac{1}{10}$ multiplicatio adeo erit $m = 12400$, quousque certe vulgaribus microscopiis nunquam pervenire licet.

28. Hae poſteriores formae nobis inſuper hoc inſigne commodum praeſtant, quod lente obiectiua modicae magnitudinis praegrandes multiplicationes obtineri queant, veluti in forma poſtrema ſi ſumatur diſtantia a vnius digiti, multiplicatio oritur $m = 1240$; atque in tanta diſtantia minimae inaequali-

qualitates in ſuperficie obiecti viſionem minime turbabunt. In quo non dubito his microſcopiis maximam praeſtantiam prae vulgaribus adſcribere. Huiusmodi microſcopii formam refert figura ſecunda, Tab. III. Fig. 2. vbi binae lentes B et C multo ſunt minores lente obiectiua, ſimulque minima apertura ambae ſunt praeditae.

Inſignis ergo hic ab artifice requiritur ſollertia, vt hae lentes exactiſſime in axe debitisque locis collocentur, ne radii per lentem obiectiuam intromiſſi has minimas aperturas praetergrediantur.

29. Plurimum autem intererit hic ab artifice in hoc elaborari, vt lentes obiectiuas modo ſupra indicato ex binis lentibus parare addiscat, quandoquidem hoc modo ob confuſionem euaneſcentem ipſis multo maiorem aperturam tribuere licet; vnde claritatis gradus vehementer augebitur. Hunc in finem hic ſubiungo ſequentem tabulam, quae pro quauis diſtantia focali p compoſitionem lentis obiectivae oſtendit.

Tabula pro conſtructione lentis obiectiuae duplicatae.

Diſt. foci propoſita *p*	Lentis prioris A radii facierum anterioris conuexae	Lentis prioris A radii facierum poſterioris concauae	Lentis alterius A′ radii facierum antierioris conuexae	Lentis alterius A′ radii facierum poſterioris conuexae	Interualla inter binas has lentes.
1, 00	1, 0286	0, 6292	2, 1404	0, 7222	0, 250
0, 95	0, 9772	0, 5977	2, 0334	0, 6861	0, 237
0, 90	0, 9258	0, 5662	1, 9264	0, 6500	0, 225
0, 85	0, 8744	0, 5348	1, 8194	0, 6169	0, 212
0, 80	0, 8230	0, 5034	1, 7124	0, 5808	0, 200
0, 75	0, 7715	0, 4719	1, 6053	0, 5417	0, 187
0, 70	0, 7201	0, 4405	1, 4983	0, 5056	0, 175
0, 65	0, 6687	0, 4090	1, 3913	0, 4695	0, 162
0, 60	0, 6173	0, 3776	1, 2842	0, 4334	0, 150
0, 55	0, 5658	0, 3461	1, 1772	0, 3973	0, 137
0, 50	0, 5143	0, 3146	1, 0702	0, 3611	0, 125
0, 45	0, 4629	0, 2831	0, 9632	0, 3250	0, 112
0, 40	0, 4115	0, 2517	0, 8562	0, 2904	0, 100
0, 35	0, 3601	0, 2203	0, 7492	0, 2528	0, 087
0, 30	0, 3086	0, 1888	0, 6421	0, 2167	0, 075
0, 25	0, 2571	0, 1573	0, 5351	0, 1806	0, 062
0, 20	0, 2057	0, 1259	0, 4281	0, 1452	0, 050
0, 15	0, 1543	0, 0944	0, 3211	0, 1083	0, 037
0, 10	0, 1029	0, 0629	0, 2140	0, 0722	0, 025
0, 05	0, 0514	0, 0315	0, 1070	0, 0361	0, 012

30.

30. Si plures huiusmodi lentes duplicatae comparentur, iis omnibus in ſingulis formis vti licebit, vnde plures multiplicationis gradus obtinebuntur. Si quis autem omnis generis obſeruationes inſtituere voluerit, vnica forma, qua reliquae lentes continentur, vix ſufficiet, ſed conſultum erit cum duabus ad minimum huiusmodi formis eſſe inſtructum veluti quarta vel tertia ac ſeptima; tum ſi ternae lentes obiectiuae praeſto ſint, ſingulis ſucceſſiue in ambabus formis vti poterit, quo pacto ſufficientem varietatem in multiplicatione conſequetur; obiectiuae autem lentes ad diſtantias focales 1, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{9}$ digiti inſtructae fortaſſe ad hunc ſcopum maxime erunt idoneae. Imprimis autem totum negotium a felici ſucceſſu in conſtructione huiusmodi microſcopiorum pendet, in quo vtique ſumma cura et ſollertia artificis requiritur.

DE

DE TELESCOPIIS QVATVOR LENTIBVS INSTRVCTIS EORVMQVE PERFECTIONE.

Auctore

L. EVLERO.

1.

Cum teleſcopia vulgaria binis lentibus, altera conuexa altera concaua, inſtructa hoc incommodo laborent, quod campum nimis arctum oſtendant, neque ad maiores multiplicationes extendi queant; teleſcopia autem aſtronomica, binis lentibus conuexis inſtructa, in ſitu inuerſo obiecta exhibeant, quo contemplatio obiectorum terreſtrium non mediocriter perturbatur; vt huic dupl ci incommodo occurratur, teleſcopia ex quatuor lentibus conuexis componere coeperunt. Tubo ſcilicet aſtronomico adiunxerunt inſuper binas lentes conuexas, quibus repraeſentatio inuerſa noua inuerſione erecta redderetur. Primo quidem has nouas lentes adiectas inter ſe aequales fecerunt, tum vero inaequalitatem admittendo animaduerterunt, campum conſpicuum aliquantum augeri, atque adeo confuſionem colorum iridis imminui poſſe, quo pacto hoc teleſcopiorum genus haud mediocriter eſt perfectum.

2. Nu-

2. Nuper autem in Anglia his teleſcopiis ex quatuor lentibus compoſitis quintam lentem atque adeo mox ſextam adiecerunt, hacque lentium multiplicatione inſignia commoda obtineri poſſe animadverterunt, dum non ſolum campus conſpicuus multo magis ampliari, ſed etiam repraeſentatio a coloribus iridis penitus liberari poterat. Cum autem ſola experientia ducti hunc perfectionis gradum ſint adepti, neque vlla Theoria in ſubſidium vocata videatur, nullum eſt dubium, quin haec eadem commoda beneficio Theoriae augeri, atque adeo ad maximum gradum, quem quidem natura admittit, euehi queant.

3. Veram autem Theoriam, cui omnium inſtrumentorum dioptricorum tam teleſcopiorum quam Microſcopiorum conſtructio innititur, in XIII. Volumine Actorum Academiae Regiae Boruſſicae equidem mihi tradidiſſe videor, vnde omnia, quae ad horum inſtrumentorum perfectionem ſpectant, hauriri debere videntur. Quanta igitur incrementa hinc tam pro quatuor lentibus, quam iis inſuper quintam ac ſextam adiiciendo, aſſequi liceat, hic diligentius inueſtigare conſtitui. In quo negotio ne in nimis longas ambages incidam, ex loco allegato ſubſidia, quae tam ad campum amplificandum, quam ad colores iridis tollendos faciunt, depromam, neque principiis, quibus innituntur, commemorandis immorabor. De lente etiam obiectiua perficienda hic non ero ſollicitus, cum iam ſaepius docuerim, quo-

 modo

modo eius duplicatione vel etiam triplicatione conſuſio ab eius apertura oriunda non ſolum imminui, ſed etiam ad nihilum redigi debeat.

De Teleſcopiis quatuor lentibus inſtructis.

Tab. III. Fig. 3. 4. 4. Quatuor lentibus ſuper communi axe in A, B, C, D conſtitutis, ante omnia ad binas imagines eſt reſpiciendum, quarum altera in foco lentis obiectiuae A, qui ſit in α, eſt ſita, atque inuerſa, altera autem in γ focum lentis ocularis D cadere debet, eaque vt eſt erecta, oculo in O poſito obiecta ſitu erecto ſpectanda offert. Binae igitur lentes mediae B et C imaginem ex α in γ transferre debent, ac vulgo quidem eae ita conſtitui ſolent, vt lens B focum ſuum in puncto α habens, radios parallelos ad lentem C mittat, quae deinde eos in γ iterum colligat, ita vt huius lentis focus in γ incidat.

Fig. 3. 5. Idem autem effectus praeterea duplici modo obtineri poteſt. Primo enim ſi interuallum $B\alpha$ minus ſit, quam diſtantia foci lentis B, haec imaginem antrorſum proiiciet in β, vnde lens C eam demum colliget in γ. Hoc caſu in denominationibus a me vſitatis erit numerus $B = \frac{-B\beta}{B\alpha}$, quem propterea ponam $B = \frac{-b}{b-1}$ exiſtente $b > 1$, vt ſit $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1} = b$; deinde pro lente C erit numerus $C = \frac{C\gamma}{C\beta} = \frac{c}{1-c}$ exiſtente $c < 1$, vt ſit $\mathfrak{C} = \frac{C}{1+C} = c$; vbi

vbi notandum in caſu vulgari fieri $b=1$ et $c=0$.

Secundus caſus eſt, quo interuallum $B\alpha$ ſuperat diſtantiam foci lentis B, tum iſta lens imaginem ex α retrorſum proiicit in $\mathfrak{b}$, vnde lens C eam reducit in γ. Hoc ergo caſu ob numerum $B = \frac{+B\mathfrak{b}}{B\alpha}$ ponam $B = \frac{b}{1-b}$ exiſtente $b < 1$, vt ſit $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1} = b$ et pro lente C ponam numerum $C = \frac{-C\gamma}{C\mathfrak{b}} = \frac{-c}{1+c}$ vt ſit $\mathfrak{C} = -c$ vnde iterum caſus vulgaris reſultat ſi $b=1$ et $c=0$; poſterior autem ex priori oritur ſumendo c negatiuum. Tab. III. Fig. 4.

6. Sit nunc diſtantia foci lentis obiectiuae $p=\alpha$; lentis $B=p'$, lentis $C=p''$ et lentis $D=p'''$; ac ſemidiametri aperturae harum trium poſteriorum lentium ſtatuantur $\theta' p'$; $\theta'' p''$ et $\theta''' p'''$. Tum poſita multiplicationis ratione $m:1$ et ſemidiametro campi apparentis $=\Phi$, habemus ſtatim $\theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi = -m\Phi$ ideoque $\Phi = \frac{-\theta''' - \theta'' - \theta'}{m-1}$. Deinde ob

$$B = \frac{-b}{b-1};\ \mathfrak{B} = b;\ C = \frac{c}{1-c};\ \mathfrak{C} = c;\ D = \infty \text{ et } \mathfrak{D} = 1$$

ponamus porro:

$$\Pi' = b\theta' - \Phi;\ \Pi'' = c\theta'' + \theta' - \Phi;\ \Pi''' = \theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi$$

eruntque diſtantiae focales lentium:

$$p' = \frac{b\Phi}{\Pi'}\alpha;\ p'' = \frac{bc}{b-1}\cdot\frac{\Phi}{\Pi''}\alpha;\ p''' = \frac{-bc}{(b-1)(1-c)}\cdot\frac{\Phi}{\Pi'''}\alpha$$

et interualla lentium:

$$AB = \frac{b\theta'}{\Pi'}\alpha;\quad BC = \frac{-b}{b-1}\cdot\frac{\Phi(c\theta'' - (b-1)\theta')}{(b\theta' - \Phi)(c\theta'' + \theta' - \Phi)}\alpha;$$

$$CD = \frac{-bc}{(b-1)(1-c)}\cdot\frac{\Phi(-\theta''' + (c-1)\theta'')}{\Pi''\Pi'''}\alpha$$ et pro loco oculis $$\frac{\theta''' p'''}{\Pi'''} = DO.$$

7. Cum haec interualla eſſe debeant poſitiua et $AB > \alpha$ patet primo tam θ' quam Π' poſitiua eſſe debere. Deinde vt campum apparentem quam maximum reddamus, ſtatuamus $\theta' = q\omega$, $\theta'' = -\omega$, et $\theta''' = -\omega$, ita vt ſit $q < 1$, et $\Phi = \frac{2-q}{m-1}\omega$, vbi ſi hae lentes ſunt aeque conuexae vtrinque, ſumi poteſt $\omega = \frac{1}{4}$. Sit quoque breuitatis gratia $\Phi = M\omega$ ſeu $M = \frac{2-q}{m-1}$, et ob

$$\Pi' = (bq - M)\omega;\quad \Pi'' = (-c + q - M)\omega;\quad \Pi''' = -(2 - q + M)\omega$$

habebimus:

$$p' = \frac{bM}{bq - M}\alpha;\quad p'' = \frac{bc}{b-1}\cdot\frac{M}{q - c - M}\alpha;\quad p''' = \frac{bc}{(b-1)(1-c)}\cdot\frac{M}{2 - q + M}\alpha$$

$$AB = \frac{bq}{bq - M}\alpha;\quad BC = \frac{b((b-1)q + c)M}{(b-1)(bq - M)(q - c - M)}\alpha;\quad CD = \frac{bc(2-c)M}{(b-1)(1-c)(q-c-M)(2-q+M)}\alpha$$

et pro loco oculi $DO = \frac{1}{2 - q + M}p'''$. Vbi notandum eſt ſi $b > 1$, litteram c capi debere poſitiue, negatiue vero ſi $b < 1$.

8. His praemiſſis, quibus campo iam maximam amplitudinem conciliauimus, dummodo fractio q tam exigua accipiatur, quam reliquae circumſtantiae permittunt, conſideremus conditionem, quam

quam deſtructio colorum iridis poſtulat, in hac aequatione contentam:

$$\frac{\theta'}{n'} + \frac{\theta''}{n''} + \frac{\theta'''}{n'''} = 0 \text{ ſeu } \frac{q}{bq - M} - \frac{1}{q - c - M} + \frac{1}{2 - q + M} = 0$$

ideoque $\frac{q}{bq - M} = \frac{2 - 2q + c + 2M}{(q - c - M)(2 - q + M)}$, vnde inuenitur

$$b = \frac{M}{q} + \frac{(q - c - M)(2 - q + M)}{2 - 2q + c + 2M} = \frac{(2 - q)MM + (1 - q)(2 - 2q + c)M + (2 - q)q(q - c)}{q(2 - 2q + c + 2M)}$$

quem valorem oportet eſſe maiorem vnitate, ſi quidem c poſitiue accipiatur. Euidens autem eſt fractionem q notabiliter maiorem capi debere, quam $c + M$, quia alioquin fractio $\frac{1}{q - c - M}$ fieret nimis magna, vnde etiam fractio $\frac{q}{bq - M}$ ac propterea interuallum AB enormiter augeretur.

9. Ne igitur hoc eueniat, atque vt ob minutam fractionem q etiam campus amplietur, conueniet fractioni c valorem tribui negatiuum ſimulque ſumi $b < 1$, ex quo formulae noſtrae erunt: Fig. 4.

$$p' = \frac{bM}{bq - M}\alpha; \quad p'' = \frac{bc}{1 - b} \cdot \frac{M}{q + c - M}\alpha; \quad p''' = \frac{bc}{(1 - b)(1 + c)} \cdot \frac{M}{2 - q + M} \cdot \alpha$$

$$AB = \frac{bq}{bq - M}\alpha; \quad BC = \frac{b((1 - b)q + c)M}{(1 - b)(bq - M)(q + c - M)}\alpha; \quad CD = \frac{bc(2 + c)M}{(1 - b)(1 + c)(q + c - M)(2 - q + M)}\alpha$$

et pro loco oculi $DO = \frac{1}{2 - q + M} \cdot p'''$. At vt iridis colores euaneſcant, fieri debet $b = \frac{M}{q} + \frac{(q + c - M)(2 - q + M)}{2 - 2q - c + 2M}$, quem valorem vnitate minorem eſſe oportet, quod in aſſumtione numeri c probe eſt obſeruandum; ſimul vero etiam vt $bq - M$ poſitiuum prodeat, quorum vtrumque poſtulat, vt c notabiliter minus quam $2 - 2q + 2M$ accipiatur. Interim tamen ob $b < 1$ ſumi oportet $q > M$, quod ob M fractionem

eo minorem, quo maior eſt multiplicatio, non impediet, quo minus campus apparens Φ ſatis probe ad $\frac{2\omega}{m-1}$ accedat, dum caſu vulgari q maius ſemiſſi vnitatis accipi debeat.

10. Statuamus ergo $q = n\mathrm{M}$, vt ſit $n > 1$, eritque

$$p' = \frac{b}{bn-1}\alpha;\; p'' = \frac{bc}{1-b}\cdot\frac{\mathrm{M}}{c+(n-1)\mathrm{M}}\alpha;\; p''' = \frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{\mathrm{M}}{2-(n-1)\mathrm{M}}\alpha$$

$$\mathrm{AB} = \frac{bn}{bn-1}\alpha,\; \mathrm{BC} = \frac{b(c+(1-b)n\mathrm{M})}{(1-b)(bn-1)(c+(n-1)\mathrm{M})}\alpha;\; \mathrm{CD} = \frac{bc(2+c)\mathrm{M}}{(1-b)(1+c)(c+(n-1)\mathrm{M})(2-(n-1)\mathrm{M})}\alpha$$

et $\mathrm{DO} = \frac{1}{2-(n-1)\mathrm{M}}\cdot p'''$. Tum vero ob $\mathrm{M} = \frac{2-n\mathrm{M}}{m-1}$ erit $\mathrm{M} = \frac{2}{m+n-1}$ et $\Phi = \frac{2}{m+n-1}\omega$; et colorum deſtructio praebet:

$b = \frac{1}{n} + \frac{(c+(n-1)\mathrm{M})(2-(n-1)\mathrm{M})}{2-c-2(n-1)\mathrm{M}}$, vnde cum eſſe debeat $b < 1$ erit $\frac{(c+(n-1)\mathrm{M})(2-(n-1)\mathrm{M})}{2-c-2(n-1)\mathrm{M}} < \frac{n-1}{n}$ hincque

$$c\left(\frac{3n-1}{n} - (n-1)\mathrm{M}\right) < \frac{2(n-1)}{n} - \frac{2(n-1)(2n-1)}{n}\mathrm{M} + (n-1)^2\mathrm{MM}.$$

Ergo quia M eſt fractio valde parua erit $c < \frac{2(n-1)}{3n-1}$ et propius $c < \frac{2(n-1)}{3n-1} - \frac{2(n-1)(5nn-4n+1)}{(3n-1)^2}\mathrm{M}$.

11. *Exemplum I.* Sit $n = 2$, hincque $\mathrm{M} = \frac{2}{m+1}$ et $\Phi = \frac{2\omega}{m+1}$, atque capiatur $c = \frac{1}{4}$, fiet $b = \frac{1}{2} + \frac{2+7\mathrm{M}-4\mathrm{MM}}{7-8\mathrm{M}}$, qui valor cum ex loco oculi, vnde colores irides euaneſcunt, deductus ſummi rigoris non ſit capax, ſufficit valorem prope verum aſſumſiſſe. At ſi multiplicationem ſumamus $m = 15$, fit $\mathrm{M} = \frac{1}{8}$, et $b = \frac{1}{2} + \frac{15}{32}$, qui valor tam prope ad vnitatem accedit, vt interualla lentium

pro-

prodirent nimis magna. Quare capiamus $c = \frac{1}{4}$, et pro caſu $M = \frac{1}{8}$ reperimus $b = \frac{1}{2} + \frac{15}{14}$; ex quo ſtatuamus $b = \frac{9}{14}$, ac determinationes noſtrae erunt

$$p' = \tfrac{9}{4}\alpha;\ p'' = \tfrac{9}{5} \cdot \frac{M\alpha}{1 + 8M};\ p''' = \tfrac{1}{5} \cdot \frac{M\alpha}{2 - M}$$

$$AB = \tfrac{9}{4}\alpha;\ BC = \tfrac{9}{5} \cdot \frac{7 - 10M}{2(1 + 8M)}\alpha;\ CD = \tfrac{17}{5} \cdot \frac{M\alpha}{(1 + 8M)(2 - M)}$$

vnde Teleſcopium oritur vehementer longum. Ratio huius incommodi in hoc ſita eſt quod $bn = 1$ adipiſcitur valorem nimis paruum.

12. *Exemplum II.* Sit $n = 3$, ideoque $M = \frac{2}{m + 2}$, et $\Phi = \frac{2\omega}{m + 2}$; debet ergo eſſe $c < \frac{1}{2} - \frac{5}{2}M$ et $b = \frac{1}{3} + \frac{(c + 2M)(2 - 2M)}{2 - c - 4M}$; vbi ne interuallum AB fiat nimis magnum, numero b maximus valor tribui debet, at ob $b < 1$ fiet tamen ſemper $AB > \frac{1}{2}\alpha$. At ne interuallum $BC = \frac{b(c + 3(1 - b)M)}{(1 - b)(3b - 1)(c + 2M)}\alpha$ fiat nimis magnum fractio $\frac{c}{1 - b}$ diminui debet quantum fieri poteſt. Quod ſi ponamus $c = \frac{2}{4}$ fit $b = \frac{1}{3} + \frac{2(1 - M)(1 + 8M)}{7 - 16M}$, et $b = \frac{31}{30}$ caſu $M = \frac{1}{8}$ ſit ergo $c = \frac{1}{8}$ fit $b = \frac{1}{3} + \frac{2(1 - M)(1 + 16M)}{15 - 32M}$, et $b = \frac{107}{132}$ caſu $M = \frac{1}{8}$. Sattuamus ergo $b = \frac{3}{4}$, et $c = \frac{1}{8}$, habebimusque has determinationes:

$$p' = \tfrac{3}{5}\alpha;\ p'' = \frac{3M\alpha}{1 + 16M};\ p''' = \frac{M\alpha}{6(1 - M)}$$

$$AB = \tfrac{9}{5}\alpha;\ BC = \frac{12(1 + 6M)\alpha}{5(1 + 16M)};\ CD = \frac{17M\alpha}{6(1 + 16M)(1 - M)}$$

qui valores pro multiplicatione $m = 20$ circiter erunt iuſti.

13. *Ex-*

13. *Exempl III.* Sit $n=5$, ideoque $M=\frac{2}{m+4}$ et $\Phi=\frac{2\omega}{m+4}$, atque quo facilius omnes variationes ex variis valoribus c oriundas perſpicere queamus, calculum ad datam multiplicationem $m=28$ accommodemus, vt ſit $M=\frac{1}{16}$, eruntque formulae noſtrae

$$p'=\frac{b\alpha}{5b-1};\ p''=\frac{bc}{1-b}\cdot\frac{\alpha}{4(1+4c)};\ p'''=\frac{bc}{(1-b)(1+c)}\cdot\frac{\alpha}{28}$$

$$AB=\frac{5b\alpha}{5b-1};\ BC=\frac{b(16c+5(1-b))\alpha}{4(1-b)(5b-1)(1+4c)};\ CD=\frac{bc(2+c)\alpha}{7(1-b)(1+c)(1+4c)}$$

at eſſe oportet $b=\frac{1}{5}+\frac{7(1+4c)}{8(3-2c)}$, et $c<\frac{61}{204}$; Hinc ſit; erit

$c=\frac{1}{4};\ b=\frac{9}{10}$ et $\begin{cases} p'=\frac{9}{35}\alpha;\ p''=\frac{3}{32}\alpha;\ p'''=\frac{9}{145}\alpha \\ AB=\frac{9}{7}\alpha;\ BC=\frac{81}{50}\alpha;\ CD=\frac{81}{280}\alpha\ ..\ AD=3\frac{3}{140}\alpha \end{cases}$

$c=\frac{1}{5};\ b=\frac{4}{5}$ et $\begin{cases} p'=\frac{4}{15}\alpha;\ p''=\frac{1}{9}\alpha;\ p'''=\frac{1}{42}\alpha \\ AB=\frac{4}{3}\alpha;\ BC=\frac{7}{9}\alpha;\ CD=\frac{22}{189}\alpha;\ AD=2\frac{43}{189}\alpha \end{cases}$

$c=\frac{1}{6};\ b=\frac{3}{4}$ et $\begin{cases} p'=\frac{3}{11}\alpha;\ p''=\frac{3}{40}\alpha;\ p'''=\frac{3}{196}\alpha \\ AB=\frac{15}{11}\alpha;\ BC=\frac{141}{220}\alpha;\ CD=\frac{39}{490}\alpha;\ AD=2\frac{407}{10780}\alpha \end{cases}$

$c=\frac{1}{8};\ b=\frac{2}{3}$ et $\begin{cases} p'=\frac{2}{7}\alpha;\ p''=\frac{1}{24}\alpha;\ p'''=\frac{1}{126}\alpha \\ AB=\frac{10}{7}\alpha;\ BC=\frac{11}{21}\alpha;\ CD=\frac{17}{378}\alpha;\ AD=(2-\frac{1}{378})\alpha \end{cases}$

vlterius fractionem c diminuere non licet, quia lens ocularis nimis fieret exigua.

14. *Exempl. IV.* Minuamus aliquanto magis campum ſitque $n=9$ ideoque $M=\frac{2}{m+8}$; maneat $m=28$, et ſit $M=\frac{1}{18}$, vnde

$$p'=\frac{b}{9b-1}\alpha;\ p''=\frac{bc}{2(1-b)(4+9c)}\alpha;\ p'''=\frac{bc}{28(1-b)(1+c)}\alpha$$

$$AB=\frac{9b}{9b-1}\alpha;\ BC=\frac{9b(2c+1-b)}{2(1-b)(9b-1)(4+9c)}\alpha;\ CD=\frac{9bc(2+c)}{28(1-b)(1+c)(4+9c)}\alpha$$

tum

tum vero $b=\frac{1}{9}+\frac{14(4+9c)}{9(10-9c)}$ et $c<\frac{4}{33}$. Hinc ſi ſit; erit

$$c=\tfrac{1}{9};\ b=\tfrac{19}{40}\ \text{et}\ \begin{cases} p'=\frac{39}{311}\alpha;\ p''=\frac{13}{30}\alpha;\ p'''=\frac{39}{283}\alpha \\ AB=\frac{351}{311}\alpha;\ BC=\frac{3471}{3110}\alpha;\ CD=\frac{741}{1433}\alpha \end{cases}$$

$$c=\tfrac{1}{10};\ b=\tfrac{19}{20}\ \text{et}\ \begin{cases} p'=\frac{19}{151}\alpha;\ p''=\frac{19}{98}\alpha;\ p'''=\frac{19}{308}\alpha \\ AB=\frac{171}{151}\alpha;\ BC=\frac{4275}{7399}\alpha;\ CD=\frac{513}{2156}\alpha \end{cases}$$

$$c=\tfrac{1}{12};\ b=\tfrac{10}{11}\ \text{et}\ \begin{cases} p'=\frac{10}{79}\alpha;\ p''=\frac{5}{37}\alpha;\ p'''=\frac{5}{182}\alpha \\ AB=\frac{90}{79}\alpha;\ BC=\frac{510}{1501}\alpha;\ CD=\frac{175}{3458}\alpha;\ AD=1,587\alpha \end{cases}$$

$$c=\tfrac{1}{15};\ b=\tfrac{7}{8}\ \text{et}\ \begin{cases} p'=\frac{7}{55}\alpha;\ p''=\frac{7}{138}\alpha;\ p'''=\frac{1}{64}\alpha \\ AB=\frac{63}{55}\alpha;\ BC=\frac{651}{2530}\alpha;\ CD=\frac{95}{1472}\alpha. \end{cases}$$

15. Poſtremus hic caſus imprimis ad praxin accommodatus videtur, quia lentis obiectiuae diſtantia focalis α fit pro hac multiplicatione circiter 45 dig. ſicque tota tubi longitudo erit 65 dig. et campus conſpicuus maior erit eo, quem huiusmodi tubus more vulgari conſtructus oſtendit. Nollem hic c minus accipere, quia lentes p'' et p''' nimis fierent paruae, hocque ipſo confuſionem augerent. Verum ſi campo plus detrahere velimus tribuendo ipſi n maiores valores, breuiora teleſcopia huius generis obtineri poterunt, quae vulgaria cum ratione campi, tum puritate repraeſentationis ſuperabunt. Videamus autem quantum lucri impetrare valeamus, ſi quintam inſuper lentem adiungamus, quam primo ante focum obiectiuae lentis conſtitui conueniet.

De Teleſcopiis quinque lentibus inſtructis.

16. Secunda lente B ante focum obiectiuae conſtituta, erit pro ea $B=\frac{-b}{1+b}$ et $\mathfrak{B}=-b$, reliquae lentes ſint diſpoſitae vt ante ideoque $C=\frac{c}{1-c}$; $\mathfrak{C}=c$; $D=\frac{-d}{1+d}$; $\mathfrak{D}=-d$; $E=\infty$ et $\mathfrak{E}=1$. Hinc adperturas in computum ducendo ponatur breuitatis ergo $\Pi'=-b\theta'-\Phi$; $\Pi''=c\theta''+\theta'-\Phi$; $\Pi'''=-d\theta'''+\theta''+\theta'-\Phi$ ac denique $\Pi''''=\theta''''+\theta'''+\theta''+\theta'-\Phi$, denotante Φ ſemidiametrum campi conſpicui: ac ſi multiplicatio ſtatuatur $=m$, erit $\Phi=\frac{-\theta''''-\theta'''-\theta''-\theta'}{m-1}$, vnde patet ſi ſingulis litteris θ', θ'', θ''' et θ'''' valores negatiuos tribuere liceret eosque maximos, campum apparentem vlterius augeri poſſe. Sunt autem hae litterae θ eiusmodi fractiones, vt ſi p fuerit diſtantia foci lentis, ad quam refertur, θp ſit ſemidiameter aperturae, vnde patet valores harum litterarum non vltra $\frac{1}{4}$ augeri poſſe.

17. His poſitis habemus in genere pro lentium ſingularum diſtantiis foci earumque internallis ſequentes formulas, denotante α diſtantiam foci lentis obiectiuae:

$$p'=\frac{+\mathfrak{B}\Phi}{\Pi'}\alpha;\qquad AB=\left(1+\frac{\Phi}{\Pi'}\right)\alpha=\frac{\Phi+\Pi'}{\Pi'}\alpha$$

$$p''=\frac{-B\mathfrak{C}\Phi}{\Pi''}\alpha;\qquad BC=\frac{-B\Phi(\Pi'-\Pi'')}{\Pi'\Pi''}\alpha$$

$$p'''=\frac{+BC\mathfrak{D}\Phi}{\Pi'''}\alpha;\qquad CD=\frac{+BC\Phi(\Pi''-\Pi''')}{\Pi''\Pi'''}\alpha$$

$$p''''=\frac{-BCD\mathfrak{E}\Phi}{\Pi''''}\alpha;\qquad DE=\frac{-BCD\Phi(\Pi'''-\Pi'''')}{\Pi'''\Pi''''}\alpha$$

ac

ac pro loco oculi $EO = \frac{\theta''''}{\Pi''''} p''''$.

Tum vero vt colores iridis euaneſcant, huic ſatisfieri oportet aequationi:

$$\frac{\theta'}{\Pi'} + \frac{\theta''}{\Pi''} + \frac{\theta'''}{\pi'''} + \frac{\theta''''}{\pi''''} = 0.$$

18. Sit ω maximus valor, quem fractiones θ aſſequi poſſunt, ſi quidem lens fuerit vtrinque aeque conuexa, ac pro campo amplificando ponamus:

$$\theta'''' = -\omega;\ \theta''' = -\omega;\ \theta'' = -r\omega \text{ et } \theta' = q\omega$$

vt fiat $\Phi = \frac{2+r-q}{m-1}\omega$, ſeu $\Phi = M\omega$ poſito $M = \frac{2+r-q}{m-1}$. Tum ob $\Pi' = -(bq+M)\omega$; $\Pi'' = -(cr-q+M)\omega$; $\Pi''' = (d-r+q-M)\omega$ et $\Pi'''' = -(2+r-q+M)\omega$, erit

$$p' = \frac{bM}{bq+M}\alpha; \qquad AB = \frac{bq}{bq+M}\alpha$$

$$p'' = \frac{bc}{1+b} \cdot \frac{M}{q-cr-M}\alpha; \qquad BC = \frac{b}{1+b} \cdot \frac{M((b+1)q-cr)}{(bq+M)(q-cr-M)}\alpha$$

$$p''' = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)} \cdot \frac{M}{d-r+q-M}\alpha; \qquad CD = \frac{bc}{(1+b)(1-c)} \cdot \frac{M(d-(1-c)r)}{(q-cr-M)(d-r+q-M)}\alpha$$

$$p'''' = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)(1+d)} \cdot \frac{M}{2+r-q+M}\alpha; \qquad DE = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)(1+d)} \cdot \frac{M(2+d)}{(d-r+q-M)(2+r-q+M)}\alpha$$

et pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{2+r-q+M}$.

19. Cum igitur deſtructio colorum hanc requirat aequationem:

$$\frac{q}{bq+M} + \frac{r}{q-cr-M} + \frac{1}{d-r+q-M} = \frac{1}{2+r-q+M}$$

vbi per hypotheſin q debet eſſe quantitas poſitiua, ideoque quam minima accipienda; ante omnia videndum eſt, num litterae r valor poſitiuus tribui

 poſſit,

poſſit, quo pacto augmentum in campum apparentem inferretur. Hunc in finem ponamus primo $r = 0$, ſicque fiat neceſſe eſt

$$\frac{q}{bq + M} + \frac{1}{d + q - M} = \frac{1}{2 - q + M} \text{ exiſtente } q > M$$

vbi obſeruo, quodſi ſecunda lens B in ipſum focum lentis obiectiuae incidat, fore $b = \infty$, ideoque $d = 2 - 2q + 2M$, qui caſus vtique meretur, vt ſtudioſius expendatur.

20. *Caſus I.* quo $b = \infty$ et $r = 0$. Ob $d = 2 - 2q + 2M$ habebimus ſequentes determinationes: Primo $\Phi = \frac{2 - q}{m - 1}\omega$ et $M = \frac{2 - q}{m - 1}$. Deinde:

$p' = \frac{M}{q}\alpha$; $AB = \alpha$

$p'' = c.\frac{M}{q - M}\alpha$; $BC = \frac{M}{q - M}\alpha$

$p''' = \frac{cd}{1 - c}.\frac{M}{2 - q + M}\alpha$; $CD = \frac{c}{1 - c}.\frac{Md}{(q - M)(2 - q + M)}\alpha$

$p'''' = \frac{cd}{(1 - c)(1 + d)}.\frac{M}{2 - q + M}\alpha$; $DE = \frac{2cd}{(1 - c)(1 + d)}.\frac{M}{2 - q + M}\alpha$

et pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{2 - q + M}$,

vbi ob quantitatem d iam definitam, quantitates q et c determinandae ſuperſunt, ita tamen vt ſit $q > M$ et $c < 1$, tum vero videndum eſt, ne diſtantia focalis p'''' nimis fiat exigua; vnde c vix minus quam $\frac{3}{4}$ accipiendum videtur, ſiquidem lens obiectiua parum confuſionis pariat; at ne tubus nimis fiat longus fractionem q maiorem quam $2M$ capi conueniet.

21. Quod-

21. Quodſi ergo ponamus $c=\frac{1}{4}$, $q=(n+1)M$ erit $d=2(1-nM)$ et $\Phi=\frac{2-(n+1)M}{m-1}\omega$ exiſtente $M=\frac{2-(n+1)M}{m-1}$ ſeu $M=\frac{2}{m+n}$ et $\Phi=M\omega$, tum vero

$p'=\frac{1}{n+1}\alpha$ $\quad$ $AB=\alpha$

$p''=\frac{3}{4n}\alpha$ $\quad$ $BC=\frac{1}{n}\alpha$

$p'''=\frac{6(1-nM)}{2-nM}M\alpha$ $\quad$ $CD=\frac{6(1-nM)}{n(2-nM)}\alpha$

$p''''=\frac{6(1-nM)}{(2-nM)(3-2nM)}M\alpha$; $DE=\frac{12(1-nM)}{(2-nM)(3-2nM)}M\alpha$.

et pro loco oculi $EO=\frac{p''''}{2-nM}$, quibus formulis cum praecedentibus comparandis patet pro eadem multiplicatione eodemque campo aliquid lucri in longitudine tubi obtineri poſſe. Poſito enim vt ſupra $m=28$, $n=8$ vt ſit $M=\frac{1}{18}$, reperitur

$p'=\frac{1}{9}\alpha$; $p''=\frac{3}{32}\alpha$; $p'''=\frac{5}{42}\alpha$; $p''''=\frac{15}{266}\alpha$

$AB=\alpha$; $BC=\frac{1}{8}\alpha$; $CD=\frac{15}{56}\alpha$; $DE=\frac{15}{133}\alpha$.

22. Quando autem lens obiectiua eſt ſimplex, tum α tantum valorem obtinet, vt liceat ponere $c=\frac{1}{2}$, vnde poſito $q=(n+1)M$, vt ſit $d=2(1-nM)$ et $M=\frac{2}{m+n}$, habebimus

$p'=\frac{1}{n+1}\alpha$; $\quad$ $AB=\alpha$

$p''=\frac{1}{2n}\alpha$ $\quad$ $BC=\frac{1}{n}\alpha$

$p'''=\frac{2(1-nM)}{2-nM}M\alpha$; $\quad$ $CD=\frac{2(1-nM)}{n(2-nM)}\alpha$

$p''''=\frac{2(1-nM)}{(2-nM)(3-2nM)}M\alpha$; $DE=\frac{4(1-nM)}{(2-nM)(3-2nM)}M\alpha$.

 Quod-

Quodſi iam ponamus $m = 28$, $n = 8$, vt ſit $M = \frac{1}{11}$ erit

$$p' = \tfrac{1}{9}\alpha;\quad p'' = \tfrac{1}{16}\alpha;\quad p''' = \tfrac{5}{126}\alpha;\quad p'''' = \tfrac{5}{266}\alpha$$
$$AB = \alpha;\quad BC = \tfrac{1}{8}\alpha;\quad CD = \tfrac{5}{56}\alpha;\quad DE = \tfrac{5}{133}\alpha.$$

vnde ſumto $\alpha = 45$ dig. longitudo tantum fit $56\tfrac{1}{3}$ dig. cum ante eſſet 65 dig. Poterat ergo n minus accipi, ideoque campus ampliari.

23. Hactenus ſumſi $r = 0$, neque etiam hoc lentium ſtatu huic litterae notabilem valorem poſitiuum dare licet, vt inde maior campus obtineatur, cum tamen vnam lentem ſuperaddendo iure haud mediocriter maiorem campum expectare queamus. Quare ſecundam lentem vltra focum primae remoueri conueniet, neque parum campum augere licebit, ſi etiam litterae d valor negatiuus tribuatur, tum enim ipſi r maximus adeo valor ſcilicet $= 1$ tribui poterit. Poſito autem $b = -b$, $d = -d$ et $r = 1$ habebimus: $\Phi = \frac{3-q}{m-1}\omega$ et $M = \frac{3-q}{m-1}$ tum vero

$$p' = \frac{bM}{bq-M}\alpha;\qquad AB = \frac{bq}{bq-M}\alpha$$
$$p'' = \frac{bc}{b-1}\cdot\frac{M}{q-c-M}\alpha;\qquad BC = \frac{b}{b-1}\cdot\frac{M((b-1)q+c)}{(bq-M)(q-c-M)}\alpha$$
$$p''' = \frac{bcd}{(b-1)(1-c)}\cdot\frac{M}{d+1-q+M};\qquad CD = \frac{bc}{(b-1)(1-c)}\cdot\frac{M(d+1-c)}{(q-c-M)(d+1-q+M)}\alpha$$
$$p'''' = \frac{bcd}{(b-1)(1-c)(d-1)}\cdot\frac{M}{3-q+M}\alpha;\qquad DE = \frac{bcd}{(b-1)(1-c)(d-1)}\cdot\frac{M(d-2)}{(d+1-q+M)(3-q+M)}\alpha$$

item $EO = \frac{p''''}{3-q+M}$ et

$$\frac{q}{bq-M} - \frac{1}{q-c-M} + \frac{1}{d+1-q+M} + \frac{1}{3-q+M} = 0.$$

24. Hic

24. Hic primum obſeruandae ſunt iſtae conditiones, vt ſit $b > 1$, $c < 1$, $bq > M$ et $q > c + M$, tum vero in id eſt incumbendum, vt ipſi q minimus valor concilietur. Hunc in finem ponamus $c = 0$, et $b = 1$ ita vt $\frac{c}{b-1} = f$, debebitque eſſe

$$\frac{1-q}{q-M} = \frac{1}{d+1-q+M} + \frac{1}{3-q+M},$$

vnde q eo minus prodit, quo minus accipiatur d, at $d > 2$ ſtatuamus ergo $d + 1 - q + M = \frac{4}{3}(3 - q + M)$ ſeu $d = 3 - \frac{1}{3}(q - M)$ vt prodeat $\frac{1-q}{1-M} = \frac{7}{4(3-p+M)}$. Sit iam breuitatis gratia $q - M = z$ ideoque $\frac{1-q}{z} = \frac{\;}{12-4z}$ ſeu $12 - 12q - 11z + 4qz = 0$. Verum ob $M = \frac{3-q}{m-1}$ eſt $q - M = z = \frac{mq-3}{m-1}$, quo valore ſubſtituto prodit $12(m-1)(1-q) = (11-4q)(mq-3)$ et radice extracta

$$q = \frac{23m - \sqrt{(337mm - 336m)}}{8m} = \frac{23 - \sqrt{337}}{8} + \frac{21}{m\sqrt{337}} \text{ proxime}$$

ſeu $q = 0,58 + \frac{8}{7m}$. Patet ergo q ſuperare debere $\frac{3}{5}$, niſi multiplicatio m ſit praegrandis, vnde campi apparentis ſemidiameter ſit $\Phi = \frac{2\frac{2}{5}}{m-1}\omega$, qui notabiliter maior eſt, quam caſu praecedente.

25. Operae pretium videtur hunc caſum penitus euoluere, et cum ſit $b = 1$, $c = 0$, $\frac{c}{b-1} = f$, quia poſtremae aequationi proxime ſatisfeciſſe ſufficit, ſit $q = \frac{3}{5}$ et $d = 3$, habebimusque ſequentes determinationes; vbi $M = \frac{12}{5(m-1)}$

p′

$$p' = \frac{5M}{3-5M}\alpha \qquad AB = \frac{1}{3-5M}\alpha$$

$$p'' = \frac{5fM}{3-5M}\alpha \qquad BC = \frac{5M(3+5f)}{(3-5M)^2}\alpha$$

$$p''' = \frac{15fM}{17+5M}\alpha \qquad CD = \frac{100fM}{(3-5M)(17+5M)}\alpha$$

$$p'''' = \frac{15fM}{24+10M}\alpha \qquad DE = \frac{75fM}{2(17+5M)(12+5M)}\alpha$$

vbi numerus f arbitrio noſtro relinquitur, quem ergo ita paruum accipi conueniet, vt poſtrema lens diſtantiam focalem obtineat quaſi vnius digiti: quo minor enim haec admittitur, eo magis tubus contrahitur.

26. Vel ſumatur $q - M = \frac{1}{2}$, qui caſus ad praecedentem redit, ſi multiplicatio ſit $m = 25$, et maneat $d = 3$; cum ergo ſit $\frac{mq-3}{m-1} = \frac{1}{2}$ erit $q = \frac{m+5}{2m}$ et $M = \frac{5}{2m}$, ideoque $\Phi = \frac{5}{2m}\omega$, et reliquae determinationes erunt:

$$p' = 2M\alpha; \qquad AB = (1+2M)\alpha$$

$$p'' = 2fM\alpha; \qquad BC = 2(1+2f+2M)M\alpha$$

$$p''' = \tfrac{6}{7}fM\alpha; \qquad CD = \tfrac{16}{7}fM\alpha$$

$$p'''' = \tfrac{3}{5}fM\alpha; \qquad DE = \tfrac{6}{35}fM\alpha$$

$$\text{et } EO = \tfrac{2}{5}p'''' = \tfrac{6}{25}fM\alpha.$$

27. Si potuiſſemus ipſi d minorem tribuere valorem, maius lucrum in campo aſſequi liceret; quod vt fieri queat, quantitatem c negatiue capiamus, prodibunt hae formulae

p'

$p' = \frac{b}{bq - M} M\alpha$ $AB = \frac{bq}{bq - M}\alpha$

$p'' = \frac{bc}{1 - b} \cdot \frac{M\alpha}{q + c - M}$ $BC = \frac{b}{1 - b} \cdot \frac{(c + (1 - b)q) M\alpha}{(bq - M)(c + q - M)}$

$p''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{M\alpha}{d + 1 - q + M}$ $CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{(d + 1 + c) M\alpha}{(c + q - M)(d + 1 - q + M)}$

$p'''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \cdot \frac{M\alpha}{2 - q + M}$; $DE = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \cdot \frac{(d - 2) M\alpha}{(d + 1 - q + M)(2 - q + M)}$

exiſtente $M = \frac{3 - q}{m - 1}$; $\Phi = M\omega$ et $EO = \frac{p''''}{2 - q + M}$.

At pro coloribus iridis tollendis ſtatui oportet

$$\frac{1}{c + q - M} = \frac{q}{bq - M} + \frac{1}{d + 1 - q + M} + \frac{1}{2 - q + M}.$$

Euidens autem eſt eſſe debere $b < 1$, $bq > M$, et $d > 2$.

Sit $m = 10$; et $q = \frac{3}{4}$ erit $M = \frac{1}{4}$ et $\Phi = \frac{\omega}{4}$ hincque ſumto $\omega = \frac{1}{4}$ erit $\Phi = 3°, 35'$ et diameter campi apparentis $= 7°, 10'$. Tum vero pro coloribus destruendis erit

$$\frac{1}{c + \frac{1}{2}} = \frac{3}{3b - 1} + \frac{1}{d + \frac{1}{2}} + \frac{2}{5}.$$

Sit iam $b = 1$, $c = 0$, at $\frac{c}{1 - b} = f$, erit

$$2 = \frac{3}{2} + \frac{2}{5} - \frac{1}{d + \frac{1}{2}} \text{ ſeu } \frac{1}{10} = \frac{1}{d + \frac{1}{2}}$$

hincque $d = 9\frac{1}{2}$; vnde teleſcopium ita erit comparatum:

$p' = \frac{1}{2}\alpha$; $AB = \frac{3}{2}\alpha$

$p'' = \frac{f}{2}\alpha$; $BC = (\frac{3}{4} + f)\alpha$

$p''' = \frac{19}{85} f\alpha$; $CD = \frac{21}{45} f\alpha$

$p'''' = \frac{19}{175} f\alpha$; $DE = \frac{57}{625} f\alpha$

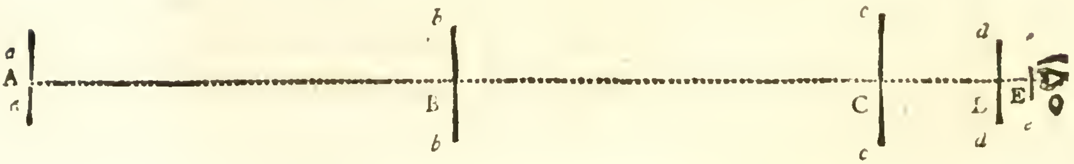
et pro oculo $EO = \frac{2}{5} \cdot p''''$.

vbi lentis obiectiuae diſtantia focalis ſumi poteſt $\alpha = 12$ dig. hinc cum ſit $p'''' = \frac{114}{85} f$, vt haec diſtantia focalis fiat fere vnius digiti, ſumi debet $f = \frac{3}{4}$.

Lenti autem obiectiuae apertura tribui debet, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{5}$ dig et diameter $= \frac{2}{5}$ dig. ex quo conſtructio huius teleſcopii ita ſe habebit

Lentis	diſtantia focalis	diam. aperturae	Interualla lentium
in A	12 dig.	$\frac{2}{5}$ dig.	$AB = 18$ dig.
in B	6	$2\frac{1}{4}$	$BC = 18$
in C	$4\frac{1}{2} = 4,5000$	$2\frac{1}{4}$	$CD = 4\frac{29}{43} = 4,725$
in D	$2\frac{11}{80} = 2,1375$	1,07	$DE = \frac{513}{683} = 0,754$
in E	$1\frac{1}{170} = 1,0059$	0,50	$EO = \frac{2}{5}p'''' = 0,402$

Tota ergo longitudo huius tubi erit fere 42 dig. ſeu $3\frac{1}{2}$ pedum et figura huius inſtrumenti erit:



28. Vt vero iſti aequationi in genere ſatisfaciam, ponam:

$$b - \frac{M}{q} = \frac{3-q+M}{3+\mu} \text{ et } d + 1 - q + M = \frac{3-q+M}{1-\nu}, \text{ vnde fit}$$

$$b = \frac{M}{q} + \frac{3-q+M}{3+\mu} \text{ et } d = \frac{2+\nu}{1-\nu} - \frac{\nu}{1-\nu}(q-M)$$

tum vero erit

$$\frac{1}{c+q-M} = \frac{3+\mu-\nu}{3-q+M}, \text{ hincque } c = \frac{3}{3+\mu-\nu} - \frac{(b+\mu-\nu)(q-M)}{3+\mu-\nu}.$$

At quia $b < 1$ oportet ſit $\frac{M}{q} < \frac{\mu+q-M}{3+\mu}$, ideoque $q > M$. Ponamus ergo $q = (1+n)M$, vt ſit $M = \frac{3}{m+n}$, et poſtrema conditio dat $\frac{1}{1+n} < \frac{\mu+nM}{3+\mu}$ ſeu $\mu n + n(n+1)M > 3$

et

et quia numerus n, quantum fieri poteſt, minui debet, numerum μ ita accipi oportet vt fiat $\mu n > 3$; tum ergo habebimus:

$$b = \frac{6+2n+\mu}{(1+n)(3+\mu)} - \frac{nM}{3+\mu}; \quad c = \frac{3-(6+\mu-\nu)nM}{5+\mu-\nu}; \quad d = \frac{2+\nu-\nu nM}{1-\nu}$$

$$1-b = \frac{\mu n-3}{(1+n)(3+\mu)} + \frac{nM}{3+\mu}; \quad 1+c = \frac{8+\mu-\nu-(6+\mu-\nu)nM}{5+\mu-\nu}; \quad d-1 = \frac{1+2\nu-\nu nM}{1-\nu}$$

$$\text{et } d-2 = \frac{3\nu-\nu nM}{1-\nu}.$$

29. Maximum ergo campum obtinebimus, ſi ſumamus $n=0$, vnde valor ipſius μ ita debet eſſe infinitus, vt fiat $\mu n > 3$. Sit igitur $\mu n = 3+f$, eritque $b=1$, $c=0$, at ob $1-b=\frac{f}{\mu}$ et $c=\frac{3-(3+f)M}{\mu}$ fiet $\frac{c}{1-b} = \frac{3-(3+f)M}{f}$ tum vero $d=\frac{2+\nu}{1-\nu}$; $d-1=\frac{1+2\nu}{1-\nu}$ et $d-2=\frac{3\nu}{1-\nu}$. Hoc modo obtinebimus teleſcopium, in quo ob $M=\frac{3}{m}$, erit ſemidiameter campi conſpicui $\Phi=\frac{3\omega}{m}$, ideoque triplo maior quam in tubis vulgraibus aſtronomicis. Verum hinc altera lens in B focum ſortitur infinite remotum, et diſtantia AB fit infinite longa, ita vt in praxi hunc caſum aſſequi nequeamus. Quare pro n valores aliquanto maiores accipiamus.

30. *Caſus I.* Sit $n=1$, ideoque $q=2M$, $M=\frac{3}{m+1}$ et $\Phi=\frac{3\omega}{m+1}$. Deinde ob $\mu n > 3$ ponatur $\mu = 3+f$, eritque

$$b = \frac{12+f-2M}{2(6+f)}; \quad c = \frac{3-(9+f-\nu)M}{6+f-\nu}; \quad \text{et } d = \frac{2+\nu-\nu M}{1-\nu}$$

et teleſcopii determinationes erunt:

$p' = \frac{b}{2b-1}\alpha$; $\quad AB = \frac{2b}{2b-1}\alpha$

$p'' = \frac{bc}{1-b} \cdot \frac{M\alpha}{c+M}$; $\quad BC = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{(2(1-b)M+c)\alpha}{(2b-1)(c+M)}$

$p''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{M\alpha}{d+1-M}$; $\quad CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{(d+1+c)M\alpha}{(c+M)(d+1-M)}$

$p'''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \cdot \frac{M\alpha}{3-M}$; $\quad DE = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \cdot \frac{(d-2)M\alpha}{(d+1-M)(3-M)}$

et pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{3-M}$.

Fit ergo $AB = \frac{12+f-2M}{6-2M}\alpha$, ideoque $AB > 2\alpha$, et ob $1-b = \frac{f+2M}{2(6+f)}$ et $c+M = \frac{3-M}{8+f-v}$ erit $p'' = \frac{12+f-2M}{f+2M} \cdot \frac{3-(8+f-v)M}{3-M} M\alpha$.

quam ergo lentem, vt et reliquas, pro lubitu ad praxin accommodare licet; at vero multiplicatio m maior eſſe debet quam $8+f-v$.

31. *Exempl.* Ob enormen tubi longitudinem hic caſus tantum ad exiguas multiplicationes accomdari poteſt. Sumatur ergo $f=0$; $v=1$ et multiplicatio $m=8$, vnde fit $M=\frac{1}{3}$ et $q=\frac{2}{3}$, atque $\Phi=\frac{1}{3}\omega$. Deinde ob $b=\frac{17}{18}$, $c=\frac{1}{21}$ et $d=\infty$ ſequentes habebimus determinationes:

$p' = \frac{17}{18}\alpha$; $\theta' p' = \frac{17}{24}\alpha\omega$; $AB = \frac{17}{8}\alpha$

$p'' = \frac{17}{24}\alpha$; $\theta'' p'' = \frac{17}{24}\alpha\omega$; $BC = \frac{17}{4}\alpha$

$p''' = \frac{17}{88}\alpha$; $\theta''' p''' = \frac{17}{68}\alpha\omega$; $CD = \frac{119}{176}\alpha$

$p'''' = \frac{17}{176}\alpha$; $\theta'''' p'''' = \frac{17}{176}\alpha\omega$; $DE = \frac{17}{176}\alpha$

et pro loco oculi $EO = \frac{3}{8}p'''' = \frac{51}{1408}\alpha$

tota vero tubi longitudo $= \frac{79}{11}\alpha$. Quodſi ergo capiatur $\alpha = 10$ dig. tubus habebitur 72 dig. ſeu 6 pedum,

dum, qui quidem tantum octies auget, ſed triplo maiorem campum patefacit, quam tubi ordinarii.

32. *Caſus II.* Sit $n = 2$, ſeu $q = 3M$, et $M = \frac{3}{m+1}$; iam ob $\mu n > 3$ ponatur $\mu = \frac{3}{2} + f$ eritque

$$b = \frac{27 + 2f - 12M}{3(9+2f)}; \quad c = \frac{6 - 2(15 + 2f - 2\nu)M}{13 + 2f - 2\nu}; \quad d = \frac{2 + \nu - 2\nu M}{1 - \nu}$$

hinc $1 - b = \frac{4f + 12M}{3(9+2f)}$

ideoque $M < \frac{3}{15 + 2f - 2\nu}$ ſeu $m > 13 + 2f - 2\nu$. Determinationes vero erunt

$$p' = \frac{b}{3b-1}\alpha; \qquad AB = \frac{3b}{3b-1}\alpha$$

$$p'' = \frac{bc}{1-b} \cdot \frac{M\alpha}{c+2M}; \qquad BC = \frac{b}{1-b} \cdot \frac{(3(1-b)M + c)\alpha}{(3b-1)(c+2M)}$$

$$p''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{M\alpha}{d+1-2M}; \quad CD = \frac{bc}{(1-b)(1+c)} \cdot \frac{(c+1+d)M\alpha}{(c+2M)(d+1-2M)}$$

$$p'''' = \frac{bcd}{(1-b)(1+c)(d-1)} \cdot \frac{M\alpha}{3-2M}; \quad DE = \frac{bcd}{(c-b)(1+c)(d-1)} \cdot \frac{(d-2)M\alpha}{(d+1-2M)(3-2M)}$$

vbi notetur eſſe

$$3b - 1 = \frac{6(3-2M)}{9+2f}; \quad c + 2M = \frac{2(3-2M)}{13+2f-2\nu}; \text{ et } d + 1 - 2M = \frac{3-2M}{1-\nu}.$$

33. *Exempl.* Applicemus hunc caſum ad multiplicationem aliquanto maiorem, ſitque $m = 16$, hinc $M = \frac{1}{6}$ et $q = \frac{1}{2}$, tum vero capiatur $\nu = 1$, vt ſit $d = \infty$, quia hoc commode fieri licet, atque habebimus:

$$b = \frac{25 + 2f}{3(9+2f)}; \quad 1 - b = \frac{2 + 4f}{3(9+2f)}; \quad 3b - 1 = \frac{16}{9+2f}$$

$$c = \frac{5 - 2f}{3(11+2f)}; \quad 1 + c = \frac{38 + 4f}{3(11+2f)}; \quad c + 2M = \frac{16}{3(11+2f)}$$

 hincque

hincque ſequentes menſuras:

$p' = \frac{25+2f}{48}\alpha$	$AB = \frac{25+2f}{16}\alpha$
$p'' = \frac{25+2f}{2+4f}\cdot\frac{5-2f}{96}\alpha$	$BC = \frac{25+2f}{2+4f}\cdot\frac{7+2f}{32}\alpha$
$p''' = \frac{25+2f}{2+4f}\cdot\frac{5-2f}{38+4f}\cdot\frac{\alpha}{6}$	$CD = \frac{25+2f}{2+4f}\cdot\frac{5-2f}{38+4f}\cdot\frac{11+2f}{32}\alpha$
$p'''' = \frac{25+2f}{2+4f}\cdot\frac{5-2f}{38+4f}\cdot\frac{\alpha}{16}$	$DE = \frac{25+2f}{2+4f}\cdot\frac{5-2f}{38+4f}\cdot\frac{\alpha}{16}$

et pro loco oculi $EO = \frac{3}{8}p''''$; vbi notandum pro lente obiectiua, ſi fuerit ſimplex capi, oportere fere $\alpha = 24$. dig.

34. Ne hic lens ocularis nimis fiat exigua ponere debemus $f = 1$ vel adhuc minus, vt $f = \frac{1}{2}$, vnde pro hac duplici hypotheſi habebimus has determinationes:

I. $f = 1$		II. $f = \frac{1}{2}$	
$p' = \frac{9}{16}\alpha$;	$AB = 1\frac{11}{16}\alpha$	$p' = \frac{13}{24}\alpha$;	$AB = \frac{13}{8}\alpha$
$p'' = \frac{9}{28}\alpha$;	$BC = 1\frac{17}{64}\alpha$	$p'' = \frac{13}{48}\alpha$;	$BC = 1\frac{5}{8}\alpha$
$p''' = \frac{3}{56}\alpha$;	$CD = \frac{117}{896}\alpha$	$p''' = \frac{13}{120}\alpha$;	$CD = \frac{39}{160}\alpha$
$p'''' = \frac{9}{448}\alpha$;	$DE = \frac{9}{448}\alpha$	$p'''' = \frac{13}{320}\alpha$;	$DE = \frac{13}{320}\alpha$
	$AE = 3\frac{93}{896}\alpha.$		$AE = 3\frac{171}{320}\alpha$

Si lens obiectiua compoſita adhibeatur, vt α vnius tantum pedis accipi queat, hypotheſis $f = \frac{1}{2}$ egregium teleſcopium ſuppeditare videtur.

35. *Caſus III.* Sit $n = 3$ ſeu $q = 4M$ et $M = \frac{3}{m+3}$; ob $\mu n > 3$ ponatur $\mu = 1 + f$ eritque

$$b = \frac{16+f-12M}{4(4+f)};\quad c = \frac{3-3(7+f-\nu)M}{6+f-\nu};\quad d = \frac{2+\nu-3\nu M}{1-\nu}$$

$$4b-1 = \frac{12(1-M)}{4+f};\quad c+q-M = \frac{3(1-M)}{6+f-\nu};\quad d+1-q+M = \frac{3(1-M)}{1-\nu}$$

vbi

vbi eſſe debet $m > 18 + 3f - 3\nu$. Sumamus ergo $\nu = 1$, ac reperimus

$$p' = \frac{16 + f - 12M}{48(1 - M)}\alpha; \qquad AB = \frac{16 + f - 12M}{12(1 - M)}\alpha$$

$$p'' = \frac{16 + f - 12M}{3(f + 4M)} \cdot \frac{1 - 6M - fM}{1 - M} \cdot M\alpha; \quad BC = \frac{(16 + f - 12M)(4 + f - 20M - 4fM)}{36(1 - M)(f + 4M)}\alpha$$

$$p''' = \frac{16 + f - 12M}{f + 4M} \cdot \frac{1 - 6M - fM}{8 + f - 3(6 + f)M} \cdot M\alpha; \quad CD = \frac{(16 + f - 12M)(1 - 6M - fM)(5 + f)}{3(f + 4M)(8 + f - 3(6 + f)M)(1 - M)}M\alpha$$

$$p'''' = \frac{16 + f - 12M}{3(f + 4M)} \cdot \frac{1 - 6M - fM}{8 + f - 3(6 + f)M} \cdot \frac{M\alpha}{1 - M}; \quad DE = \frac{(16 + f - 12M)(1 - 6M - fM)}{3(f + 4M)(8 + f - 3(6 + f)M)} \cdot \frac{M\alpha}{1 - M}$$

et pro loco oculi $EO = \frac{p''''}{3(1 - M)}$; vnde pro quauis multiplicatione huiusmodi teleſcopia confici poſſunt.

36. Exempl. Sit multiplicatio $m = 33$, ideoque $M = \frac{1}{12}$ ac pro lente obiectiua ſimplici ſtatui oportet $\alpha = 96$ dig. circiter, erit

$$p' = \frac{15 + f}{44}\alpha; \qquad AB = \frac{15 + f}{11}\alpha$$

$$p'' = \frac{15 + f}{3f + 1} \cdot \frac{6 - f}{132}\alpha; \qquad BC = \frac{15 + f}{3f + 1} \cdot \frac{7 + 2f}{33}\alpha$$

$$p''' = \frac{15 + f}{3f + 1} \cdot \frac{6 - f}{12(26 + 3f)}\alpha; \qquad CD = \frac{15 + f}{3f + 1} \cdot \frac{6 - f}{26 + 3f} \cdot \frac{5 + f}{33}\alpha$$

$$p'''' = \frac{15 + f}{3f + 1} \cdot \frac{6 - f}{33(26 + 3f)}\alpha; \qquad DE = \frac{15 + f}{3f + 1} \cdot \frac{6 - f}{26 + 3f} \cdot \frac{\alpha}{33}$$

et pro oculo $EO = \frac{4}{11}p''''$.

Sumatur ergo $f = 2$ ac prodibit

		dig.			dig.
p'	$= \frac{17}{44}\alpha$	$= 37,091$	AB	$= \frac{17}{11}\alpha$	$= 148,364$
p''	$= \frac{17}{231}\alpha$	$= 7,065$	BC	$= \frac{17}{21}\alpha$	$= 77,714$
p'''	$= \frac{17}{1344}\alpha$	$= 1,214$	CD	$= \frac{17}{264}\alpha$	$= 6,182$
p''''	$= \frac{17}{1848}\alpha$	$= 0,883$	DE	$= \frac{17}{1848}\alpha$	$= 0,883$
			longitudo EO		$= 233,143$

37. Potuiſſemus quoque in formulis §. 27. quantitatem d negatiue accipere, vt lens penultima ante focum lentis ocularis incidiſſet, ſed quia commode ſtatui poteſt $d = \infty$, inde eosdem caſus elicuiſſimus. Interim in hoc teleſcopiorum genere nimia longitudo imprimis ad praxin eſt inepta, vnde in hoc nobis erit incumbendum, vt ea ad minorem longitudinem contrahamus, id quod ſine notabili campi apparentis iactura fieri nequit. Verum lentium numerum augendo non ſolum idem campus ſeruari ſed etiam vltra augeri poterit. Tum autem binas lentes B et C ita conſtitui oportet, vt ob eas campus adeo coarctetur, adiectione autem ſextae lentis iterum dilatetur. Ex quo ſex lentes adhibendo non maiorem campum, ſed breuiores tubos aſſequi conabimur.

De Teleſcopiis ſex lentibus inſtructis.

38. Pro quinque ergo lentibus poſt obiectiuam collocandis ponamus:

$$B = \frac{-b}{1+b};\ C = \frac{c}{1-c};\ D = \frac{-d}{1+d};\ E = \frac{-e}{e-1};\ F = \infty$$

$$\mathfrak{B} = -b;\ \mathfrak{C} = c;\ \mathfrak{D} = -d;\ \mathfrak{E} = e;\ \mathfrak{F} = 1.$$

tum vero

$$\Pi' = -b\theta' - \Phi;\ \Pi'' = c\theta'' + \theta' - \Phi;\ \Pi''' = -d\theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi$$

$$\Pi'''' = e\theta'''' + \theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi;\ \Pi^{V} = \theta^{V} + \theta'''' + \theta''' + \theta'' + \theta' - \Phi.$$

Cum

Cum iam ſit pro campo apparente $\Phi = \frac{-\theta''''' - \theta'''' - \theta''' - \theta'' - \theta'}{m-1}$ ſtatuamus:

$\theta' = q\omega$; $\theta'' = -r\omega$; $\theta''' = -\omega$; $\theta'''' = -\omega$; $\theta^{V} = -\omega$

vt fiat $\Phi = \frac{3+r-q}{m-1}\omega$, et breuitatis ergo $\Phi = M\omega$ poſito $M = \frac{3+r-q}{m-1}$ ſicque habebimus

$\Pi' = -(bq+M)\omega$; $\Pi'' = (q-cr-M)\omega$; $\Pi''' = +(d-r+q-M)\omega$

$\Pi'''' = -(e+1+r-q+M)\omega$; $\Pi''''' = -(3+r-q+M)\omega$

ſatisfacereque debemus huic aequationi:

$$\frac{-q}{bq+M} - \frac{r}{q-cr-M} - \frac{1}{d-r+q-M} + \frac{1}{e+1+r-q+M} + \frac{1}{3+r-q+M} = 0.$$

39. Hinc autem pro determinatione Teleſcopii ſequentes oriuntur formulae:

$$p' = \frac{bM}{bq+M}\alpha \qquad AB = \frac{bq}{bq+M}\alpha$$

$$p'' = \frac{bc}{1+b}\cdot\frac{M\alpha}{q-cr-M} \qquad BC = \frac{b}{1+b}\cdot\frac{((1+b)q-cr)M\alpha}{(bq+M)(q-cr-M)}$$

$$p''' = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)}\cdot\frac{M\alpha}{d-r+q-M} \qquad CD = \frac{bc}{(1+b)(1-c)}\cdot\frac{(d-(1-c)r)M\alpha}{(q-cr-M)(d-r+q-M)}$$

$$p'''' = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)(1+d)}\cdot\frac{M\alpha}{e+1+r-q+M} \qquad DE = \frac{bcd}{(1+b)(1-c)(1+d)}\cdot\frac{(d+e+1)M\alpha}{(d-r+q-M)(e+1+r-q+M)}$$

$$p^{V} = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)(1+d)(e-1)}\cdot\frac{M\alpha}{3+r-q+M} \qquad EF = \frac{bcde}{(1+b)(1-c)(1+d)(e-1)}\cdot\frac{(e-1)M\alpha}{(e+1+r-q+M)(3+r-q+M)}$$

et pro loco oculi $FO = \frac{1}{3+r-q+M}p^{V}$

vnde patet has conditiones obſeruari oportere, vt ſit

$$(1+b)q > cr;\quad d > (1-c)r;\quad \text{et}\quad e > 2.$$

40. *Caſus I.* Conſideremus caſum facillimum, quo

$$b = \infty;\quad e = \infty \quad \text{et}\quad r = 0$$

et aequatio adimplenda eſt $\frac{-1}{d-r+q-M} + \frac{1}{3+r-q+M} = 0$

vnde fit $d = 3 - 2(q - M)$. Statuatur ergo $q = (1+n)M$ vt ſit $d = 3 - 2nM$, et formulae noſtrae abibunt in has:

$p' = \frac{\alpha}{1+n}$	$AB = \alpha$
$p'' = c \cdot \frac{\alpha}{n}$	$BC = \frac{\alpha}{n}$
$p''' = \frac{c(3-2nM)}{1-c} \cdot \frac{M\alpha}{3-nM}$	$CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d\alpha}{n(3-nM)}$
$p'''' = \frac{c(3-2nM)}{1-c} \cdot \frac{M\alpha}{4-2nM}$	$DE = \frac{c(3-2nM)}{(1-c)(4-2nM)} \cdot \frac{M\alpha}{3-nM}$
$p''''' = \frac{c(3-2nM)}{(1-c)(4-2nM)} \cdot \frac{M\alpha}{3-nM}$	$EF = \frac{c(3-2nM)}{(1-c)(4-2nM)} \cdot \frac{M\alpha}{3-nM}$

cum ergo ſit $M = \frac{3-q}{m-1} = \frac{3-M-nM}{m-1}$ erit $M = \frac{3}{m+n}$ et ſemidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{2\omega}{m+n}$.

41. *Exempl. I.* Sit multiplicatio $m = 10$, acſumatur $n = 2$ et $c = \frac{1}{2}$, tum vero ſit lentis obiectivae diſtantia foci $\alpha = 16$ dig. erit ergo $M = \frac{1}{4}$, $q = \frac{5}{4}$ et $\Phi = \frac{\omega}{4}$ ſeu $\Phi = 3°, 35'$ et menſurae pro teleſcopio conſtruendo erunt

$p' = 5\frac{1}{5}$ dig.	$AB = 16$
$p'' = 4$	$BC = 8$
$p''' = 3\frac{1}{5}$	$CD = 6\frac{2}{5}$
$p'''' = 2\frac{2}{3}$	$DE = 1\frac{1}{15}$
$p''''' = 1\frac{1}{15}$	$EF = 1\frac{1}{15}$
$FO = \frac{2}{3} p'''''$	$AF = 32\frac{8}{15}$

Hic ergo tubus circiter 33 dig. longus obiecta in ratione decupla multiplicabit, campum autem aperiet, cuius diameter $2\frac{1}{2}$ vicibus maior eſt quam in tubis conſuetis aſtronomicis.

42. *Ex-*

42. *Exempl. II.* Sit multiplicatio maior $m=25$, maneatque $n=2$, at capiatur $c=\frac{2}{5}$, erit $M=\frac{1}{9}$, et $q=\frac{1}{3}$; lentis autem obiectiuae diſtantia focalis ſumi debet $\alpha=54$ dig. vnde pro campo apparente $\Phi=\frac{\omega}{9}$ ſeu $\Phi=1°, 35'$. Menſurae autem pro coſtructione huius telescopii ſunt:

$p'=18$ dig.	$AB=54$
$p''=10\frac{4}{5}$	$BC=27$
$p'''=3\frac{17}{25}$	$CD=16\frac{14}{25}$
$p''''=2\frac{7}{8}$	$DE=1\frac{7}{203}$
$p'''''=1\frac{7}{203}$	$EF=1\frac{7}{203}$
$FO=\frac{9}{25}p'''''$	$AF=99\frac{126}{203}$

ita vt hic tubus futurus ſit 100 dig. ſeu $8\frac{1}{3}$ pedum.

43. *Exempl. III.* Vt tubus breuior reddatur ſumatur $n=3$, ſitque multiplicatio $m=24$, et $\alpha=52$ dig. erit $M=\frac{1}{9}$ et $\Phi=\frac{\omega}{9}$ vt ante. Menſurae autem pro conſtructione telescopii ſunt

$p'=13$ dig.	$AB=52$
$p''=6\frac{14}{15}$	$BC=17\frac{1}{3}$
$p'''=3\frac{19}{27}$	$CD=10\frac{1}{9}$
$p''''=2\frac{94}{135}$	$DE=1\frac{1}{93}$
$p'''''=1\frac{1}{93}$	$EF=1\frac{1}{93}$
et $FO=\frac{3}{8}p'''''$	$AF=81\frac{7}{15}$

hic ergo tubus ſesquipede breuior eſt quam praecedens, et tamen eundem campum complectitur, ſed tantillo minus multiplicat.

44. *Caſus II.* Propoſitus nunc ſit iſte caſus $b=\infty$ et $d=\infty$ et quia $e>2$ ponamus $e+1+r$

$-q+M=\frac{3+r-q+M}{1-\nu}$ vt habeamus $e=\frac{2+\nu}{1-\nu}-\frac{\nu(q-r-M)}{1-\nu}$ atque

$$\frac{r}{q-cr-M}=\frac{2-\nu}{3+r-q+M} \text{ ſeu } \frac{q-M}{r}-c=\frac{3+r}{2-\nu}-\frac{(q-M)}{2-\nu}$$

vnde fit $q=M+\frac{r(3+2c+r-\nu c)}{2+r-\nu}$. At eſt $c<1$ et $q<1$, quare cum ſit $(m-1)M+q=3+r$ erit

$$Mm=3-\frac{r(1+2c+\nu-\nu c)}{2+r-\nu} \text{ ſeu } M=\frac{(2-\nu)(3+r-cr)}{(2+r-\nu)m}.$$

Statuatur breuitatis gratia $n=\frac{r(3+2c+r-\nu c)}{M(2+r-\nu)}$ vt ſit $q=(1+n)M$ eritque $q-cr-M=\frac{r(3+r-cr)}{2+r-\nu}$ et $q-r-M=\frac{r(1+\nu+2c-\nu c)}{2+r-\nu}$ atque

$p'=\frac{\alpha}{1+n}$;
$p''=\frac{cM\alpha}{q-cr-M}$;
$p'''=\frac{c}{1-c}\cdot M\alpha$;
$p''''=\frac{ce}{1-c}\cdot\frac{(1-\nu)M\alpha}{3-q+r+M}$;
$p^{v}=\frac{ce}{(1-c)(e-1)}\cdot\frac{M\alpha}{1-q+r+M}$;

$AB=\alpha$
$BC=\frac{M\alpha}{q-cr-M}$
$CD=\frac{c}{1-c}\cdot\frac{M\alpha}{q-cr-M}$
$DE=\frac{c}{1-c}\cdot\frac{(1-\nu)M\alpha}{3-q+r+M}$
$EF=\frac{ce}{(1-c)(e-1)}\cdot\frac{(1-\nu(e-2)M\alpha}{(3-q+r+M)^2}$
et $FO=\frac{p'''}{1-q+\nu+M}$.

45. Quo clarius indolem huius caſus perſpiciamus, primum obſeruo ad tubum contrahendum neceſſe eſſe, vt $q-cr-M>M$. Statuamus ergo $q-cr-M=kM$, ac pro M introducto valore reperimus $r=\frac{k(2-\nu)}{m}$, hincque $M=\frac{3m+k(2-\nu)(1-c)}{m(n+k)}$ et $q=(1+k)M+cr$, ac $q-r-M=\frac{k(1+\nu+2c-\nu c)}{m+k}$.

Ex his propoſita multiplicatione m, ſumtoque numero k ſicut pro tubo contrahendo videbitur, adhuc litterae c et ν arbitrio noſtro relinquuntur, quarum

rum haec ν ad neutrum ſuorum limitum o et 1 nimis prope accedere debet, ne interualla lentium DE et EF minora euadant, quam earum craſſities patitur; tum vero litteram c ita ſumi conueniet, vt poſtrema lens non fiat nimis exigua, quod imprimis eſt cauendum, quia hinc noua confuſio inveheretur.

46. Ponamus ergo $k = 2$, vt fiat $BC = \frac{1}{2} AB$, tum vero $c = \frac{1}{3}$ vt fiat quoque $CD = \frac{1}{2} BC$; eritque $r = \frac{2(2-\nu)}{m}$; $M = \frac{3m + \frac{4}{3}(2-\nu)}{m(m+2)}$ et $q - r - M = \frac{2(5+2\nu)}{3(m+2)}$, hinc $q = \frac{(31-2\nu)m + 16(2-\nu)}{3m(m+2)}$ et $n + 1 = \frac{q}{M} = \frac{(31-2\nu)m + 16(2-\nu)}{9m + 4(2-\nu)}$; tum vero $e = \frac{2+\nu}{1-\nu} - \frac{2\nu(5+2\nu)}{3(1-\nu)(m+2)}$. Ponatur breuitatis ergo $\frac{2(5+2\nu)}{3(m+2)} = z$, ſeu $q - r - M = z$ erit:

$p' = \frac{\alpha}{1+n}$	$AB = \alpha$
$p'' = \frac{1}{3}\alpha$	$BC = \frac{1}{2}\alpha$
$p''' = \frac{1}{2} M\alpha$	$CD = \frac{1}{4}\alpha$
$p'''' = \frac{1}{2} e. \frac{(1-\nu)M\alpha}{3-z}$	$DE = \frac{1}{2}. \frac{(1-\nu)M\alpha}{3-z}$
$p^{V} = \frac{e}{2(e-1)}. \frac{M\alpha}{3-z}$	$EF = \frac{e}{2(e-1)}. \frac{(1-\nu)(e-2)M\alpha}{(3-z)^2}$
	et $FO = \frac{1}{3-z} p^{V}$.

47. Si ponamus inſuper $\nu = \frac{1}{2}$ habebimus: $M = \frac{3m+2}{m(m+2)}$; $z = \frac{4}{m+2}$; $e = 5 - \frac{4}{m+2}$; $n + 1 = \frac{10m+8}{3m+2}$ tum vero $q = \frac{10m+8}{m(m+2)}$ et $r = \frac{3}{m}$.

Sit exempli gratia multiplicatio $m = 30$, eritque $M = \frac{23}{240}$; $n + 1 = \frac{77}{23}$; $z = \frac{1}{8}$; $e = \frac{39}{8}$; $q = \frac{77}{240}$ et $r = \frac{1}{10}$; hincque

$p' = \frac{73}{77}\alpha$	$AB = \alpha$
$p'' = \frac{1}{6}\alpha$	$BC = \frac{1}{2}\alpha$
$p''' = \frac{23}{485}\alpha$	$CD = \frac{1}{4}\alpha$
$p'''' = \frac{13}{320}\alpha$	$DE = \frac{1}{120}\alpha$
$p^{V} = \frac{13}{620}\alpha$	$EF = \frac{13}{1240}\alpha$

Longitudo $AF = (1 + \frac{143}{186})\alpha$

et pro loco oculi $FO = \frac{8}{23}\cdot p^{V}$

vbi ob $\alpha = 72$ dig. lens ocularis non fit nimis parva, atque adeo duplicata vt ſit $\alpha = 48$ dig.

48. Vt magis contrahamus tubum, ponamus $k = 3$, $c = \frac{1}{4}$ et $\nu = \frac{1}{2}$ et pro multiplicatione m in genere $r = \frac{9}{2m}$ et $q = \frac{15(7m+9)}{8m(m+3)}$ hincque porro has determinationes:

$p' = \frac{8m+9}{5(7m+9)}\alpha$	$AB = \alpha$
$p'' = \frac{1}{12}\alpha$	$BC = \frac{1}{3}\alpha$
$p''' = \frac{8m+9}{8m(m+3)}\alpha$	$CD = \frac{1}{9}\alpha$
$p'''' = \frac{5(8m+15)}{24m(m+3)}\alpha$	$DE = \frac{1}{6m}\alpha$
$p^{V} = \frac{5(8m+15)}{3m(32m+51)}\alpha$	$EF = \frac{5(8m+15)}{6m(32m+51)}\alpha$

et pro loco oculi $FO = \frac{8(m+3)}{3(8m+9)}\, p^{V}$. Tota autem tubi longitudo fit quaſi $= 1\frac{1}{2}\alpha$, et ſemidiameter campi $\Phi = \frac{3(8m+9)}{8m(m+3)}\,\omega$.

De Teleſcopiis ſeptem lentibus inſtructis.

49. Vt formulas nimis complicatas hic euitemus, ac ſtatim inſignem campum cum medica longi-

longitudine adipiſcamur; lentem ſecundam bBb in ipſo foco α lentis obiectiuae conſtituamus, tertiam vero cCc ibi, vbi obiectum in A poſitum per lentem B ſuam imaginem eſſet proiecturum. Quatuor autem reliquarum binas D, E ante imaginem erectam I poſtremas vero F et G pone eam collacari ſumamus. Habebimus ergo pro his lentibus:

$B = -1$; $C = \frac{c}{1-c}$; $D = \frac{-d}{1+d}$; $E = \frac{-e}{1+e}$; $F = \frac{-f}{f-1}$; $G = \infty$.

$\mathfrak{B} = \infty$; $\mathfrak{C} = c$; $\mathfrak{D} = -d$; $\mathfrak{E} = -e$; $\mathfrak{F} = f$; $\mathfrak{G} = 1$.

$\theta' = q\omega$; $\theta'' = 0\omega$; $\theta''' = -\omega$; $\theta'''' = -\omega$; $\theta^{V} = -\omega$; $\theta^{VI} = -\omega$

hincque ſemidiameter campi $\Phi = \frac{4-q}{m-1}\omega$. Ponatur $\frac{4-q}{m-1} = M$ vt ſit $\Phi = M\omega$ erit

$\Pi' = \infty\omega$; $\Pi'' = (q-M)\omega$; $\Pi''' = +(d+q-M)\omega$
$\Pi'''' + (e-1+q-M)\omega$; $\Pi^{V} = -(f+2-q+M)\omega$ et
$\Pi^{VI} = -(4-q+M)\omega$.

50. His poſitis determinationes teleſcopii ſunt ſequentes:

$p' = \frac{M\alpha}{q}$;
$p'' = \frac{cM\alpha}{q-M}$;
$p''' = \frac{cd}{1-c} \cdot \frac{M\alpha}{d+q-M}$;
$p'''' = \frac{cde}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{M\alpha}{e-1+q-M}$;
$p^{V} = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{M\alpha}{f+2-q+M}$;
$p^{VI} = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{M\alpha}{4-q+M}$

$AB = \alpha$
$BC = \frac{M\alpha}{q-M}$
$CD = \frac{cd}{(1-c)} \cdot \frac{M\alpha}{(q-M)(d+q-M)}$
$DE = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{(e-1-d)M\alpha}{(d+q-M)(e-1+q-M)}$
$EF = \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{(f+e+1)M\alpha}{(e-1+q-M)(f+2-q+M)}$
$FG = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{(f-2)M\alpha}{(f+2-q+M)(4-q+M)}$
et $GO = \frac{p^{VI}}{4-q+M}$.

51. Deſtructio autem colorum iridis poſtulat vt ſit:

$$\frac{-1}{d+q-M} - \frac{1}{e-1+q-M} + \frac{1}{f+2-q+M} + \frac{1}{4-q+M} = 0$$

vbi cum ſit $e-1 > d$ et $f > 2$ ſtatuamus

$$e-1+q-M = \frac{d+q-M}{1-\mu} \text{ et } f+2-q+M = \frac{4-q+M}{1-\nu}$$

fietque $d+q-M = \frac{2-\mu}{2-\nu}(4-q+M)$ et $e-1+q-M = \frac{(2-\mu)(4-q+M)}{(1-\mu)(2-\nu)}$, vnde quantitates d, e et f definiuntur, litterae autem μ et ν intra limites o et 1 ſumendae arbitrio noſtro relinquuntur.

Ab eſt $4-q+M = Mm$, hinc $q-M = 4-Mm$, et pro numeratoribus $e-1-d = \frac{\mu(2-\mu)Mm}{(1-\mu)(2-\nu)}$; $f+e+1 = \frac{(4-3\mu-3\nu+2\mu\nu)Mm}{(1-\mu)(1-\nu)(2-\nu)}$ et $f-2 = \frac{\nu Mm}{1-\nu}$ porro autem $d = \frac{4-\mu-\nu}{2-\nu}Mm-4$; $e = \frac{4-3\mu-\nu+\mu\nu}{(1-\mu)(2-\nu)}Mm-3$ et $f = \frac{\nu}{1-\nu}Mm+2$, ſi inſuper ponatur $q = (1+n)M$ erit $q-M = nM$ et $M = \frac{4}{m+n}$.

52. His valoribus ſubſtitutis pro conſtructione teleſcopii hae habentur menſurae:

$p' = \frac{\alpha}{1+n}$	$AB = \alpha$
$p'' = \frac{c\alpha}{n}$	$BC = \frac{\alpha}{n}$
$p''' = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d(2-\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$	$CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{d(2-\nu)\alpha}{(2-\mu)mnM} = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{(2-\mu)m-(2-\nu)n}{(2-\mu)mn}\alpha$
$p'''' = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{e(1-\mu)(2-\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$	$DE = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{\mu(2-\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$
$p^{V} = \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{f(1-\nu)\alpha}{m}$	$EF = \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{(4-3\mu-3\nu+2\mu\nu)\alpha}{(2-\mu)m}$
$p^{VI} = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{\alpha}{m}$	$FG = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{\nu\alpha}{m}$

et pro loco oculi erit $GO = \frac{1}{Mm}p^{VI} = \frac{m+n}{4m}p^{VI}$.

Hic

Hic ergo etiam littera c arbitrio noſtro permittitur, qua effici poteſt vt vltima lens ad vſum ſit maxime accommodata.

53. Exemplum afferamus ſumendo $\mu = \frac{16}{17}$; $\nu = \frac{4}{11}$; $n = 2$ ſitque multiplicatio $m = 10$, ac fit $M = \frac{1}{3}$, tum vero

$d = \frac{127}{51}$; $e = 38$; $f = \frac{52}{21}$ vnde hae menſurae

$$p' = \frac{\alpha}{3}$$
$$p'' = c . \frac{\alpha}{2}$$
$$p''' = \frac{c}{1-c} . \frac{127\alpha}{2.3.5.11}$$
$$p'''' = \frac{c}{1-c} . \frac{19.127\alpha}{2.5.11.89}$$
$$p^{V} = \frac{c}{1-c} . \frac{19.41.127\alpha}{9.5.11.13.89}$$
$$p^{VI} = \frac{c}{1-c} . \frac{19.41.127\alpha}{3.5.13.61.89}$$

$$AB = \alpha$$
$$BC = \frac{1}{2}\alpha$$
$$CD = \frac{c}{1-c} . \frac{127}{4.5.11}\alpha$$
$$DE = \frac{c}{1-c} . \frac{4.127}{5.11.89}\alpha$$
$$EF = \frac{c}{1-c} . \frac{4.19.127}{3.5.13.89}\alpha$$
$$FG = \frac{c}{1-c} . \frac{4.19.41.127}{3.5.11.13.61.89}\alpha$$

et $GO = \frac{3}{10} p^{VI}$

quae ad praxin ſatis videntur idoneae, atque adeo capere licet $c = \frac{2}{5}$, quo pacto tubus magis contrahitur.

54. Sequentes poſitiones $\mu = \frac{4}{5}$ et $\nu = \frac{1}{2}$ ad praxin vtiles videntur, quas ergo in genere proſequar; primo autem praebent

$f = Mm + 2$; $e = 5Mm - 3$; $d = \frac{9}{5}Mm - 4$ exiſtente

$$M = \frac{4}{m+n}$$

tum vero prodeunt ſequentes menſurae:

$$p' = \frac{\alpha}{1+n}$$
$$p'' = \frac{c\alpha}{n}$$
$$p''' = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{5d\alpha}{4m}$$
$$p'''' = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{e\alpha}{4m}$$
$$p^{V} = \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{f\alpha}{2m}$$
$$p^{VI} = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{\alpha}{m}$$

$$AB = \alpha$$
$$BC = \frac{\alpha}{n}$$
$$CD = \frac{c}{1-c} \cdot \frac{4m-5n}{4mn}\alpha$$
$$DE = \frac{cd}{(1-c)(1+d)} \cdot \frac{\alpha}{m}$$
$$EF = \frac{cde}{(1-c)(1+d)(1+e)} \cdot \frac{3\alpha}{4m}$$
$$FG = \frac{cdef}{(1-c)(1+d)(1+e)(f-1)} \cdot \frac{\alpha}{2m}$$
et $GO = \frac{m+n}{4m} p^{VI}$.

Deinde campi apparentis ſemidiameter eſt $\Phi = \frac{4\omega}{m+n}$, circiter quadruplo maior quam in tubis vſitatis; at eſt $q = \frac{4(1+n)}{m+n}$, vnde apertura ſecundae lentis B ſumi debet.

55. Circa numerum n euidens eſt, quo maior is accipiatur, eo minorem prodire longitudinem, tum autem ſimul campus apparens imminuitur. Cum enim per formulas primum inuentas ſit $\Phi = \frac{4-q}{m-1}\omega$, hic autem poſuerimus $q = \frac{4(1+n)}{m+n}$, vt ſit $n = \frac{qm-4}{4-q}$ patet aucto numero hoc n, etiam q augeri, ideoque campum minui in ratione numeri $4-q$. Poſito autem $n=1$, fit $q = \frac{8}{m+1}$ et $\Phi = \frac{4}{m+1}\omega$; tubus vero aſtronomicus vulgaris pro eadem multiplicatione praebet $\Phi = \frac{1}{m+1}\omega$, vnde hoc caſu noſter tubus quadruplo ampliorem campum detegit; ſed ob $n=1$, plus quam duplo fit longior. Si ergo campus non 4 ſed $3\frac{1}{2}$ partibus amplior eſſe debeat, ſumi oportet $n = \frac{m+8}{7}$, ſin autem $3\frac{3}{4}$ partibus, fit $n = \frac{m+16}{15}$, vnde patet admodum exigua campi

campi imminutione longitudinem vehementer contrahi, idque eo magis, quo maior fuerit multiplicatio.

Exemplum I.

56. Sit multiplicatio $m=10$, et ſumatur $n=1$, fietque $M=\frac{4}{11}$ et $q=\frac{1}{11}$, hinc ſemidiameter campi $\Phi=\frac{4\omega}{11}$, qui ſumto $\omega=\frac{1}{4}$ erit $\Phi=5^\circ, 12'$, et diameter $10^\circ, 24'$. Tum ob $Mm=\frac{40}{11}=3,6364$, fit $d=2,5455$; $e=15,1818$; $f=5,6364$ vnde ſequentes prodeunt menſurae:

$p'=0,5\,\alpha$	$AB=\alpha$
$p''=c.\,\alpha$	$BC=\alpha$
$p'''=\frac{c}{1-c}.\,0,3182\,\alpha$	$CD=\frac{c}{1-c}.\,0,8750\,\alpha$
$p''''=\frac{c}{1-c}.\,0,2725\,\alpha$	$DE=\frac{c}{1-c}.\,0,0718\,\alpha$
$p^{V}=\frac{c}{1-c}.\,0,1898\,\alpha$	$EF=\frac{c}{c-c}.\,0,0505\,\alpha$
$p^{VI}=\frac{c}{1-c}.\,0,0819\,\alpha$	$FG=\frac{c}{1-c}.\,0,0409\,\alpha$
	et $GO=\frac{c}{1-c}.\,0,0225\,\alpha$

Hinc tota longitudo $AO=2\alpha+\frac{c}{1-c}.\,1,0607\,\alpha$

ſumto hic $\alpha=15$ dig. accipi poterit $c=\frac{5}{11}$, vt prodeat $p^{VI}=1$ dig.

Exemplum II.

57. Sit multiplicatio $m=15$, et capiatur $n=2$, vt fiat $M=\frac{4}{17}$ et $q=\frac{12}{17}$, ideoque $\Phi=\frac{4\omega}{17}$ ſeu $\Phi=3^\circ, 22'$. Iam ob $Mm=\frac{60}{17}=3,5294$, erit $d=2,3530$; $e=14,6470$; $f=5,5294$ vnde ſequentes menſurae obtinentur:

$p' = 0,3333\,\alpha$	$AB = \alpha$
$p'' = c \cdot 0,500\,\alpha$	$BC = 0,500\,\alpha$
$p''' = \frac{c}{1-c} \cdot 0,1961\,\alpha$	$CD = \frac{c}{1-c} \cdot 0,4167\,\alpha$
$p'''' = \frac{c}{1-c} \cdot 0,1713\,\alpha$	$DE = \frac{c}{c-1} \cdot 0,0468\,\alpha$
$p^{V} = \frac{c}{1-c}\, 0,1211\,\alpha$	$EF = \frac{c}{1-c} \cdot 0,0328\,\alpha$
$p^{VI} = \frac{c}{1-c} \cdot 0,0535\,\alpha$	$FG = \frac{c}{1-c} \cdot 0,0267\,\alpha$.
et	$GO = \frac{c}{1-c} \cdot 0,0152\,\alpha$

Hinc tota longitudo $AO = 1,5\,\alpha + \frac{c}{1-c} \cdot 0,5382\,\alpha$.

58. Litterae f, e, d eatenus tantum variantur, quatenus valor Mm mutatur, hic autem commode idem retineri poteſt. Quod ſi ergo ſecundum exemplum prius in genere ſtatuamus $n = \frac{m}{15}$ fit $M = \frac{40}{11\,m}$ et $Mm = \frac{40}{11}$ et $q = \frac{4\,(m+10)}{11\,m}$ atque $\Phi = \frac{40}{11\,m}\,\omega$ vnde ſequentes determinationes naſcuntur:

$p' = \frac{10}{m+10}\,\alpha$	$AB = \alpha$
$p'' = c \cdot \frac{10}{m}\,\alpha$	$BC = 10 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p''' = \frac{c}{1-c} \cdot 3,1819 \cdot \frac{\alpha}{m}$	$CD = \frac{c}{1-c} \cdot 8,7500 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p'''' = \frac{c}{1-c} \cdot 2,7249 \cdot \frac{\alpha}{m}$	$DE = \frac{c}{1-c} \cdot 0,7179, \frac{\alpha}{m}$
$p^{V} = \frac{c}{1-c} \cdot 1,8983 \cdot \frac{\alpha}{m}$	$EF = \frac{c}{1-c} \cdot 0,5052 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p^{VI} = \frac{c}{1-c} \cdot 0,8189, \frac{\alpha}{m}$	$FG = \frac{c}{1-c} \cdot 0,4095 \cdot \frac{\alpha}{m}$
et	$GO = \frac{c}{1-c} \cdot 0,2252 \cdot \frac{\alpha}{m}$.

Hinc tota longitudo $AO = \alpha + \frac{10\,\alpha}{m} + \frac{c}{1-c} \cdot 10,6078 \cdot \frac{\alpha}{m}$. Hic debet ſumi pro aperturis $Bb = \frac{10}{11}\,\frac{\alpha}{m}$ dig. et $Cc = \frac{10}{m} \cdot Aa$.

59. Sin autem in genere ſecundum alterum exemplum ponatur $n = \frac{2\,m}{15}$, vnde fit $M = \frac{60}{17\,m}$ et $\Phi = \frac{60}{17\,m}\,\omega$ atque $q = \frac{4\,(2\,m+15)}{17\,m}$ determinationes pro conſtructione Teleſcopii erunt: p'

$p' = \frac{15}{2m+15}\alpha$	$AB = \alpha$
$p'' = c \cdot 7,5 \frac{\alpha}{m}$	$BC = 7,5 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p''' = \frac{c}{1-c} \cdot 2,9412 \cdot \frac{\alpha}{m}$	$CD = \frac{c}{1-c} \cdot 6,2500 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p'''' = \frac{c}{1-c} \cdot 2,5695 \cdot \frac{\alpha}{m}$	$DE = \frac{c}{1-c} \cdot 0,7017 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p^{V} = \frac{c}{1-c} \cdot 1,8162 \cdot \frac{\alpha}{m}$	$EF = \frac{c}{1-c} \cdot 0,4927 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p^{VI} = \frac{c}{1-c} \cdot 0,8019 \cdot \frac{\alpha}{m}$	$FG = \frac{c}{1-c} \cdot 0,4010 \cdot \frac{\alpha}{m}$
et	$GO = \frac{c}{1-1} \cdot 0,2272 \cdot \frac{\alpha}{m}$.

Hinc tota longitudo $AO = \alpha + \frac{15\alpha}{2m} + \frac{c}{1-c} \cdot 8,0726 \cdot \frac{\alpha}{m}$ quae notabiliter minor eſt quam caſu praecedente, ſed campus apparens aliquanto eſt minor in ratione $34:33$. Sumto $\omega = \frac{1}{4}$, lentis in B ſemidiameter aperturae eſt $Bb = \frac{15}{17} \cdot \frac{\alpha}{m}$ dig. at lentis in C capi debet $= \frac{15}{2m} \cdot Aa$, nempe ſemper $= \frac{BC}{AB} \cdot Aa$.

60. Adiungamus tertium caſum, quo $n = \frac{m}{5}$, et qui in maioribus multiplicationibus inſignem vſum praeſtabit. Erit ergo $M = \frac{10}{3m}$ hinc $\Phi = \frac{10}{3m}\omega$, qui valor ad praecedentem eſt vt 17 ad 18; tum $q = \frac{2(m+5)}{3m}$, et reliquae determinationes:

$p' = \frac{5}{m+5}\alpha$	$AB = \alpha$
$p'' = c \cdot 5 \frac{\alpha}{m}$	$BC = 5 \frac{\alpha}{m}$
$p''' = \frac{c}{1-c} \cdot 2,5000 \frac{\alpha}{m}$	$CD = \frac{c}{1-c} \cdot 3,7500 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p'''' = \frac{c}{1-c} \cdot 2,2778 \frac{\alpha}{m}$	$DE = \frac{c}{1-c} \cdot 0,6667 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p^{V} = \frac{c}{1-c} \cdot 1,6566 \frac{\alpha}{m}$	$EF = \frac{c}{1-c} \cdot 0,4659 \cdot \frac{\alpha}{m}$
$p^{VI} = \frac{c}{1-c} \cdot 0,7645 \frac{\alpha}{m}$	$FG = \frac{c}{1-c} \cdot 0,3823 \cdot \frac{\alpha}{m}$
et	$GO = \frac{c}{1-c} \cdot 0.2293 \cdot \frac{\alpha}{m}$

Longitudo tubi $= \alpha + 5\frac{\alpha}{m} + \frac{c}{1-c} \cdot 5,4942 \frac{\alpha}{m}$ porro $Bb = \frac{5}{6} \cdot \frac{\alpha}{m}$, et $Cc = \frac{5}{m} \cdot Aa$.

61. Quod ad numerum c attinet, cum in genere ita definire poſſumus, vt $\frac{c}{1-c}\cdot\frac{\alpha}{m}$ aequetur quantitati datae veluti vni digito, eritque tum $c=\frac{m}{\alpha+m}$, at tum pro tribus hypotheſibus habebimus ſequentes menſuras in digitis expreſſas.

Hyp. I. $\Phi = \frac{40}{11m}\omega$

$p' = \frac{10}{m+10}\alpha$; $AB = \alpha$

$p' = \frac{10}{m+\alpha}\alpha$; $BC = \frac{10}{m}\alpha$

$p''' = 3,1819$; $CD = 8,7500$

$p'''' = 2,7249$; $DE = 0,7179$

$p^{V} = 1,8983$; $EF = 0,5052$

$p^{VI} = 0,8189$; $FG = 0,4095$

et $GO = 0,2252$

$AO = \frac{m+10}{m}\alpha + 10,6078$

Hyp. II. $\Phi \frac{60}{17m}\omega$

$p' = \frac{15}{2m+15}\alpha$; $AB = \alpha$

$p'' = \frac{15}{2(m+\alpha)}\alpha$; $BC = \frac{15}{2m}\alpha$

$p''' = 2,9412$; $CD = 6,2500$

$p'''' = 2,5695$; $DE = 0,7017$

$p^{V} = 1,8162$; $EF = 0,4927$

$p^{VI} = 0,8019$; $FG = 0,4010$

et $GO = 0,2272$

$AO = \frac{2m+15}{2m}\alpha + 8,0726$

Hyp. III. $\Phi \frac{10}{3m}\omega$

$p' = \frac{5}{m+5}\alpha$; $AB = \alpha$

$p'' = \frac{5}{m+\alpha}\alpha$; $BC = \frac{5}{m}\alpha$

$p''' = 2,5000$; $CD = 3,7500$

$p'''' = 2,2778$; $DE = 0,6667$

$p^{V} = 1,6566$; $EF = 0,4659$

$p^{VI} = 0,7645$; $FG = 0,3823$

et $GO = 0,2293$

$AO = \frac{m+5}{m}\alpha + 5,4942$

ſicque quatuor poſtremae lentes in qualibet hypotheſi manent eaedem vna cum ſuis interuallis pro omnibus multiplicationibus.

Con-

Concluſio.

62. Teleſcopia haec omnino ſingulare genus conſtituunt, quod prorſus diſcrepat a teleſcopiis vulgaribus quatuor lentibus inſtructis; horumque character potiſſimum in tertia lente C conſiſtit, quae tam exiguam aperturam poſtulat, eiusque propterea ope radii peregrini commode excluduntur. Haec autem Teleſcopia ſeptem lentium iſto fundamento nituntur, quod ſit $b = \infty$ et $r = 0$, ſeu quod ſecunda lens B in ipſo foco lentis obiectiuae, tertia vero C in eo loco, vbi ipſius obiectiuae imago per lentem B proiecta cadit, collocetur. Qua poſitione cum etiam in caſibus quinque ac ſex lentium vti licuerit, ea, quae quinque lentibus ſunt inſtructa, ſpeciem quaſi principalem huius generis teleſcopiorum exhibere eſt cenſenda, vnde reliqua ſex et ſeptem lentium multiplicatione lentium ocularium ad campum dilatandum facta ſint natae. Quare has ſpecies ad idem genus referendas ſimili forma aſpectui expoſuiſſe iuuabit.

Species principalis V lentibus conſtans.

63 Si ponamus $n = \frac{m}{k}$, vt ſit $\Phi = \frac{2k\omega}{m(k+1)}$, tum vero $\frac{c\alpha}{(1-c)m} = z$, ideoque $c = \frac{mz}{mz+\alpha}$, menſurae pro conſtructione horum teleſcopiorum ita ſe habebunt:

Lentis

Lentis	diſt. foci	ſemid. apert.	Interuallum.
in A . . .	α;	$Aa = x$	$AB = \alpha$
in B . .	$\frac{k}{m+k}\alpha$;	$Bb = \frac{2k\omega}{m(k+1)}\alpha$,	$BC = \frac{k}{m}\alpha$
in C . .	$\frac{kz}{mz+\alpha}\alpha$;	$Cc = \frac{k}{m}x$;	$CD = (k-1)z$
in D . .	$\frac{2(k-1)}{k+1}z$;	$Dd = \frac{2(k-1)\omega}{k+1}z$;	$DE = \frac{4(k-1)}{3k-1}z$
in E . .	$\frac{2(k-1)}{3k-1}z$;	$Ee = \frac{2(k-1)\omega}{3k-1}z$;	$EO = \frac{kk-1}{k(3k-1)}z$.

Hypoth. I. $m > 4$

$k = 2$; $z = \frac{5}{2}$; $Aa = \frac{m}{50}$; $AB = \alpha$

$p' = \frac{2}{m+2}\alpha$; $Bb = \frac{1}{3}\cdot\frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{2}{m}\alpha$

$p'' = \frac{10}{5m+2\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{3}{50}$; $CD = \frac{5}{2}$

$p''' = \frac{5}{3}$; $Dd = \frac{5}{12}$; $DE = 2$

$p'''' = 1$; $Ee = \frac{1}{4}$; $EO = \frac{3}{4}$

$\Phi = \frac{1}{3m}$ ſeu $\Phi = \frac{1145}{m}$ min.

Hyp. II. $m > 3$

$k = 3$; $z = 2$; $Aa = \frac{m}{50}$; $AB = \alpha$

$p' = \frac{3}{m+3}\alpha$; $Bb = \frac{3}{8}\frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{3}{m}\alpha$

$p'' = \frac{6}{2m+\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{3}{50}$; $CD = 4$

$p''' = 2$; $Dd = \frac{1}{2}$; $DE = 2$

$p'''' = 1$; $Ee = \frac{1}{4}$; $EO = \frac{2}{3}$

$\Phi = \frac{3}{8m}$ ſeu $\Phi = \frac{1289}{m}$ min.

Hypoth. III. $m > 3\frac{3}{2}$

$k = 4$; $z = \frac{11}{6}$; $Aa = \frac{m}{50}$; $AB = \alpha$

$p' = \frac{4}{m+4}\alpha$; $Bb = \frac{2}{5}\cdot\frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{4}{m}\alpha$

$p'' = \frac{44}{11m+6\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{4}{50}$; $CD = \frac{11}{2}$

$p''' = \frac{11}{5}$; $Dd = \frac{11}{20}$; $DE = 2$

$p'''' = 1$; $Ee = \frac{1}{4}$; $EO = \frac{5}{8}$

$\Phi = \frac{2}{5m}$ ſeu $\Phi = \frac{1375}{m}$ min.

Hyp. IV. $m > 2\frac{1}{2}$

$k = 5$; $z = \frac{7}{4}$; $Aa = \frac{m}{50}$; $AB = \alpha$

$p' = \frac{5}{m+5}\alpha$; $Bb = \frac{5}{12}\cdot\frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{5}{m}\alpha$

$p'' = \frac{35}{7m+4\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{5}{50}$; $CD = 7$

$p''' = \frac{7}{3}$; $Dd = \frac{7}{12}$; $DE = 2$

$p'''' = 1$; $Ee = \frac{1}{4}$; $EO = \frac{3}{5}$

$\Phi = \frac{5}{12m}$ ſeu $\Phi = \frac{1432}{m}$ min.

Hypoth. V. $m > 2\frac{2}{5}$

$k = 6$; $z = \frac{17}{10}$; $Aa = \frac{m}{50}$; $AB = \alpha$

$p' = \frac{6}{m+6}\alpha$; $Bb = \frac{3}{7}\cdot\frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{6}{m}\alpha$

$p'' = \frac{102}{17m+10\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{6}{50}$; $CD = \frac{17}{2}$

$p''' = \frac{17}{7}$; $Dd = \frac{17}{28}$; $DE = 2$

$p'''' = 1$; $Ee = \frac{1}{4}$; $EO = \frac{7}{12}$

$\Phi = \frac{3}{7m}$ ſeu $\Phi = \frac{1473}{m}$ min.

Hyp. VI. $m > 2\frac{1}{3}$

$k = 7$; $z = \frac{5}{3}$; $Aa = \frac{m}{50}$; $AB = \alpha$

$p' = \frac{7}{m+7}\alpha$; $Bb = \frac{7}{16}\cdot\frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{7}{m}\alpha$

$p'' = \frac{35}{5m+3\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{7}{50}$; $CD = 10$

$p''' = \frac{5}{2}$; $Dd = \frac{5}{8}$; $DE = 2$

$p'''' = 1$; $Ee = \frac{1}{4}$; $EO = \frac{4}{7}$

$\Phi = \frac{7}{16m}$ ſeu $\Phi = \frac{1503}{m}$ min.

I.

I. $AE = \frac{m+2}{m}\alpha + 4\frac{1}{2}$	III. $AE = \frac{m+4}{m}\alpha + 7\frac{1}{2}$	V. $AE = \frac{m+6}{m}\alpha + 10\frac{1}{2}$ dig.
II. $AE = \frac{m+3}{m}\alpha + 6$	IV. $AE = \frac{m+5}{m}\alpha + 9$	VI. $AE = \frac{m+7}{m}\alpha + 12$ dig.

Species ſecundaria VI lentibus conſtans.

64. Factis iisdem denominationibus, primo erit ſemidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{3k\omega}{m(k+1)}$, reliquae vero menſurae:

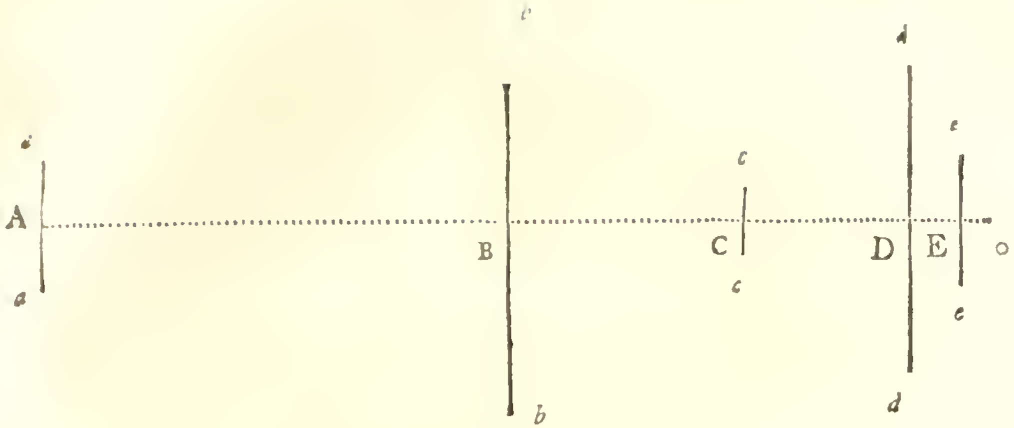
Lentis diſt. foci.	ſemid. apert.	Interuallum
in A . . . . . . α;	$Aa = x$;	$AB = \alpha$
in B . . $\frac{k}{m+k}\alpha$;	$Bb = \frac{3k\omega}{m(k+1)}\alpha$:	$BC = \frac{k}{m}\alpha$
in C . . $\frac{kz}{mz+\alpha}\alpha$;	$Cc = \frac{k}{m}x$;	$CD = (k-1)z$
in D . . $\frac{3(k-1)}{k+1}z$;	$Dd = \frac{3(k-1)\omega}{k+1}z$;	$DE = \frac{3(k-1)}{2(2k-1)}z$
in E . . $\frac{6k(k-1)}{2(k+1)(2k-1)}z$;	$Ee = \omega$ Diſt. foci	$EF = \frac{3(k-1)}{2(2k-1)}z$
in F . . $\frac{[illegible]}{2(2k-1)}z$;	$Ff = \omega$ diſt. foci	$FO = \frac{[illegible]}{2[illegible](k-1)}z$

Hypoth. I. $m > \infty$			Hyp. II $m > 9$		
$k = 2$; $z = 2$;	$Aa = \frac{m}{[illegible]}$;	$AB = \alpha$	$k = 3$; $z = [illegible]$;	$Aa = \frac{1}{[illegible]}$;	$AB = \alpha$
$p' = \frac{2}{m+2}\alpha$;	$Bb = \frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha}{m}$;	$BC = \frac{2}{m}\alpha$	$p' = \frac{3}{m+3}\alpha$;	$Bb = \frac{1}{14}\cdot\frac{\alpha}{m}$;	$BC = \frac{3}{m}\alpha$
$p'' = \frac{4}{2m+\alpha}\alpha$;	$Cc = \frac{2}{3}[illegible]$;	$CD = 2$	$p'' = \frac{1[illegible]}{5m+3\alpha}\alpha$;	$Cc = \frac{3}{53}$;	$CD = 3\frac{1}{3}$
$p''' = 2$;	$Dd = \frac{1}{2}$;	$DE = 1$	$p''' = \frac{5}{2}$;	$Dd = \frac{5}{8}$;	$DE = 1$
$p'''' = 2$;	$Ee = \frac{1}{2}$;	$EF = 1$	$p'''' = \frac{9}{4}$;	$Ee = \frac{9}{16}$;	$EF = 1$
$p^{V} = 1$;	$Ff = \frac{1}{4}$;	$FO = \frac{1}{2}$	$p^{V} = 1$;	$Ff = \frac{1}{4}$;	$FO = \frac{9}{4}$
$\Phi = \frac{[illegible]}{m}$ min.	$AF = \frac{m+2}{m}\alpha + 4$,	impoſſ.	$\Phi = \frac{1031}{m}$ min.	$AF = \frac{m+3}{3}\alpha + 5\frac{1}{3}$	

Hypoth. III. $m > 6$	Hyp. IV. $m > 5$
$k = 4$; $z =$ [illegible]; $Aa = \frac{m}{5}$; $AB = \alpha$	$k = 5$; $z = \frac{3}{2}$; $Aa = \frac{m}{5}$; $AB = \alpha$
$p' = \frac{4}{m+4}\alpha$; $Bb =$ [illegible] $\cdot \frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{4}{m}\alpha$	$p' = \frac{5}{m+5}\alpha$; $Bb = \frac{5}{8} \cdot \frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{5}{m}\alpha$
$p'' =$ [illegible] α (denominator $14m+9\alpha$); $Cc =$ [illegible]; $CD = 4\frac{2}{3}$	$p'' = \frac{15}{3m+2\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{5}{50}$; $CD = 6$
$p''' = \frac{14}{5}$; $Dd =$ [illegible]; $DE = 1$	$p''' = 3$; $Dd = \frac{3}{4}$; $DE = 1$
$p'''' = \frac{12}{5}$; $Ee = \frac{3}{5}$; $EF = 1$	$p'''' = \frac{5}{2}$; $Ee = \frac{5}{8}$; $EF = 1$
$p^{V} = 1$; $Ff = \frac{1}{4}$; $FO = \frac{5}{12}$	$p^{V} = 1$; $Ff = \frac{1}{4}$; $FO = \frac{2}{5}$
$\Phi = \frac{2063}{m}$ min. $AF = \frac{m+4}{m}\alpha + 6\frac{2}{3}$	$\Phi = \frac{2149}{m}$ min. $AF = \frac{m+5}{m}\alpha + 8$

Hypoth. V. $m > 4\frac{1}{2}$	Hyp VI. $m > 4\frac{1}{5}$
$k = 6$; $z = \frac{22}{15}$; $Aa = \frac{m}{55}$; $AB = \alpha$	$k = 7$; $z = \frac{13}{9}$; $Aa =$ [illegible]; $AB = \alpha$
$p' = \frac{6}{m+6}\alpha$; $Bb = \frac{9}{14} \cdot \frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{6}{m}\alpha$	$p' = \frac{7}{m+7}\alpha$; $Bb = \frac{21}{32} \cdot \frac{\alpha}{m}$; $BC = \frac{7}{m}\alpha$
$p'' = \frac{132}{22m+15\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{6}{55}$; $CD = 7\frac{1}{3}$	$p'' = \frac{91}{13m+9\alpha}\alpha$; $Cc = \frac{7}{55}$; $CD = 8\frac{2}{3}$
$p''' = \frac{22}{7}$; $Dd = \frac{11}{14}$; $DE = 1$	$p''' = \frac{13}{4}$; $Dd = \frac{17}{16}$; $DE = 1$
$p'''' = \frac{18}{7}$; $Ee = \frac{9}{14}$; $EF = 1$	$p'''' = \frac{21}{8}$; $Ee = \frac{21}{32}$; $EF = 1$
$p^{V} = 1$; $Ff = \frac{1}{4}$; $FO = \frac{7}{18}$	$p^{V} = 1$; $Ff = \frac{1}{4}$; $FO = \frac{8}{21}$
$\Phi = \frac{2210}{m}$ min. $AF = \frac{m+6}{m}\alpha + 9\frac{1}{7}$	$\Phi = \frac{2256}{m}$ min. et $AF = \frac{m+7}{m}\alpha + 10\frac{2}{5}$.

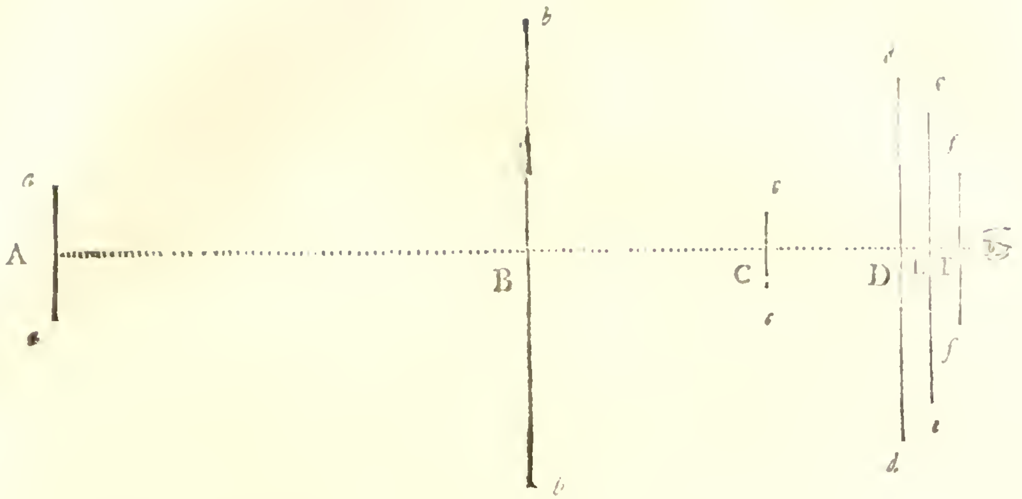
Tabula



Tabula Teleſcopiorum ex quinque lentibus compoſitorum.

Multiplicatio	Lentis focus.	A A a	Diſt. A B	Lentis focus.	B B b	Diſt. BC	Lentis focus.	C C e	Diſt. C D	Lentis focus.	D D d	Diſt. D E	Longit. tubi.	ſemid. campi.
5	8	0, 1	8	4, 00	0, 67	8, 00	4, 18	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	25,	4°. 46′
10	18	0, 2	18	6, 00	0, 75	9, 00	4, 44	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	36,	2. 23
15	30	0, 3	30	7, 50	0, 83	10, 00	4, 66	0, 1	7	2, 33	0. 58	2	49,	1. 35
20	42	0, 4	42	8, 40	0, 87	10, 50	4, 77	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	61, 5	1. 11
25	56	0, 5	56	9, 33	0, 93	11, 20	4, 91	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	76, 2	0. 57
30	70	0, 6	70	10, 00	0, 97	11, 67	5, 00	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	90, 67	0. 47
35	85	0, 7	85	10, 62	1, 01	12, 14	5, 09	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	106, 14	0. 41
40	100	0, 8	100	11, 11	1, 04	12, 50	5, 15	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	121, 50	0. 36
45	120	0, 9	120	12, 00	1, 11	13, 33	5, 22	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	142, 33	0. 32
50	140	1, 0	140	12, 73	1, 17	14, 00	5, 38	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	163,	0. 28
60	180	1, 2	180	13, 85	1, 25	15, 00	5, 53	0, 1	7	2, 33	0, 58	2	204,	0. 24

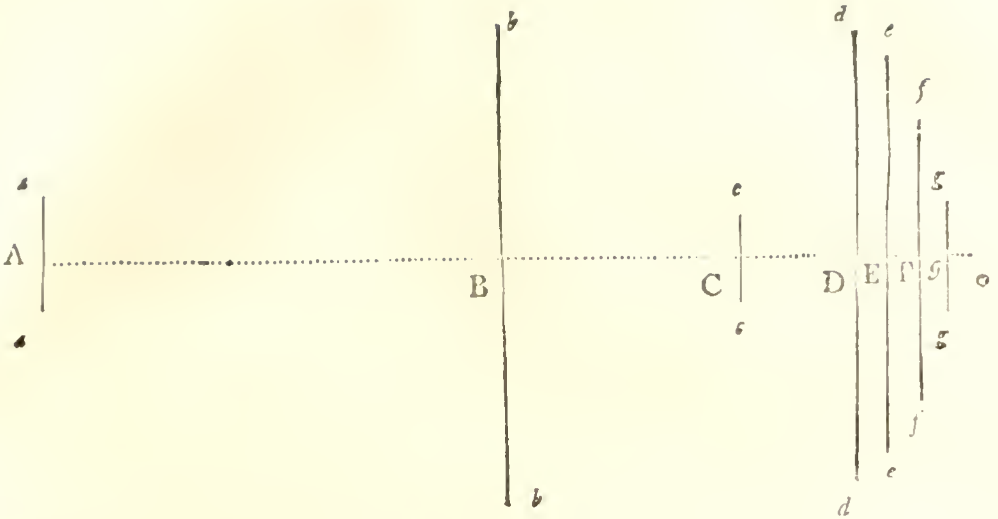
Hic lentis vltimae E diſtantia foci eſt 1 dig. ſemid. aperturae $Ee = \frac{5}{4}$ et poſt eam diſtantia oculi $EO = \frac{3}{5}$ dig.



Tabula Teleſcopiorum ſex lentibus conſtantium.

Multiplicatio	Lentis focus	A Aa	Diſt AB	Lentis focus	B Bb	Diſt. BC	Lentis C focus	Longitudo tubi AF	ſemid. campi
5	8	0,1	8	4,00	1,00	8,00	3,87	24,00	7°. 10
10	18	0,2	18	6,00	1,14	9,00	4,09	35,00	3. 35
15	30	0,3	30	7,50	1,25	10,00	4,28	48,00	2. 23
20	42	0,4	42	8,40	1,31	10,50	4,37	60,50	1. 47
25	56	0,5	56	9,33	1,40	11,20	4,44	75,20	1. 26
30	70	0,6	70	10,00	1,46	11,67	4,57	89,67	1. 11
35	85	0,7	85	10,62	1,51	12,14	4,64	105,14	1. 1
40	100	0,8	100	11,11	1,56	12,50	4,69	120,50	0. 54
45	120	0,9	120	12,00	1,67	13,33	4,80	141,67	0. 48
50	140	1,0	140	12,73	1,76	14,00	4,88	162,00	0. 43

Lentis C aperturae ſemidiameter eſt $\frac{1}{15}$ dig. et diſtantia CD . . 6 dig.
Lentis D focus eſt 3 dig. ſemid. apert. D*d* . $\frac{3}{4}$ dig. et diſt. DE . 1 dig.
Lentis E focus eſt $2\frac{1}{2}$ dig. ſemid. apert. E*e* . $\frac{5}{8}$ dig. et diſt. EF . 1 dig.
Lentis F focus eſt 1 dig. ſemid. apert. F*f* . $\frac{1}{4}$ dig. et oculi diſt. FO . $\frac{2}{5}$ dig.



Tabula Teleſcopiorum ex ſeptem lentibus compoſitorum.

Multi-	Lentis	A	Diſt.	Lentis	B	Diſt.	Lentis C	Longid.	ſemid.
plicat.	focus.	A*a*	A B	focus.	B*b*	B C	focus.	tubi A F	campi.
5	8	0,1	8	4,00	1,33	8,00	3,63	23,33	9°,32′
10	18	0,2	18	6,00	1,50	9,00	3,83	34,33	4, 46
15	30	0,3	30	7,50	1,66	10,00	4,00	47,33	3, 10
20	42	0,4	42	8,40	1,74	10,50	4,08	59,80	2, 22
25	56	0,5	56	9,33	1,86	11,20	4,18	74,53	1, 54
30	70	0,6	70	10,00	1,94	11,67	4,24	89,00	1, 34
35	85	0,7	85	10,62	2,02	12,14	4,30	104,47	1, 22
40	100	0,8	100	11,11	2,08	12,50	4,35	119,83	1, 12
45	120	0,9	120	12,00	2,22	13,33	4,44	140,67	1, 4
50	140	1,0	140	12,73	2,34	14,00	4,51	161,33	0, 56

Lentis C apert. ſemid. eſt conſtanter C*c*. $\frac{1}{10}$ dig. et diſt. CD . . 5 dig.
Lentis D focus eſt $3\frac{1}{3}$ dig ſemid. ap. D*d*. $\frac{5}{6}$ dig. et diſt. DE . 0,89 dig.
Lentis E focus eſt 3,04 dig. ſem. ap. E*e*. 0,76. et diſt. E F . 0,62 dig.
Lentis F focus eſt 2,21 dig. ſem. ap F*f*. 0,55 et diſt. F G . 0,51 dig.
Lentis G focus eſt 1,02 dig. ſemid. apert. Gg . 0,26 et diſt. oculi GO . . 0,30 dig.

DE

DE ROTATIONE SOLIS CIRCA AXEM EX MOTV MACVLARVM APPARENTE DETERMINANDA.

Auctore

IOH. ALBERTO EVLER.

RATIO definiendi motum Solis gyratorium ex macularum motu apparente, prouti paſſim in libris Aſtronomorum traditur, non ſolum ob figurarum complicationem eximiam imaginationis vim requirit, ſed etiam non ſatis accurate id, quod quaeritur, determinare videtur.

Etſi autem ipſa haec quaeſtio ob ſummam mutabilitatem, cui eadem macula breui ſaepe temporis interuallo obnoxia deprehenditur, ad concluſionem omnibus numeris abſolutam deducere nequit; tamen nullum eſt dubium, quin methodus rigori geometrico magis conformis multo maiorem allatura ſit vtilitatem; praecipue ſi concluſiones per conſenſum plurium obſeruationum confirmentur.

Quodſi enim huiusmodi determinationes per aliquod ſaeculorum ſpatium inſtituantur, quaeſtio certe maximi momenti inde confici poterit, vtrum motus ſolis gyratorius tam ratione axis quam rapidita-

ditatis ſit immutabilis, an vero cuipiam mutationi ſubiectus?

HOC igitur negotium pertractaturus imprimis operam dabo, vt omnia momenta, quibus reuolutio ſolis circa proprium axem continetur, ita clare et dilucide exponam, vt non ſolum omnia ſine tot linearum in figuris exhiberi ſolitarum complexione intelligi, ſed etiam vniuerſus calculus ſatis commode ad finem perduci queat.

ANTE omnia autem hic monere debeo, iſtam quaeſtionem non tam circa motum ipſius ſolis verſari, quam circa motum, quo maculae ſiue in eius ſuperficie, ſiue in atmoſphaera circumferuntur, niſi igitur aliunde conſtet maculas ab ipſo ſolis motu abripi, quod quidem eſt veriſimillimum, hinc nihil de vero motu corporis ſolaris concludi licet

DEINDE etiam inter Aſtronomos non ſatis conſtat, vtrum maculae ipſi ſolis ſuperficiei adhaereant, an vero quopiam interuallo inde ſint diſſitae? Quam ob rem methodum, quam ſum traditurus, ita inſtituam, vt ex ea quoque haec quaeſtio decidi poſſit; quatuor ad hoc tantum opus erit eiusdem maculae obſeruationibus, cum alioquin, ſi maculae ipſi ſuperficiei ſolis adhaerentes aſſumerentur, tres ſufficerent.

VT igitur omnia, quae huc pertinent, diſtincte proponam, ea quae obſeruationes nobis immediate ſuppeditant, probe ſunt diſcernenda a concluſionibus,

nibus, quae deinceps ex iis deriuabuntur, et quoniam pluribus concluſionibus eſt opus, antequam ad finem optatum perueniamus, in his certus conſtituendus erit ordo, vt nulla confuſio ſit pertimeſcenda.

PRIMVM igitur tam locus quam tempus, quo macula obſeruatur, ſedulo debet notari; ratione loci ſcilicet eleuatio poli accurate debet eſſe cognita, tum vero ratione temporis horam diei, quota ea ſit ſive ante ſiue poſt meridiem ope horologii oſcillatorii ad meridiem correcti exploratam eſſe oportet; ad quod tempus verus locus ſolis in ecliptica inſuper eſt colligendus, qui ſiue ex tabulis deſumatur, ſiue ex declinatione ſolis concludatur, perinde eſt, dummodo veritati ſit conſentaneus. Interim tamen leuis error in his momentis commiſſus facile condonari poteſt, cum concluſiones inde vix afficiantur; id quod praecipue eſt animaduertendum, ſi obſeruationes antiquas, quae non omni cura ſint inſtitutae, ad calculum reuocare velimus.

SIVE diſcum ſolis directe inſpiciamus, ſiue eius imaginem in camera obſcura excipiamus, primum omnium locum maculae M ratione diametri ſolis verticalis AB accuratiſſime definiri conuenit; vtroque autem modo diameter verticalis facillime asſignatur. Tab. IV. Fig. 1.

POSTQVAM autem diameter ſolis apparens diligentiſſime fuerit menſuratus, atque in certum par-

 tium

tium aequalium numerum diſtributus, ex obſeruatione facile in huiusmodi partibus primo diſtantia maculae M a margine Solis, indeque eius diſtantia a centro diſci CM definitur; tum vero ſi inſuper diſtantia maculae a diametro verticali MC ſpectetur, angulus ACM, quo recta CM in centro ad diametrum verticalem AB inclinatur, colligetur, vbi ſimul notetur, vtrum macula in ſemiſſem diſci orientalem an occidentalem cadat. Atque ad has duas res, rationem ſcilicet diſtantiae CM ad diametrum diſci et angulum ACM, refero ea, quae obſeruatio nobis immediate circa locum maculae patefacit.

OBSERVATIONE iam expedita prima operatio, quae ſuſcipi debet, in eo conſiſtit, vt locus maculae ad eclipticam reducatur, cum enim ob motum diurnum diameter diſci verticalis continuo mutetur, alia linea in diſco ſolis fixa, quae non a loco obſeruatoris pendeat, pro norma eſt aſſumenda, talem autem lineam praebet ſectio ſolis ab ecliptica facta, quae quoniam ſpectator ſemper in plano eclipticae verſatur, in diſco ſolis per lineam rectam EF per centrum C tranſeuntem repraeſentabitur; atque haec linea EF cum diametro verticali AB eundem faciet angulum ACE, quem in coelo hoc tempore ecliptica cum circulo verticali per centrum ſolis tranſeunte conſtituere deprehendetur.

QVAESTIO igitur, quae hic primum enodanda occurrit, in eo verſatur, vt *datis, eleuatione poli,*

longi-

longitudine ſolis, et tempore ſiue ante-ſiue po-meridiano, angulus definiatur, quem tum in coelo ecliptica facit cum circulo verticali per centrum ſolis ducto.

Huius igitur quaeſtionis praecepta trigonometriae ſequentem ſolutionem largiuntur.

SIT Z zenith loci propoſiti et P polus; vnde ſi eleuatio poli ſit $=p$, eius complementum $90^\circ - p$ dabit arcum PZ: Tab. IV. Fig. 2.

tum ex tempore a meridie iam elapſo datur angulus ZPS qui ſit $=t$; et centrum ſolis S alicubi in circulo declinationis PR haerebit.

Sit ♈R arcus aequatoris, in eoque ♈ punctum aequationе vernum, a quo, quia figura regionem occidentalem referre ſumitur, ecliptica ſupra aequatorem verſus ♈SE ſecundum ſignorum ſeriem extendetur, locumque centri ſolis S deſignabit, ad quod circulus verticalis ZS ducatur.

Iam vero datur longitudo Solis ſeu arcus ♈S $=l$

ex quo cum obliquitate eclipticae S♈R $=e$

colligitur primo ſin. RS = coſ. PS = ſin. l. ſin. e

deinde cotang. ♈SR = cotang. ESP = tang. e coſ. l

ſit ergo PS $=q$ et angulus ESP $=u$

vt ſit coſ. q = ſin. e. ſin. l et cotang. u = tang. e. coſ. l

atque ex triangulo ſphaerico ZPS elicietur

$$\text{cotang. } ZSP = \frac{\text{ſin. } q \text{ tang. } p - \text{coſ. } q \text{ coſ. } t}{\text{ſin. } t}$$

ſi igitur ponamus angulum $ZSP = v$
habebimus angulum quaeſitum $ZSE = u - v$.

Facilius hunc calculum expedire poterimus, ſi altitudinem Solis per obſeruationem habuerimus. Poſita enim diſtantia Solis a Zenith ſeu arcu $ZS = s$ ex triangulo ſphaerico ZPS ſtatim habemus

$$\text{ſin.}\, s : \text{ſin.}\, t = \text{ſin.}\, ZP : \text{ſin.}\, ZSP = \text{coſ.}\, p : \text{ſin.}\, v$$

$$\text{ſeu } \text{ſin.}\, v = \frac{\text{ſin.}\, t \cdot \text{coſ.}\, p}{\text{ſin.}\, s}.$$

EN ergo ſolutionem ad calculum maxime accommodatam.

Sit p eleuatio poli
t tempus a meridie elapſum in arcum aequatoris conuerſum
l longitudo Solis tempore obſeruationis
s diſtantia Solis a Zenith obſeruata
e obliquitas eclipticae.

Hinc quaerantur anguli u et v, ita vt ſit

$$\text{cotang.}\, u = \text{tang}\, e \cdot \text{coſ.}\, l \quad \text{et} \quad \text{ſin.}\, v = \frac{\text{ſin.}\, t \cdot \text{coſ.}\, p}{\text{ſin.}\, s}$$

quibus inuentis habebitur angulus $ZSE = u - v$ quem ſcilicet ecliptica cum circulo verticali ZS orientem verſus conſtituit.

Si obſeruatio inſtituatur ante meridiem, in calculo tantum angulus t ex tempore a meridie definitus negatiue capi debet, vnde ſimul angulus v prodit

prodit negatiuus, fietque, calculo ceterum eodem manente, angulus

$$ZSE = u + v.$$

HVIC igitur angulo ZSE in figura diſci ſolaris obſeruata conſtituatur aequalis angulus ACE, quem diameter verticalis AB in centro C ortum verſus cum ecliptica ECF comprehendit. Atque hinc iam innoteſcet angulus ECM, quo recta CM ex centro diſci ad maculam ducta ad eclipticam EF inclinatur, quo inuento in figura diameter verticalis AB omnino deleatur, cum eo amplius non ſit opus; diſtantia autem maculae a centro diſci CM retineatur, vt ante fuit inuenta, ita vt cognita ſit ratio huius diſtantiae CM ad diametrum vel ſemidiametrum diſci. Fig. 1.

NVNC igitur obſeruationem eo reduximus, vt praeter diſtantiam maculae a centro diſci ad ſemidiametrum relatam angulus quoque ad eclipticam ECM pateat.

Huiusmodi autem reductio a diametro verticali ad eclipticam pro ſingulis obſeruationibus circa maculas factis inſtituatur; inter quas imprimis eae notentur, quae ad eandem maculam pertinent, vt ex collatione plurium huiusmodi determinationum eiusdem maculae motus eius verus concludi queat.

IAM primam hanc operationem ſequi debet ſecunda, qua ex loco maculae in diſco aſſignato, eius

eius locus in ipſa ſuperficie ſolis ſphaerica, ſeu ſphaera maiore ei concentrica inueſtigatur, ſi quidem maculae in ipſa ſuperficie ſolari haerere non cenſeantur.

Hoc autem caſu calculus non multo difficilior euadet. Loco Solis enim ſubſtituatur mente globus maior vsque ad regionem macularum extenſus, vnde aliud diſcrimen in calculo non redundabit, niſi quod diſcus Solis maior, quam reuera apparet, aſſumi debeat; ſicque in figura diametrum diſci AB aliquantum augeri, ad eumque diſtantiae CM rationem indagari conueniet; quod augmentum etſi eſt adhuc ignotum, tamen quantitas incognita ob id introducta calculum non admodum turbabit.

Interim tamen totum negotium aliquot hypotheſibus circa diſtantiam macularum a Sole fingendis promtiſſime abſoluetur, dum aliquot calculis ſubductis facile colligetur, quaenam hypotheſis optime ſecum conſiſtat, atque ad veritatem proxime accedat; ex collatione autem errorum, quibus forte ſingulae inquinatae deprehendentur, veritas facillime elicietur.

Tab. IV. Fig. 3. DESIGNET ergo circulus CDGH globum Solis vel naturalem vel auctum ea ratione, qua maculas ab eius ſuperficie diſtare ſuſpicamur; terra autem ſit in T, vnde ductis tum ad centrum Solis O, tum ad contactum D rectis TO et TD, angulus OTD exhibebit ſemidiametrum diſci apparentis, quem

quem ſiue obſeruationi conformem, ſiue certa quadam ratione auctum aſſumamus.

Punctum porro C referet centrum diſci, et quilibet circulus maximus per C ductus in diſco per lineam rectam centrum traiicientem repreſentabitur; per hoc punctum C tranſibit quoque circulus maximus in ſuperficie Solis eclipticam referens, ad quem ergo quilibet alius circulus maximus per C ductus aeque erit inclinatus, atque eius ſpecies in diſco ad rectam EF, eclipticam repraeſentantem. Nempe ſi CDGH fuerit circulus maximus per locum maculae M tranſiens, eius inclinatio ad planum eclipticae aequalis erit angulo ECM in fig. 1. expreſſo.

Nunc igitur quaeritur in ſuperficie Solis arcus CM ſeu angulus COM.

SIT r ſemidiameter Solis apparens, iam ratione quapiam auctus, prout hypotheſin circa macularum diſtantiam finxerimus;

in diſco autem Solis fuerit diſtantia maculae a centro (fig. 1.) $CM = x$.

Nunc igitur in fig. 3. habebimus angulos

$$OTD = r \qquad \text{et } OTM = x$$

vnde erit $OT : OD = 1 : \text{ſin.}\, r = OT : OM$

At eſt $OM : OT = \text{ſin.}\, x : \text{ſin.}\, TMN = \text{ſin.}\, r : 1$

hincque nanciſcimur $\text{ſin.}\, TMN = \frac{\text{ſin.}\, x}{\text{ſin.}\, r}$

ex quo porro colligitur angulus $COM = TMN - x$.

EX data ergo in diſco Solis diſtantia maculae a centro $CM = x$ et ſemidiametro diſci $= r$; quia anguli r et x ſunt valde parui, quaeratur angulus w vt ſit

$$\text{ſin. } w = \frac{x}{r}$$

atque in ſuperficie Solis habebitur angulus COM $= w - x$.

Angulus autem, quo arcus CM ſeu planum COM ad planum eclipticae inclinatur, aequalis erit illi, quo in obſeruatione diſci (fig. 1.) recta CM ad eclipticam EF inclinata eſt reperta.

Hoc igitur calculo operatio ſecunda erit abſoluta.

Tab. IV. Fig. 4. SEQVITVR tertia operatio, qua ſphaeram ſolarem iam ſine reſpectu ad ſpectatorem habito, per eclipticam ECF in duo hemiſphaeria diuiſam nobis repraeſentamus, quae ſi cum diſco, qua forma nobis apparet, comparetur, terminus E nobis ortum, terminus F autem occaſum verſus conſpicitur; at ex centro Solis viciſſim punctum E occaſum et F ortum verſus apparet, vnde puncta E, C, F ſecundum ſignorum ſeriem erunt diſpoſita.

SVMTO ergo in ecliptica puncto fixo E veluti principio arietis, ad tempus propoſitum colligatur locus terrae heliocentricus, qui erit $180° + l$, eique conuenienter capiatur punctum C, quod tum ex terra tanquam centrum diſci ſolaris ſpectabitur. Sumatur

matur porro angulus ECM aequalis ei, qui ex obſeruatione eſt inuentus, et arcus $CM = w - x$ ſecundum operationem praecedentem; eritque M verus locus maculae in globo ſolari tempore obſeruationis.

Similique modo pro ſingulis obſeruationibus ſitus macularum ad veram ſphaeram ſolarem refeietur.

CVM autem pro diuerſis obſeruationum momentis punctum C aliis atque aliis eclipticae gradibus reſpondeat, conueniet locum maculae M ad punctum eclipticae fixum veluti principium arietis, quod ſit in E, referri.

Ex E ergo ad maculam M ducatur arcus circuli maximi EM, et quia in triangulo ſphaerico ECM dantur

I. Longitudo terrae heliocentrica ſeu arcus $EC = 180° + l$

II. Diſtantia maculae a puncto C ſeu arcus $CM = m$

III. Angulus ECM per obſeruationem, qui ſit $= n$.

Reperitur pro loco maculae ad punctum fixum E relato $\text{coſ.}\, EM = -\text{ſin.}\, l\, \text{ſin.}\, m . \text{coſ.}\, n - \text{coſ.}\, l . \text{coſ.}\, m$

et $\text{cotang.}\, CEM = \frac{\text{coſ.}\, l . \text{coſ.}\, n - \text{ſin.}\, l . \text{cotang.}\, m}{\text{ſin.}\, n}$

Vel commodius ex M in eclipticam ducatur perpendiculariter arcus circuli maximi MN, eritque

$\text{ſin.}\, MN = \text{ſin.}\, m . \text{ſin.}\, n$ et $\text{tang.}\, CN = \text{tang.}\, m . \text{coſ.}\, n$.

 Quare

Quare ſi capiatur polus eclipticae π indeque ad maculam M circulus latitudinum πM ducatur, erit coſ $\pi M =$ ſin. m. ſin. n

et $E\pi M = 180° + l - CN$

exiſtente tang. CN $=$ tang. m. coſ. n.

Tab. IV. Fig. 5. HIS expeditis, opus tandem quarta operatione abſoluetur. Notatis enim tribus eiusdem maculae ſucceſſiue obſeruatae locis per praecepta ante tradita in globum ſolarem translatis M, M′, M″, quaeſtio iam huc reuocatur, vt in globi ſuperficie quaeratur punctum 𝔓, quod ab his tribus locis M, M′, M″ aeque ſit remotum, hoc enim punctum erit alter axis polus, circa quem ſol gyratur, eiusque oppoſitum dabit alterum polum.

Sumto ergo polo eclipticae π, ſint ea quae dantur:

I. angulus ♈ $\pi M = a$; arcus $\pi M = f$;
II. angulus ♈ $\pi M' = b$; arcus $\pi M' = g$;
III. angulus ♈ $\pi M'' = c$; arcus $\pi M'' = h$; porro

μ tempus a prima obſeruatione M ad ſecundam M′ elapſum

ν tempus a prima obſeruatione M ad tertiam M″ elapſum.

Deinde pro iis quae quaeruntur, ſit retro pone globum angulus ♈ π𝔓 $= y$

vt longitudo huius poli ſit $= 12^s - y$

et diſtantia eius a polo eclipticae ponatur π𝔓 $= z$.

Quae

Quas binas incognitas inde determinari oportet, quod tres diſtantiae $\mathfrak{P}M$, $\mathfrak{P}M'$, $\mathfrak{P}M''$ inter ſe aequales eſſe debent.

VERVM tria triangula ſphaerica $\mathfrak{P}\pi M$, $\mathfrak{P}\pi M'$, $\mathfrak{P}\pi M''$, ob angulos $\mathfrak{P}\pi M = a+y$; $\mathfrak{P}\pi M' = b+y$ $\mathfrak{P}\pi M'' = c+y$ dabunt:

$$\text{coſ.}\,\mathfrak{P}M = \text{coſ.}f.\,\text{coſ.}z + \text{ſin.}f.\,\text{ſin.}z.\,\text{coſ.}(a+y)$$
$$\text{coſ.}\,\mathfrak{P}M' = \text{coſ.}g.\,\text{coſ.}z + \text{ſin}\,g\,\text{ſin.}z.\,\text{coſ.}(b+y)$$
$$\text{coſ.}\,\mathfrak{P}M'' = \text{coſ.}h.\,\text{coſ.}z + \text{ſin.}\,h.\,\text{ſin.}z.\,\text{coſ.}(c+y)$$

et ex trium harum formularum aequalitate conſequimur:

$$\text{cotang.}\,z = \frac{\text{ſin.}f.\,\text{coſ.}(a+y) - \text{ſin.}g.\,\text{coſ.}(b+y)}{\text{coſ.}g - \text{coſ.}f} \quad \text{et etiam}$$
$$\text{cotang.}\,z = \frac{\text{ſin.}f.\,\text{coſ.}(a+y) - \text{ſin.}h.\,\text{coſ.}(c+y)}{\text{coſ.}h - \text{coſ.}f}$$

hincque porro:

$$\left.\begin{array}{l} +(\text{ſin.}f.\,\text{coſ}\,g - \text{ſin.}f\,\text{coſ.}h)\,\text{coſ.}(a+y) \\ +(\text{ſin}\,g.\,\text{coſ.}h - \text{ſin.}g.\,\text{coſ.}f)\,\text{coſ.}(b+y) \\ +(\text{ſin.}h.\,\text{coſ.}f - \text{ſin.}h.\,\text{coſ.}g)\,\text{coſ.}(c+y) \end{array}\right\} = 0$$

ex qua tandem colligimus $\text{tang.}\,y =$

$$\frac{\pm\text{coſ.}a.\,\text{ſin.}f(\text{coſ.}g-\text{coſ.}h)+\text{coſ.}b.\,\text{ſin}\,g.(\text{coſ}\,h-\text{coſ.}f)+\text{coſ.}c\,\text{ſin.}h(\text{coſ.}f-\text{coſ}\,g)}{+\text{ſin.}a.\,\text{ſin.}f(\text{coſ.}g-\text{coſ}\,h)+\text{ſin}\,b.\,\text{ſin.}g.(\text{coſ.}h-\text{coſ.}f)+\text{ſin.}c.\,\text{ſin.}h(\text{coſ.}f-\text{coſ.}g)}$$

hocque valore ſubſtituto $\text{cotang.}\,z =$

$$\frac{\text{ſin.}(b-a)\,\text{ſin.}f.\,\text{ſin.}g.+\text{ſin.}(c-b)\,\text{ſin}\,g.\,\text{ſin.}h+\text{ſin.}(a-c)\,\text{ſin.}f\,\text{ſin}\,h}{\sqrt{2\left\{\begin{array}{l}\text{ſin}\,f^2\,\text{coſ.}g(\text{coſ.}g-\text{coſ}\,h)+\text{coſ.}(b-a)\,\text{ſin.}f.\,\text{ſin.}g(\text{coſ.}g-\text{coſ.}h)(\text{coſ.}h-\text{coſ.}f)\\ \text{ſin}\,g^2\,\text{coſ.}h(\text{coſ}\,h-\text{coſ}\,f)+\text{coſ.}(c-b)\,\text{ſin}\,g.\,\text{ſin}\,h(\text{coſ.}h-\text{coſ.}f)(\text{coſ.}f-\text{coſ}\,g)\\ \text{ſin.}h^2\,\text{coſ.}f(\text{coſ}\,f-\text{coſ.}g)+\text{coſ.}(a-c)\,\text{ſin.}h.\,\text{ſin.}f(\text{coſ.}f-\text{coſ.}g)(\text{coſ.}g-\text{coſ.}h)\end{array}\right\}}}$$

INVENTO autem angulo y, ex eo facilius inuenitur z per formulam:

$$\text{cotang. } z = \frac{\text{ſin.} f. \text{coſ.} (a + y) - \text{ſin.} g. \text{coſ.} (b + y)}{\text{coſ.} g - \text{coſ.} f}$$

vnde porro elicitur diſtantia maculae a polo Solis $\mathfrak{P}M$ quippe erit coſ. $\mathfrak{P}M =$

$$\frac{\text{ſin} (b-a) \text{ſin.} f \text{ſin.} g \text{coſ.} b + \text{ſin.} (c-b) \text{ſin.} g \text{ſin.} b \text{coſ.} f + \text{ſin.} (a-c) \text{ſin.} f \text{ſin.} b . \text{coſ.} g}{\text{ſin.} (b-a) \text{ſin.} f . \text{ſin.} g + \text{ſin.} (c-b) \text{ſin.} g . \text{ſin.} b + \text{ſin.} (a-c) \text{ſin.} f . \text{ſin.} b} . \text{coſ.} z$$

Hinc autem protinus angulus $M\mathfrak{P}M'$, quo macula tempore μ circa polum $\mathfrak{P}$ rotatur innoteſcit, erit nempe

$$\text{coſ.} M\mathfrak{P}M' = \frac{\text{coſ.} f. \text{coſ.} g + \text{coſ.} (b - a) \text{ſin.} f. \text{ſin.} g - \text{coſ.} \mathfrak{P}M^2}{\text{ſin.} \mathfrak{P}M^2}$$

qui angulus ſe habebit ad tempus μ vt 360° ad tempus periodicum Solis circa axem.

SIMILI modo ex tempore ν quoque hoc tempus periodicum obtinetur, ex cuius conſenſu vel diſſenſu cum antecedente, hypotheſis circa diſtantiam macularum aſſumta vel confirmabitur, vel emendabitur.

Praeſtabit autem tam eiusdem maculae plures obſeruationes, quam plurium macularum obſeruationes hoc modo expendiſſe, atque ex plurium concluſionum conſenſu axis ſolaris poſitionem vna cum celeritate gyrationis demum conſtitui.

PHYSI-

PHYSICA.

DE

DE CALORIS COMMVNICATIONIS EXCEPTIONE PHAENOMENA NOVA EXPERIMENTIS ELICITA, ET EXPLICATIONES.

Auctore

I. A. BRAVNIO.

Quum in gradus caloris hydrargyri bullientis adcuratius inquirerem, vti experimenta in diſſertatione mea de gradibus frigoris fluidorum, ſub quibus in ſtatum firmitatis tranſeunt, et caloris, ſub quibus bulliunt, allata monſtrant: (cf. Comm. Tom. VIII.) obſeruaui diu hydrargyrum in vaſe contentum ante ebulliiſſe, quam in thermometro mercuriali ebull re inciperet. Tempus hoc interiectum inter ebullitionem mercurii in vaſe, et thermometro contenti, vel ideo neceſſarium eſſe iudicaui, quod communicatio caloris tantum temporis ſpatium requirat, vel quod differentia caloris inter mercurium in vaſe et thermometro contentum, non ſolum ab initio, ſed in progreſſu bullitionis ſit, et perpetuo maneat. Prius non probabile mihi videbatur, quoniam tanto tempore communicatio caloris licet ſucceſſiua, indigere non videbatur; poſterius autem, quod differentia caloris inter mercurium in

vaſe et thermometro contentum ebullientem intercederet, paradoxum viſum eſt, quoniam calor thermometri et aëris thermometrum ambientis, vel aliorum fluidorum thermometra ambientium, pro vno eodemque haberi ſolet. Experimentis igitur rem dubiam decidendam cenſui. Sed quum in mercurio ebulliente, thermometro mercuriali hoc explorari non poſſit; experimenta in aliis fluidis et liquoribus capienda exiſtimaui, quae bullientia, mercurium in thermometro immerſo bullientem non efficiant. Primum, quod cepi fluidum, fuit aqua. Hanc ebullientem feci in vaſe cupreo maiori, in quo vaſculum itidem cupreum aqua ad duas tertias plenum poſitum erat ita, vt aqua maioris vaſis altior eſſet aqua in minori contenta, ne qua pars aquae minoris vaſis, non cincta eſſet aqua maioris vaſis. Aquam in vaſe maiori vltra horam vehementiſſime bullientem ſeruaui, et nullum ebullitionis veſtigium in aqua minoris vaſis adparuit.

Vix igitur ac ne vix quidem amplius dubitare poteram, quin calor aquae bullientis in vaſe maiori diuerſus eſſet, a calore aquae vaſis minoris, quae nullo modo per aquam ebullientem vaſis maioris perduci ad ebullitionem potuit. Reſtabat igitur, vt hanc caloris differentiam determinarem, id quod thermometro mercuriali perfeci. Thermometrum ſcalae Delilianae in aquam bullientem vaſis maioris immerſum, monſtrabat ciphram, nullitatis

notam,

notam, ſiue gradum 150. ſupra punctum congelationis. At enim vero calor aquae minoris vaſis eodem modo et eodem thermometro exploratus nouem gradibus minor deprehendebatur, quae differentia conſtans manebat, vt neque aucta neque diminuta, durante ebullitione aquae in vaſe maiori, videretur.

Repetii hoc experimentum ſaepius et ſub variatis circumſtantiis, et euentum ſemper eundem obſeruaui. Scilicet cepi vaſa varii generis, metallica, vitrea, lapidea etc. ſed differentia vaſorum differentiam in effectu nullam produxit; aqua nimirum in nullo vaſe minore, in media aqua ebulliente vaſis maioris poſita, ad ebullitionem cogi potuit, et differentia vtriusque aquae conſtans fuit 9°. Experimenta haec omnia in aëre aperto, in vaſe non clauſo ſunt inſtituta, adeoque de his tantum valet, quod euentus ſemper fuerit idem, qui tamen diuerſus fuit obſeruatus, ſi in vaſis clauſis experimenta caperentur, de quo experimentorum genere in ſequentibus dicam.

Vtrum in aliis quoque fluidorum generibus idem phaenomenum paradoxum obtineret, vlterioribus experimentis explorandum exiſtimaui. Cepi primum ſpiritus vini, et ante omnia ſpiritum vini rectificatiſſimum optimae notae. Ebulliit plene ſub gradu thermometri noſtri 32. vti calorem ebullitionis ſpiritus vini rectificatiſſimi determinauimus in diſſertatione noſtra citata, Vid. Comm. Acad. Nov.

 Tom.

Tom. VIII. p. 358. ſed ſpiritus vini idem contentus in paruo cylindro vitreo, immerſo bullienti, nullo modo ad bullitionem perduci potuit. Explorandum nunc erat, vtrum differentia caloris, et quanta intercederet inter S. V. R. in cylindro cupreo bullientem, et in cylindro paruo vitreo immerſo, non bullientem. Thermometro immerſo, reperi differentiam quatuor graduum. Scilicet bulliens S. V. R. 4° calidior erat, quam non bulliens, adſcenderat enim mercurius ad gradum 36. tantum in cylindro paruo vitreo. Habuit igitur ſpiritus vini rectificatiſſimus eadem phaenomena, ac aqua, hoc tantum cum diſcrimine, quod differentia caloris minor, quam in aqua eſſet. Praeter hoc fluidum, nullum aliud a me exploratum eadem monſtrauit phaenomena, vti experimenta porro mihi inſtituta oſtendent.

Spiritus vini gallicus bulliens factus, effecit quidem alium in medio poſitum quoque bullientem poſt paruum tempus interiectum; interim differentia caloris inter vtrumque ebullientem in vaſe maiori et minori deprehendebatur $=12°$.

Spiritus vini ruſſicus melioris notae idem phaenomenum praebuit. Scilicet factus eſt et hic in cylindro paruo contentus, et in cylindro maiori poſitus ebulliens, ab ebulliente in vaſe maiore contento, paruo temporis ſpatio interiecto. Differentia caloris vtriusque bullientis erat fere aequalis ſuperiori, ſcilicet 13°.

Spi-

Spiritus vini ruſſici vulgaris explorati idem fuit euentus, differentia tantum caloris reperiebatur maior ſcilicet 15°.

Praeter hos ſpiritus vini, ipſa quoque vina exploraui. Phaenomena fere fuere eadem, bullientia ſcilicet vina omnia effecere bullientia in medio poſita poſt paruum tempus, ebullitione in vaſe maiori facta. Differentia caloris erat vt plurimum = 6 et 7°.

Eadem quoque fuere phaenomena in cereuiſia et lacte, tantum differentiae erant diuerſae. In cereuiſia vulgari differentia caloris erat 4 et 5°. in lacte 6 et 7°.

Tandem etiam varia olea deſtillata exploraui. Omnia bullientia in vaſe maiori facta, fecerunt quoque paruo tempore interiecto bullientia in vaſe minore in maiori contento.

Nimirum Oleum Terebinthinae bulliit ſub gradu 125. ſupra O, ſiue punctum caloris aquae bullientis, et paullo poſt bullire quoque caepit contentum in phiala minore.

Oleum ſerpilli bulliit ad gradum 150. ſupra ciphram thermometri noſtri.

Ad eundem fere gradum quoque bulliit oleum ſuccini, et paullo poſt in minore phiala immerſa quoque bullire coepit.

Oleum Petrae deſtillatum circa gradum 90. ſupra o. bullire coepit. In omnibus hiſce oleis recenſitis calor in bullitione continuata auctus eſt, vti quoque conſiſtentia eorum et color mutabantur. Differentia caloris inter vtramque ebullitionem vaſis maioris et minoris oleorum adcuratiſſime mihi notari non potuit ob celeriorem mercurii in thermometro adſcenſum. Exiſtimo tamen a vero vix me aberraturum, ſi ponam, differentiam inter 15 et 20. contineri. Sufficiant huius generis experimenta pro ſcopo noſtro, quia euentus aliorum facile nunc praevideri poteſt.

Sed reſtant alia adhuc experimenta in vaſe clauſo facta. Nimirum aquam bullientem in vaſe clauſo multo maiorem caloris gradum adſumere poſſe et ſolere, phaenomena machinae Papinianae ſatis ſuperque demonſtrarunt. Metalla enim, plumbum et ſtannum a calore bullientis aquae in dicta machina fundi poſſe conſtat.

Nam quis ignorat generatim, aquam bullientem eo maioris caloris fieri capacem, quo maior eſt atmoſphaerae preſſio, adeoque quo altior mercurius in tubo Torricelliano tunc temporis eſſe ſolet. Quum igitur elaſticitas aëris et vaporum in vaſe clauſo mirum in modum augeatur: quis eſt, qui non videat hanc elaſticitatem preſſioni aëris maximae aequipollere debere; adeoque calorem mirum in modum quoque augere.

Cepi

Cepi igitur phialam, vitream quam ad tertiam partem impleui aqua, cui inſerui thermometrum mercuriale, porro cylindrum vitreum; in quo aliud inerat thermometrum. Lutum adhibui ſimplex, ſcilicet paſtam farinaceam. Impoſui nunc eos carbonibus non admodum candentibus, et haud ita multo poſt, aqua in phiala bullire coepit, ſed in cylindro inſerto nullam adhuc ebullitionis ſignum adparuit, neque mercurius adhuc gradum caloris attigerat, qui ad ebullitionem requiritur, duodecim enim gradibus adhuc diſtabat a ciphra, nota caloris *ebullientis.* Sed calor in phiala luto clauſa mox augebatur, ita vt thermometrum gradum 20. ſupra 0. indicaret, et ſine dubio mercurius in thermometro altius adſcenſurus fuiſſet, niſi vapores per lutum erumpere coepiſſent Interim aqua in cylindro paruo inſerto, aperto tamen, ebulliens quoque facta eſt. Idem quoque dicendum eſt de ſpiritu vini rectificatiſſimo. Nam et ille in phiala clauſa maiorem caloris gradum adſumſit, et alium in cylindro paruo phialae inſerto bullientem fecit. Quum haec duo fluida tantum, ebullientia in aëre libero, bullitionem cum contentis communicare non potuerint: ſuperfluum fuiſſet pro ſcopo noſtro experimenta ſimilia in ceteris liquoribus capere, quum et effectus et euentus ſimilis praeuideri et praedici facile queat.

Haec hactenus de phaenomenis et experimentis; ſequitur, vt ad explicationes eorum et conſectaria

ctaria progrediamur. Eruendae igitur ſunt phaenomenorum cauſſae quantum fieri poteſt, ſine quibus explicatio vere phyſica locum habere non poteſt, adeo quoque nulla phaenomenorum cognitio philoſophica, vera animum voluptate afficiente.

Omnia phaenomena hactenus mihi recenſita redeunt ad genera duo, quorum fluidum alterum bulliens bullitionem producere in alio, in medio poſita, non poteſt; alterum vero poteſt. Nimirum aqua et ſpiritus vini rectificatiſſimus bullitionem in aliis efficere nequeunt, ſi in aëre aperto, in vaſe non clauſo ebulliant, et ea cingant. Contra liquores omnes ceteri bullientes, alios, quos circumdant, bullientes efficere poſſunt et ſolent. Quomodo igitur horum phaenomenorum cauſſa reddi poteſt? Ad phaenomena aquae et ſpiritus vini rectificatiſſimi quod attinet, eorum ratio quaerenda eſt in eo, quod in ebullitione conſtantem retineant gradum. Nam, quum differentia inter aquam bullientem et eam, quae ab ea circumdatur ſit 9 graduum, ſequitur vt ad punctum caloris ad ebullitionem requiſiti aqua in minore vaſe peruenire nequeat, adeo quoque ebullire in aëre aperto, in vaſe non clauſo, nunquam poſſit. Par ratio eſt ſimilis phaenomeni ſpiritus vini rectificatiſſimi. Nam et hic, vti aqua, retinet inter ebulliendum conſtantem caloris gradum. Quum igitur differentia inter ſpiritum vini bullientem, et non bullientem, licet a bulliente cinctum, ſit et maneat quatuor graduum; facile conſpicitur hunc

hunc poſteriorem ad gradum caloris ad ebullitionem neceſſarium quoque peruenire non poſſe.

Sed eſt diuerſa ratio, ſi haec dicta fluida in vaſe clauſo ebulliant. Nam tunc maiorem ſolito caloris gradum adſumere ſolent, quid igitur mirum nunc dicta fluida a bullientibus circumdata, bullire poſſe et ſolere. Poteſt nunc aqua ab alia, in qua ineſt, ita calida fieri, vt attingat gradum ad bullitionem neceſſarium. Idem valere quoque de ſpiritu vini rectificatiſſimo, me non monente facile adparet.

Reliqui liquores omnes mihi explorati, tam nunc temporis, quam quondam, quos in diſſertatione mea citata indicaui, conſtantem inter ebulliendum caloris gradum retinere non ſolent, ſed quo diutius ebullitio continuatur, eo magis calor augeri ſolet, propterea quod ſunt heterogenea, texturam et conſiſtentiam inter ebulliendum mire mutantia. Hinc ratio intelligitur, cur ebullientia, ea, quae ambiunt, bullientia quoque efficere queant. Nam, quamuis differentia inter fluidum circumdans et circumdatum ebulliens ſemper maneat; maior minorque pro diuerſitate fluidorum: fluidum tamen circumdatum gradum ad ebullitionem neceſſarium paruo tempore interiecto adquirere poteſt et debet, adeoque ebullire. Ergo ſemper praeuideri et praedici euentus diuerſorum fluidorum poteſt hoc reſpectu, vtrum ſcilicet, circumdata a circumdantibus ebullientibus reddi poſſint ebullientia, an non? Si

enim ſunt heterogenea, circumdata ab ebullientibus quoque fient ebullientia; ſi ſint homogenea, eundem gradum caloris in ebullitione ſeruantia, gradus caloris ad bullitionem neceſſarius cum iis non communicabitur.

Paradoxum igitur inſigne eſt, fluida bullientia aequalem caloris gradum cum contentis et circumdatis non communicare. Pro lege enim vniuerſali adhuc habitum eſt, fluida ambientia cum iis, quae ambiunt, aequalem communicare calorem. Gradus enim caloris, qui a thermometro indicantur, in aëre aperto pendente, habentur pro gradibus aëris ambientis, et ſic in ceteris quoque fluidis, in quibus thermometrum immergitur, et generatim omnia corpora ſufficiente tempore aëri expoſita ad aequalem redire temperiem cum aëre ambiente reputantur.

Videtur igitur inde ſequi, gradus caloris fluidi, ſiue generatim corporis pro calore illius, quod ambit, falſo haberi ſolere. Hinc thermometra quoque neque gradum aëris, vel alius fluidi ambientis vnquam adcurate, ſed ſemper minorem indicare. Si differentia caloris, non ſolum in fluidis bullientibus, ſed ceteris quoque caloris temperati inter circumdans et circumdatum perpetua eſt; poteſt et debet pro lege vniuerſali, haberi corpus ab alio corpore circumdatum, minorem poſſidere calorem, quam eſt corporis circumdantis vel ambientis.

At

At enim vero eiusmodi lex vniuerſalis ex noſtris experimentis deduci non poteſt, niſi a particulari concludere ad vniuerſale velimus. Hinc vlterioribus experimentis decidendum exiſtimaui, quatenus lex dicta obtineat. Variis ad hunc finem captis experimentis reperi, hanc legem neutiquam eſſe vniuerſalem, ſed particularem, quam ad phaenomenae ebullitionis fere reſtringi debeat Nam aquae minoris caloris, tepida, frigida, licet ab initio diſſerentia caloris inter aquam ambientem et circumdatam eſſet, haud ita multo poſt tamen ad aequalitatem caloris et temperiei peruenerunt. Quod de aqua, idem quoque de reliquis fluidis valere debere, per ſe facile conſpicitur. Cepi aquam tepidam, ea impleui cylindrum vitreum, quem inſerui in vas maius frigidiore aqua impletum. Sed haud ita multo poſt idem caloris gradus, tam in aqua ambiente, quam ambita mihi reperiebatur.

Variaui hoc experimentum vario modo, ita vt ambiens fluidum, et quod ab hoc ambiebatur variis caloris gradibus primo tempore differrent, ſed ſufficiente temporis interuallo perfecta caloris et temperiei aequalitas inter fluidum cingens et cinctum a me deprehendebatur.

Scilicet calor mixtus et medius, vti alias, ſi fluida diuerſi caloris miſcentur, oriebatur in fluido ambiente, et eo, quod ambiebatur. Ergo ad fluida ebullientia in diuerſis vaſis contenta, quorum vnum alterum continet, communicatio caloris inae-

qualis pertinere tantum videtur, tanquam exceptio a regula. Alias omnia corpora, ſi tempore ſufficienti in aëre et alio fluido ſint, ſemper ad eandem plane caloris gradum reduci ſolent, quum motus ignis in corpore calidiori maior, minor vero in minus calido tam diu nititur ad aequilibrium, donec in vtroque oriatur eadem celeritas. Hinc porro ſequitur gradus caloris a thermometris indicatos, pro gradibus caloris aëris thermometrum ambientis, vel aliorum fluidorum ambientium omnino porro haberi poſſe, ſi ſcilicet tempus ſufficiens fuerit adhibitum, quod requitur, vt communicatio temperiei perfecta inter fluidum circumdans et circumdatum fieri queat, etiam ſi circumdans fuit frigidius, adeoque celeritas alterius minus frigidi corporis diminuenda.

Sed merito amplius quaeritur, quaenam ſit exceptionis dictae ratio, cur non aequilibrium et aequalis celeritas ignis inter vtrumque fluidum circumdans et circumdatum, vti alias, naſci poſſit et debeat. Enodatio huius quaeſtionis tam facilis non eſſe videtur. Exiſtimauerim tamen differentiam caloris inter fluidum cingens et a bulliente cinctum inde potiſſimum prouenire, quod fluidum bulliens cingens contineatur in vaſe quod igni vel prunis immediate impoſitum eſt, id quod paullo maiorem materiae caloris motum efficere poteſt et debet, obſeruare enim mihi ſaepius viſus ſum differentiam, licet exiguam caloris in thermometro immerſo in aqua

aqua bulliente, quando fundum vaſis attingebat, et quando non; et prouti maior et minor ſuperficiei internae pars attingitur, paullo maior et minor calor obſeruari ſolet in aqua bulliente, id quod et aliis experimentis adhuc confirmari poſſet, ſi opus videretur.

Quomodo, et qua occaſione ad haec experimenta, et conſiderationes motus et incitatus fuerim, indicaui iam ſupra. Iure meritoque igitur omnium phaenomenorum recenſitorum inuentorem haberi me poſſe et debere iudicaui. Nam nullius phaenomenorum recenſitorum mentionem reperire potui, donec tandem compertum eſt forte fortuna, Olauum Borrichium vnius phaenomenorum dictorum feciſſe mentionem, ſcilicet aquae non bullientis in aqua bulliente. Inſeruit enim in primum volumen Actorum Haunienſium diſſertationem, cuius titulus: Aqua in medio aquae ebullientis, non ebulliens. Cupidiſſimus igitur factus ſum euoluendi hanc diſſertationem, vt perſpicerem in quo cum celeberrimo viro mihi conueniret, in quo non. Sed proh dolor Acta Haunienſia neque in publicis neque in priuatis Bibliothecis nanciſci potui, quod omnino mirandum videri poteſt, ſed magis adhuc mihi admirandum videtur, huius phaenomeni omnino paradoxi in libris phyſicis crebiorem non fuiſſe factam mentionem. In Chemia enim *Neumanni* editionis nouiſſimae obiter tantum iniicitur huius phaenomeni aquae in media aqua ebulliente, non ebullientis. Sic vetera

tera in obliuionem veniunt, et ſaepe pro nouis venditantur idque partim bona fide, dum libris rarioribus continentur, partim negligentia, dum nouis tantum intenti vetera negligimus.

Quum gloria inuentionis tribui illi ſoleat, qui inuentum primum publicauit, quamuis alter aeque proprio Marte id eruerit, adeoque vere invenerit de nouo, propter ignorantiam non facile vincibilem: aquae non bullientis in media bulliente, inuentionis gloria illi facile a me, idque merito concedetur. Quum vero rationibus non contemnendis ductus exiſtimem, diſſertationem meam multa praeterea noua phaenomena, et alia noua continere: Spes me tenet fore vt nemo facile laborem hunc meum pro ſuperfluo ſit habiturus.

Citare quoque potuiſſemus vti nunc demum video, *Richmannum* in eo, quod ad phaenomenum aquae attinet, ſed Comm. noſtr. Tom. IV. ad manus, quum haec ſcriberemus, non fuit, in quo quidem de hoc phaenomeno, ſed non ex inſtituto, actum eſt, et pro naturae myſterio adhuc habendum eſſe, dictum phaenomenum declaratur.

Iudicium igitur antea latum, hic valere debere, quis eſt, qui non perſpiciat?

DE

DE ELECTRICITATE BAROMETRORVM DISQVISITIO.

Auctore

F. V. T. AEPINO.

§. 1.

Seculum fere effluxit, cum Celebris Galliae Aſtronomus *Picardus*, nouam quandam ac tum temporis valde inexſpectatam barometri proprietatem detegerat. Inſtrumentum enim tale, quod poſſidebat, caſu in tenebris agitans, obſeruabat, deſcendente in barometro ☿io, lucem quandam ſuperiori mercurii ſuperficiei quaſi adhaerentem, ac cum ipſa ſimul deſcendentem, conſpiciendam ſe praebere. Poſtquam inſignis haec proprietas barometri *Picardiani* innotuerat, in innumeris barometris idem tentamen inſtituebatur, aſt non in omnibus aeque felici ſucceſſu. Etſi enim plura barometra lucem edere deprehenderentur, non tamen pauciora, aeque alias bona, proprietate iſta deſtituta inueniebantur.

§. 2. Euincebant tentamina iſta, proprietatem hanc barometris nullatenus eſſe eſſentialem, ſed pendere ab accidentali quadam circumſtantia, in qua detegenda plurimum laboratum eſt, ſed fruſtraneo labore;

labore; vnde conſtructio barometrorum lucentium res erat, quae non in phyſicorum poteſtate poſita, ſed caſui relinquenda erat, vsquedum ſub initium huius ſeculi ſummus geometra *Ioh. Bernoulli* diu deſideratam methodum, conficiendi barometra lucentia detegeret.

§. 3. Manifeſtum eſt ex methodo hac *Bernoulliana*, artificium conſtruendi eiusmodi barometra totum eo reduci, vt a tubo vitreo qui adhibetur ſordes omnes ipſi adhaerentes ſollicite detergantur, ac mercurius bene depuratus in vſum vocetur, praecipue vero eo reſpiciatur, vt tam tubus quam mercurius ſollicite ſiccentur, nullaque ipſis adhaerente humiditate inquinata ſint. Regulis iſtis conformiter barometra lucentia hodie ita confici ſolent, vt

a) interna tubi barometrici ſuperficies ab omnibus ſordibus diligenter purgetur, immo ſi opus fuerit ſpiritu vini feruido abluatur.

b) Mercurius adhibeatur deſtillatus, qui quippe puriſſimus eſt habendus.

c) Dum repletur mercurio tubus, ad ebullitionem mercurii vsque ſuper carbonibus hic caleſiat, hac enim ratione, ſi quae adhaereant mercurio, aut ſe introduxerint in tubum, particulae aqueae, quod cauere difficillimum eſt, in vapores reſolutae expelluntur.

§. 4. Noua poſtmodum detecta eſt barometrorum proprietas, itidem non omnibus communis, ſed

ſed ſolis lucentibus propria. Obſeruatum nempe eſt, ſi prope ſummitatem barometri eiusmodi, ☿o vacuam, papyri fruſtulum, goſſypii flocculus, aut leue aliud corpus ſuſpendatur, tumque agitetur barometrum, ita vt oſcillare incipiat mercurius, regulariter admodum, in deſcenſu mercurii, accedere corpora haec leuia ad tubum, et ab ipſo attrahi, aſcendente vero rurſus mercurio ſeparari ab ipſo, et in ſitum priorem reuerti. Quis primus ſit huius experimenti inuentor, ignoro, primus vero, qui quantum ſcio mentionem eius publice iniecit, eſt *Hambergerus*, *Elementorum Phyſices Cap. X.* §. 576. *Schol.* qui vero loc. cit. ita verba facit, vt appareat, ſe ſibi inuentionem ipſius non attribuere.

§. 5. Varias excogitarunt Phyſici hypotheſes pro reddenda phaenomenorum iſtorum ratione. Vix autem ante annum 1733. fuit, cui in mentem veniſſet, eſſe phaenomena iſta electricitatis effectus. Poſtquam autem publici iuris facta eſſent Illuſtris *du Fay* et aliorum de electricitate inuenta, aliqui numerare barometrorum phoſphoreſcentiam atque vim attractiuam, inter phaenomena electrica, non dubitarunt. Dantur autem et adhuc, qui aut aliunde deriuare phaenomena iſta malunt, aut de ortu ipſorum ambigunt.

§. 6. Quanquam perſuaſus ſemper fuerim, pertinere phaenomena haec inter electrica, nouas tamen circa ipſa inſtituere disquiſitiones in mentem

 induxi.

induxi. Partim enim leuari ſic poſſe dubia, quibus retinentur Phyſicorum nonnulli, ne phaenomena haec electricae vi tribuant, poſſe credebam, partim mancam eſſe, nec abſolutam, de barometrorum electricitate doctrinam, exiſtimabam, quamdiu leges vis attractiuae barometrorum in lucem plenariam poſitae non eſſent. Facile quidem theoria duce, quales eſſe debeant hae leges, praeuidere poteram, aſt non pudet me, fateri, tam meticuloſum me eſſe Phyſicum, vt ratiociniis in Philoſophia naturali aegre fidem habeam, niſi experientia veritas ipſorum comprobetur; vnde neceſſe eſſe, vt ad experimenta procedatur, ipſaque interrogetur natura, iudicaui.

§. 7. Notiſſima ſunt, quae circa barometrorum lucem obſeruata ſunt, neque niſi vnicum phaenomenon, ad hactenus cognita addendum, habeo. Cum vero iam hoc agam, vt an et quomodo phaenomena iſta ab electricitate pendeant, inquiram, breuis mihi tradenda erit ipſorum hiſtoria.

§. 8. Notiſſimum itaque eſt, ac experimentis certiſſime euictum,

a) In parte barometri lucentis aëre vacua, interea dum deſcendit mercurius, in oſcillationes agitatus, conſpici lumen quoddam pallidum, perquam ſimile iſti, quod edere ſolent corpora electrificata, quae parte quadam in ſpatium aëre vacuum intrant. Curatior autem obſeruatio docuit, dari inter

ter varia barometra varietatem quandam. Quae enim non ſumme perfecta ſunt, ac negligentius aliquantum conſtructa, luculam ſolum ſpargunt, latius non diffuſam, ſed ſummae mercurii ſuperficiei quaſi adhaerentem, ipſamque in deſcenſu comitantem. Generoſa autem barometra lucida, ſtatim dum deſcendere incipit ☿us, largam edunt lucem, per vacuum fulguris inſtar ſe expandentem, totamque aëre vacuam barometri partem ſuperiorem, penitus replentem.

b) Contingunt haec in deſcenſu mercurii, neque ordinario, dum hic aſcendit, lux vlla conſpici ſolet. Interim quaedam quoque, aſt non niſi pauca, inueniuntur barometra, quae interea, dum aſcendit mercurius, lucent. Eſt vero lux iſta nunquam non debilis, mercurii ſuperficiei ſummae adhaerens, atque cum ipſa aſcendens, et per tubum vniuerſum nunquam expanſa.

c) Edunt barometra, quorum pars ſuprema ab aëre penitus vacua eſt, omnino lucem, modo rite conſtructa ſint, atque falluntur, qui aëris ad producendam lucem neceſſitatem defendunt, neque lucere poſſe barometrum, niſi vna alterave aëris bullula tubi ſummitatem occupet, exiſtimant, ex quorum numero eſt Celeb. *Muſchenbroeck*.

d) Neque tamen aër barometrorum phoſphoreſcentiae omnino aduerſatur, vidi enim ſaepius, viuidam procreaſſe lucem barometra, in quibus no-

tabilis aëris quantitas mercurio ſupernatabat; immo aliquoties data opera vnam alteramue aëris bullam ad barometri ſummitatem aſcendere feci, abſque lucis notabili debilitatione.

e) Si tamen maior aëris quantitas in barometrum immittatur, inſigniter tandem lucis productioni nocet, neque tamen, ſi rite paratum ſit barometrum, vnquam lucem progignere penitus deſinit. Immo, ſi in tubo vitreo recuruo, puriſſimo ac ſic-
Tab. V. ciſſimo *a b c*, fig. 1. mercurio, puro quoque atque ſicco, repleto, in oſcillationes agatur mercurius, lux quaedam debilis cernitur, etſi tubus vtrinque ſit apertus, ſic vt naturalis denſitatis aër ipſam mercurii ſuperficiem contingat.

f) Aëris bullulam in barometrum immiſſurus, obſeruaui, oſcillante mercurio antequam ipſa ad ſummitatem eniſa erat, et quamdiu inter binas mercurii columnas ſuſpenſa eſſet, luce quoque repleri, vbi tamen hoc peculiare annotaui, ſiue deſcendat, ſiue aſcendat mercurius, lucem vtroque caſu aeque eſſe fortem, aliter vti contingere ſolet in ſummitate barometri. Raro enim ſuprema mercurii ſuperficies in aſcenſu columnae lucet, atque ſi tum lucet, debiliorem longe lucem, quam in deſcenſu, edit.

§. 9. Subſiſtamus hic, neque ſtatim ad vis attractiuae barometrorum examen tranſeamus. Differamus hoc potius, vsquedum, quomodo hactenus recenſita phaenomena ex electrica vi oriantur, diſtincte

ſtincte expoſuerimus. Conſtat attritum metallici corporis ad vitrum, electricitatem producere poſſe, ea quidem lege, vt vtrumque horum corporum fiat electricum, alterum vero vnam, alterum contrariam electricitatis ſpeciem nanciſcatur, prouti demonſtraui, in libro meo: *Recueil de differents Memoires ſur la Tourmaline pag.* 69 et 73. Cum itaque oſcillans in barometri tubo mercurius neceſſario frictionem quandam exerceat, procul dubio quoque inde electricitas procreari debet. Quodſi ergo iam ad ea, quae teſte experientia electricitatis productionem impedire, quae iuuare poſſunt, reſpiciamus, minimo negotio eorum, quae obſeruanda ſunt, ſi phoſphoreſcens barometrum conſtruere animus eſt, ratio reddi poterit.

§. 10. Quae impedire valent, ne vitri atque mercurii ſuperficies arcte ſe contingant, prohibendo ne immediatus fiat inter vtrumque corpus affrictus, electricitatis quoque productionem ſufflaminabunt. Sordes itaque, quibus vel vitrum vel mercurius inquinantur, praecipue vero humiditas omnis, quam maxime noxia erunt. Per ſe itaque patet, artificiorum, quae in barometrorum lucentium conſtructione obſeruanda ſunt, ratio, vnde plura adiicere ſuperuacuum duco. Aſt monendum adhuc eſt, de circumſtantia quadam, quam inſuper habuiſſe hactenus pleroſque artifices, ſuſpicor. Indubium eſt, non omnia vitri genera, producendae electricitati aeque apta eſſe, ſed alia ſub iisdem circumſtantiis,

 for-

fortiorem, (ſunt haec vitra dura atque fragilia) alia debiliorem gignere electricitatem. Suaſor itaque ſum iis, qui generoſa conſtruere cupiunt barometra lucida, vt tubos barometricos, quos adhibere volunt, prius tentent, eosque praecipue eligant, in quibus frictio et facile et fortem producit electricitatem, caeterosque barometris aliis, a quibus, vt luceant, non requiritur, conficiendis ſeruent.

§. 11. Per ſuperius expoſita, iure ſupponere quidem poſſumus, frictione, quam columna mercurialis deſcendens exercet, electricitatem tam in tubo, quam in mercurio, produci, aſt determinari cum certitudine hactenus non poteſt, in quonam iſtorum corporum accumulatio, in quonam priuatio fluidi electrici contingat. Etſi enim, vt infra demonſtrabo, tubus electricitatem, quam *du Fay* vitream, *Francklinus* poſitiuam appellat, nanciſcatur, nemo tamen, niſi hypotheſibus ſingendis adſuetus, cum certitudine affirmare hactenus poteſt, accumulari proinde in tubo materiam electricam. Quicquid autem huius rei ſit, ſupponere tamen, quaſi poſitiua aut vitrea electricitas ea ſit, quae in augmento conſiſtit, placet. Quamuis enim, dum hoc ſuppono, ab errore me ſecurum non exiſtimem, tamen, ſi contingat aliquando, vt afferti huius falſitas omnino demonſtretur, facillime mea explicandi phaenomena ratio, inuertendo ſolummodo ratiocinia, quibus vſus ſum, ad caſum iſtum adaptari poterit.

§. 12.

§. 12. Aſſumo itaque, poſtquam mercurius ex *ab* ad *cd* Fig 2. deſcendit, abundare in interna tubi ſuperficie, quae frictionem paſſa eſt, *a c b d*, materiam electricam, mercurium vero ipſa eſſe euacuatum. Quodſi ergo mercurius tantiſper ſubſiſtere cogitetur ad *cd*, legibus electricitatis conformiter, materia electrica ex *a c b d* in mercurium fluido hocce vacuum tranſire conabitur. Tranſitus itaque iſte actu contingere debet, modo nullum adſit impedimentum externum, effluxum iſtum inhibens. Aſt cum ſummitas tubi aëre penitus vacua ſit, (hunc enim caſum primum conſidero) nihil adeſt, quod fluidi electrici motum impedire poſſet, quapropter et actu, quae eius portio in parte tubi *a c b d* abundat, in mercurium tranſire debet. Tab. V.

§. 13. Dum autem ex vno corpore in aliud tranſit materia electrica, lucem ſemper edit, vnde quoque in barometro, dum fit is, quem modo dixi, tranſitus, ex ſuo more lucem progignere debet. Per hunc iam tranſitum aequilibrium ſtatim reſtituitur, vnde per frictionem perducta electricitas ſtatim aut omnis, aut maximam ſaltem partem deſtrui debet.

§. 14. Si itaque mercurius oſcillare pergat, atque denuo aſcendat, lux electrica nulla exoriri poteſt, cum tubi partes, ad quas aſcendendo pertingit mercurius, electricitate per deſcenſum producta iam orbatae ſint. Ac etſi vel maxime ſuppone-

ponere quis vellet, per frictionem, quam aſcendens mercurius exercet, denuo electricitatem produci, euidens tamen eſt nullam exinde lucem progigni poſſe. Aſcendens enim mercurius, parti in quam frictionem exercuit, arcte ſtatim adplicatur, atque contiguus ipſi manet, vnde materia electrica immediate ex vitro in mercurium, ac proinde ſine luce, tranſire poteſt. Aliae enim longe hic ſunt circumſtantiae, quam in deſcenſu mercurii, vbi ipſe partem eam, in quam frictionem exercuit, protinus relinquit, ſic vt fluidum electricum non immediate in mercurium tranſire queat, ſed vt per vacuum transfluat, cogatur.

§. 15. Hac ratione in generoſioribus atque diligentius conſtructis barometris lucentibus res procedit, ea enim, quae, dum aſcendit in ipſis mercurius, lucem edunt, ex minus perfectorum ſunt claſſe. Hoc nempe phaenomenon, non niſi in iis deprehenditur, quae ab aëre non ſollicite ſatis purgata ſunt.

§. 16. Sumas namque, vt huius rei ratio pateat, in ſummitate barometri, *a e b* aliquid aëris reperiri, atque negari quidem nequit, in deſcenſu columnae mercurialis aeque fortem produci electricitatem, ac in barometro penitus aëre vacuo, modo reliquae circumſtantiae omnes ſint eaedem, aſt aequali gradu producta electricitas, non aeque viuidam vtroque caſu procreabit lucem. Aër nempe, tan-

tanquam corpus per ſe electricum, effluxui materiae electricae ex vitro aliqualem opponit difficultatem, eo maiorem, quo denſior, eo minorem, quo rarior eſt. Cum proinde, ſi aliquid aëris in barometri ſummitate reperitur, fluidum electricum non tam libere ex parte tubi electrica facta *a c b d* effluere queat, et debiliorem tale barometrum lucem edere, et in vitreo tubo electricitas quaedam conſeruari debet.

§. 17. Oritur ex poſtremo hoc, quod eiusmodi barometra etiam in aſcenſu mercurii lucem quandam edere ſoleant. Dum nempe aſcendens mercurius, partibus tubi ſuperioribus, aliquam adhuc electricitatem retinentibus propinquior redditur, tranſilire poteſt fluidum electricum in mercurium propinquiorem ipſis factum, in quem ad maiorem diſtantiam, ob aëris reſiſtentiam, tranſire non valebat, vnde ſimul perſpicitur, vndenam fiat, quod in aſcenſu mercurii ſe monſtrans lux, debilis ſit, mercuriique ſummitati adhaerere quaſi videatur.

§. 18. Quanta ſit, ad quam hic prouoco, aëris in impediendo tranſitu fluidi electrici ex vno corpore in aliud, potentia, ex ſequenti experimento intelligere poterunt lectores. Campana vitrea, *f e g*, fig. 3. ad *e* perforata pura et ſicca imponatur diſco metallico *c d* anthliae pneumaticae, et huic non ope corii madidi (humiditas enim omnis in experimentis electricis ſollicite vitanda eſt) ſed ope Tab. V.

 annu-

annuli ceracei iungitur. Ad *e* intret in campanam filum metallicum *a b* modicae craſſitiei, cui infra affixus eſt globus metallicus *b*; ita vero ordinentur omnia, vt intrudendo filum *a b*, aut retrahendo iſtud, diſtantia globi *b* a diſco machinae imminui et augeri pro lubitu queat. Rarefacto tum aëre ſub campana, electrificetur filum *a b*, cum annexo globo *b*, atque repetito aliquoties experimento, variata diſtantia globi *b* a diſco, manifeſto obſeruabitur, ſcintillam electricam inter diſcum et globum progigni in maiori diſtantia, ſi aër rarior, in minori vero, ſi denſior eſt. Sic vidi ſubinde ſcintillam a lagena Lugdunenſi productam ad diſtantiam aliquot pedum, per ſpatium aëre valde rarefacto plenum, tranſiliiſſe.

§. 19. Non minus, quam hactenus expoſita lucis barometricae phaenomena, etiam vltimum, §. 8. num. f. a me adductum, cum electricae vis legibus conſentit. Sit nempe bullula aëris *ab* Fig. 4. intercepta inter cylindrum mercurialem *b d* et *c a*, atque luce repleri debet ſpatium *ab*, quod aërem naturali rariorem continere, manifeſtum eſt

Tab. V.

a) in deſcenſu mercurii.

Dum nempe cylinder *b d* deſcendens, partes tubi vitrei, quibus contiguus eſt, fricat, electricas ipſas reddit, ſtatim vero ipſas liberas relinquit, ita vt materia electrica ex ipſis in ſpatium *ab*, ſimili ratione, vt §. 12. expoſui, emanare queat

b) in

b) in aſcenſu mercurii.

Etſi enim tum cylinder *bd*, partes tubi, in quas frictionem exercet, ſtatim contegat, ſicque electricitas forte producta, ſine luce ſenſibili deſtruatur, alia tamen longe eſt ratio cylindri *ac*, qui quippe aſcendens, et tubi partes electricas reddens, liberas ipſas relinquit, ita vt ſimili ac ante ratione hae partes lucem in ſpatium *a b* ſpargere queant.

§. 20. Accedo iam ad diſquiſitionem phaenomenorum, quae in attractione et repulſione barometrorum lucentium obſeruantur. Etſi agnouerint ex longo iam tempore aliqui philoſophiae naturalis ſcrutatores, exercere barometra eiusmodi attractionem aliquam, nemo tamen fuit, qui experimenta ſua ita inſtruxiſſet, vt apparere inde queat, an vis haec attractiua ſit electrica, et an ipſa legibus, quas ſequi vis electrica ſolet, obtemperet. Id itaque praecipue mearum duxi partium, vt quid huius rei ſit, diligenter inquirerem.

§. 21. Non ſine artificio aliquo ſcopum meum obtinere potui. Etſi enim manifeſta et ſatis euidentia in barometro meo deprehenderem attractionis indicia, debiliores tamen erant effectus, quam vt praeterea aliquid exinde concludere mihi licuiſſet. Penſitatis tamen omnibus circumſtantiis in medium incidi, difficultati leuandae penitus aptum. Erat, de quo loquor, medium iſtud, vt ſummitatem barometri, mercurio vacuam, *a b*, Fig. 5. exterius Tab. V.

 foliis

foliis metallicis tenuioribus, (Spiegel-Folie) obducerem, ſic enim praeuidebam, fore vt electricitas tubi vitrei *a b* in metallum colligeretur, ſimili ratione, vti fieri ſolet in lagena Lugdunenſi, quam hodie experimentatores et interius et exterius metallo obducere ſolent.

§. 22. Supra ſpem feliciter ceſſit hoc artificium, eiusque ope rem omnem in plenariam ponere lucem mihi licuit. Poſtquam nempe deſcripta ratione exteriorem tubi ſuperficiem metallo obduxeram, atque pendulum *f g* Fig. 5. ex filo tenui ſerico ſicco, 5 ad 6 pollices longo, et globulo ex ſubere facto, *g*, lenticulae minoris magnitudinem habente, praeparaueram, ſequentia detegere mihi licuit phaenomena.

Tab. V.

a) Poſtquam mercurius aliquas abſoluerat oſcillationes, denuo vero ad quietem peruenerat, appropinquabam pendulum *f g* foliis metallicis, quae protinus globulum *g* ad ſe rapiebant, ſtatim vero denuo ipſum repellebant, ita vt globulus *g* barometrum quaſi fugere videretur.

b) tubum vitreum, et deinde cerae hiſpanicae cylindrum, frictione electricum factum, ſi pendulo appropinquabam, a priori repellebatur globulus, a poſteriori vero fortiter attrahebatur.

§. 23. Bina haec phaenomena tam euidenter probant, attractionem a barometro editam, ad electricarum actionum pertinere claſſem, vt in dubium vocari

vocari haec res omnino nequeat. Pendulum enim, aut globulum potius *g*, re vera a foliis metallicis electricam vim accepiſſe, inde luculenter patet, quod corpora alia electrificata, vitrum nempe et cera ſigillatoria, penitus ſimili ratione in iſtud agant, ac in corpus electrica vi imbutum agere ſolent.

§. 24. Inquiramus autem adhuc aliquanto diligentius in phaenomenorum iſtorum explicationem. Ex cognitis naturae legibus, liquet, mercurialem cylindrum, frictione quam in tubum exercet, interiorem ipſius ſuperficiem electricam reddere debere, ea lege, vt eam nanciſcatur electricitatem, quam *Francklini* exemplo hodie poſitiuam vocamus. Conſequi vero hinc neceſſario debet hoc, quod et externa tubi ſuperficies, foliaque metallica ipſi adplicata, eiusdem generis obtineant electricitatem, quod cur ita euenire debeat, luculenter expoſui in *Memoire contenant une exacte déſcription des expériences faites avec la Tourmaline*, quod ſcriptum inſertum eſt libro meo: *Recueil de differents Memoires ſur la Tourmaline.*

§. 25. Etſi itaque ſuperuacuum quodammodo ſit, plura de hac re loqui, addere tamen quaedam conſultum duco, quoniam phaenomena, iſti quod hic recenſeo, ſimilia phyſicorum aliquos ſeduxerunt, vt de primaria quadam electricae vis lege, a *Francklino* primum inuenta, dubitare inceperint.

 Puta-

Putarunt enim Clariſſimi quidam Viri, elucere ex eiusmodi phaenomenis, in errore verſari *Francklinum*, dum vitrum materiae electricae impermeabile eſſe ſtatuit, non enim concipi poſſe putant, quomodo vtraque vitri ſuperficies, et ea, quae immediate fricatur, et oppoſita, ſimul poſitiuae electricae euadant, niſi fluidum electricum ipſam vitri ſubſtantiam penetrauerit.

§. 26. Enodatio autem difficultatis, ex alia quadam materiae electricae proprietate, quae itidem *Francklinum* inuentorem habet, tam luculenter deduci poteſt, vt impermeabilitatem, de qualis movetur, penitus demonſtret, modo iuſta de hac corporum proprietate, quae impermeabilitas vocatur, nobis formemus ideam.

§. 27. Dico, modo iuſta formetur huius proprietatis idea; videor enim mihi iure aſſerere poſſe, nec *Francklinum*, nec qui ipſum ſequuntur, obſervaſſe, eſſe proprietatem, quae impermeabilitas vocatur, cum eſſentiali corporum per ſe electricorum proprietate, de qua Phyſicorum nemo dubitat, quod per huius generis corpora materia electrica difficulter ſe diffundat, prorſus eandem. Cum vero hoc in lucem ſufficientem iam poſuerim, partim in *Tentamine meo Theoriae Electricit. et Magnetiſmi*, partim in Libro: *Recueil de diff. Mem. ſur la Tourmaline*, *pag.* 187 - 190. plura hic addere nolo.

§. 28.

§. 28. Ideae huic conformiter, dum in interiori ſuperficie tubi barometrici fluidum electricum adcumulatur, tranſire quidem ipſius ad ſuperficiem exteriorem pars nulla poteſt, ſed omnis in interiori ſubſiſtere cogitur. Quoniam vero in materiam electricam in vitri ſubſtantia contentam repulſionem exercet, cogit eam, quae vitri interiora occupat, vt verſus exteriorem vitri ſuperficiem tranſeat, ibique accumuletur, vnde et exterior tubi ſuperficies poſitiue electrica non fieri non poteſt, etſi fluidi in interiori ſuperficie accumulati nihil ad exteriorem penetrauerit.

§. 29. Cum attractio haec barometrorum lucentium, res ſit tam manifeſta, atque euidens, miratus ſum ſub initium, vnde factum ſit, quod phyſicorum aliqui, v. g. Celeb. *Muſchenbroek*, exiſtentiam ipſius omnino negauerint. Poſtquam vero rite omnia examinaui, perſpicere mihi viſus ſum cauſam, quae veroſimiliter in errorem induxit viros, in inſtituendis experimentis alias verſatiſſimos. Supra enim, §. 13. iam monui, in barometris lucentibus optimae notae, electricitatem equidem viuidam produci, aſt ſubito rurſus fere omnem deſtrui debere. Quodſi itaque Phyſicorum aliquis experimenta ſua ea ratione inſtituit, vt poſt peractas mercurii oſcillationes, et poſtquam ad quietem ipſe rediit, an producta ſit electricitas, examinauerit, certe, ſi generoſum adhibuit barometrum lucens, nullum electricitatis indicium obſeruare potuit, quod

non

non deprehendere non potuiſſet, ſi aut barometro, aliquid aëris continente vſus eſſet, aut eo ipſo tempore, vbi mercurius deſcendit, non vero poſt peractum deſcenſum, quid eueniat, examinaſſet.

§. 30. In barometro, quod etiam poſt peractum mercurii deſcenſum, ſenſibilem ſatis retinebat electricitatem, electricitas omnis, qua imbuta erant folia metallica, deſtruebatur, ſi inclinando barometrum, mercurium lente ad ſummitatem aſcendere faciebam. Huius autem phaenomeni ratio facile perſpicitur. Cur nempe aſcendens mercurius, omnem in interiori tubi ſuperficie reſiduam electricitatem exſtinguat, ſupra §. 14. iam explicaui. Aſt ſi in interna tubi ſuperficie electricitas deletur, ceſſat repulſio, quae materiam electricam ex vitri ſubſtantia verſus exteriorem tubi ſuperficiem tranſire coëgerat, vnde ipſa ad interiora loca, ex quibus expulſa erat, refluere, ſicque electricitas omnis in exteriori tubi ſuperficie ceſſare debet.

§. 31. Poſtquam feliciter ceſſerant hactenus inſtitutae disquiſitiones, inquirere in mentem venit, anne poſſibile foret, ope barometri eam quoque producere electricitatem, quam negatiuam vocamus, atque re bene conſiderata, non difficile fuit in medium incidere, quod experientia comprobauit. Sequenti nempe ratione in hac operatione procedebam. Inclinando primum barometrum, mercurium vsque ad tubi ſummitatem aſcendere faciebam, tumque foliis

liis metallicis externam ſuperficiem obtegentibus digitum adplicabam. Reclinando deinde barometrum, deſcendere faciebam mercurium, quo facto digitum remouebam, tumque denuo, ſimili vt ante ratione mercurium ad ſummitatem tubi lente aſcendere faciebam. Poſt inſtitutas hac ratione, et hoc ordine, qui ſollicite obſeruandus eſt, operationes, tandem pendulum laminis metallicis appropinquabam, a quibus protinus attrahebatur, ſtatim vero rurſus repellebatur. Vt denique intelligerem, cuius generis ſit hac ratione producta electricitas, quam laminae metallicae poſſidebant, et cum globulo penduli communicauerant, ipſi tubum vitreum electrificatum, atque cylindrum ex lacca ſigillatoria conſtantem appropinquabam, a quorum priori pendulum attrahi, a poſteriori repelli, deprehendebam, quod manifeſto eſt indicio, exteriorem tubi ſuperficiem negatiuam obtinuiſſe electricitatem.

§. 32. Notabile eſt in hoc experimento, quod, ſi alternis vicibus, mercurium lente deſcendere, lenteque aſcendere faciamus, (quod inclinando et reclinando barometrum facile efficitur) in deſcenſu mercurii, electricitas exterioris ſuperficiei tubi deſtruatur, ſaltem inſigniter debilitetur, in aſcenſu vero quaſi reſuſcitetur, quod quidem valde paradoxum non videri non poteſt, iis qui eorum recordantur, quae §. 13. protuli, vbi monſtraui, aſcendente mercurio, non ſolum non produci poſſe electricitatem, ſed etiam, ſi aliqua ſuperſtes fuerit in

tubo deſtrui debere, cuius quidem rei hic penitus contrarium contingere obſeruatur.

§. 33. Videamus iam, quomodo hactenus recenſiti effectus, cum cognitis electricitatis legibus cohaereant. Dum deſcendit mercurialis columna, interior tubi ſuperficies poſitiue electrica euadit, prouti ſupra monſtratum eſt, vnde conſequens eſt, vt materia electrica ibi accumulata, in eam, quae tam in ipſa vitri ſubſtantia, quam in exteriore tubi ſuperficie, continetur, conſuetam repulſionem exerceat. Accumulari proinde in ipſa exteriori ſuperficie, foliisque metallicis ipſam obtegentibus deberet fluidum electricum, niſi a digito contingeretur, prouti fit in hoc experimento. Quoniam nempe propulſa materia electrica libere in ipſum, tanquam corpus non per ſe electricum tranſire poteſt, emanabit ipſa ex metallo, quod vna cum exteriore tubi ſuperficie, quam tegit, negatiue electricum euadet.

§. 34. Tubi itaque ſummitas *ab*, penitus in eundem ſtatum redigitur, ac lagena Lugdunenſis in conſueto commotionis experimento, vnde omnia in ipſam quadrant, quae de lagenae Lugdunenſis effectibus conſtant. Cum ergo in hoc inſtrumento, ſi ipſum ita ſuſpendatur, aut collocetur, vt ex vtraque parte, corpus nullum non per ſe electricum contingat, non niſi debilia monſtret electricitatis indicia, protinus vero ex altero latere electricitas inſigniter quaſi adaugeatur, ſi oppoſitum latus, a corpo-

corpore quodam non per ſe electrico attingatur, facile patet, cur neceſſe ſit in barometro, vt mercurium aſcendere faciamus, ſi negatiuae electricitatis, qua imbuta ſunt folia metallica, viuida deſideremus indicia, curque alternis vicibus deſcendens et aſcendens mercurius, electricitatem debilitare, ac fortiorem reddere videatur.

§. 35. Reduxi iam haec barometri lucentis phaenomena, ad ea, quae B. *Richmannus* in lagena Lugdunenſi detexit; quomodo vero ipſa haec phaenomena ex proprietatibus primariis fluidi electrici profluant, ample expoſui, in *Explicatione phaenomeni cuiusdam lagenae Lugdunenſis, a B. Richmanno inuenti*, quae ſubiuncta eſt *Tentamini* meo *Theoriae Electricitatis et Magnetismi.*

§. 36. Pro penitus tandem confirmanda eorum quae protuli veritate, etſi hoc indigere vix videantur, ſequens addidi experimentum. Tubo vitreo *ag*, Fig. 6. ad *a* clauſo, inſerui embolum *c d f*, ex filo ferreo *f d*, et circumuoluto panno laneo, *c d*, conſtantem. Exteriorem tubi ſuperficiem ad diſtantiam pollicis circiter laminis metallicis *a b* obduxi, prouti feceram in barometro. Agitando iam embolum, intrudendo ipſum ac retrahendo, omnia ſupra recenſita, in barometro inſtituta experimenta in hoc inſtrumento repetii, atque euentum vidi, quoad omnes circumſtantias penitus eundem, niſi, quod non niſi admodum debilem lucem obtinere potuerim, quod quidem inde deduco, quod nec tubus Tab. V.

 ſatis

ſatis rotundus, nec embolus *c d* aëris introitum in ſpatium *a b* inhibere aptus fuerit.

§. 37. Perſpicitur ſine negotio, embolum in his tentaminibus, columnae mercurialis vices ſuſtinere. Cum ergo penitus eadem hinc exoriantur phaenomena ac in barometro, manifeſtum vero ſit, emboli ad parietes tubi frictione electricitatem produci, dubitari nequit, eſſe quoque electricitatem a frictione columnae mercurialis productam, vim eam ex qua barometri lucentis phaenomena pendent.

§. 38. Videor mihi iam totam de barometris lucentibus doctrinam ita pertractaſſe, vt pro abſoluta haberi queat, neque opus ſit, vt circa hoc inſtrumentum vlteriores inſtituant disquiſitiones Phyſici. Cum enim euidenter probatum dederim, pendere omnes ipſius effectus, ab electricitate, ſperandi locus non eſt, fieri poſſe, vt noua quaedam detegantur, quae praeuidere iſti, qui theoriam electricitatis rite callet, difficile fuiſſet.

EXA-

EXAMEN THEORIAE MAGNETICAE A CELEBERR. TOB. MAYERO PROPOSITAE.

Auctore

F. V. T. AEPINO.

Philoſophiam naturalem appellare mallem ſcientiam eam, quae eruit atque explicat leges, ſecundum quas in actionibus ſuis natura procedit, quam hoc nomine inſignire ſcientiam, quae in inveſtigandis et eruendis cauſis actionum et phaenomenorum naturalium, atque rationibus, cur leges naturae ita, non aliter ſint comparatae, verſatur. Etſi enim ſcientiae, qualis poſterior haec, notionem formare queamus, experientia tamen monſtrauit, tantis obſeptam eſſe ipſam difficultatibus; ad tam obſcuras, immo vltra humani intellectus vires poſitas disquiſitiones nos detrudere, vt vano fere conatu in ipſa colenda hactenus elaboratum ſit, atque qui ipſi ſe adplicuerunt, nubem pro Iunone captantes, theoriarum nomine, mera ſomniorum ſyſtemata produxerint. Priorem vero ſcientiam humanae mentis vires non tanto interuallo tranſcendere, ex veloci cognitionis naturae progreſſu, quem incredibili felicitate cepit, ex quo *Baconi de Verulamio*

 con-

conſilium et *Newtoni* exemplum ſecuti ſunt naturae ſcrutatores, manifeſtum eſt.

Etſi deinde vel maxime in poteſtate foret, cauſas, a quibus pendent leges naturae, eruere, neſcio tamen an operae pretium foret, disquiſitionibus iſtis magna induſtria incumbere. Non enim ex ipſis niſi ſolae curioſitatis expletionem expectare poſſumus, cum ad reliquos vſus, quorum cauſa naturae cognitio hominibus exoptanda eſt, ſcientia ea, quae leges naturae explicat, ſola abunde ſufficiat.

Quid ſentiam, exemplo declarabo. Poſtquam detexerat magnus *Newtonus* coeleſtium corporum motus omnes pendere a vi quadam, qua corpora omnia mundana ſollicitantur ad mutuum acceſſum, ita vt vis huius intenſitas, vti quadrata diſtantiarum decreſcunt, augeatur, in poteſtate fuit exinde deriuare, fluxus et refluxus oceani leges et phaenomena; motuum lunarium inaequalitates, turbationes cometarum atque planetarum mutuas, innumeraque alia, quae alias ſine dubio in aeternum tenebris ſepulta fuiſſent. In omnibus vero his inquiſitionibus, cognitione cauſae huius attractionis tam parum indigemus, vt cuiuis rei gnaro euidenter appareat, ad perfectionem noſtrae de motibus coeleſtibus cognitionis, ne hilum quidem addi poſſe, etſi cauſa iſta aliquando detegatur.

Erat dum viueret ex numero eorum, qui in disquiſitionibus ad philoſophiam naturalem pertinentibus,

tibus, laudatam modo viam ſecuti ſunt, cuius illuſtre nomen ab interitu ſecurum erit, niſi ſcientiarum memoria aliquando intereat, Celeberr. *Tobias Mayerus*, qui eodem circiter tempore ac ego, inquirendae theoriae phaenomenorum magneticorum, *Newtoni* veſtigia calcans, operam dedit. Tradidit Illuſtri *Societati Scientiarum Göttingenſi*, circa medium Anni 1760, commentationem, ſuas de hac re cogitationes explicantem, quae etſi typis nondum expreſſa ſit, proſtat tamen de contentis ipſius recenſio in nouis litterariis *Göttingenſibus* eiusdem anni, quae fidem plenam ea propter meretur, quod ſub ipſis *Mayeri* oculis, tum adhuc viuentis, impreſſa ſit.

Obſeruauit Celeberr. *Mayerus*, ſimiliter ac ego feceram, in *Tentaminis Theoriae Electricitatis et Magnetismi* locis diuerſis, pro condenda theoria attractionum et repulſionum magneticarum tali, quae calculi legibus ſubiici, mathematicisque phaenomenorum iſtorum conſiderationibus locum praebere queat, praeprimis neceſſe eſſe, vt conſtet, quaenam diſtantiarum functio, ſit ea, ſecundum quam particula quaedam infinite parua, magnetica vi imbuta, agat in aliam particulam itidem infinite paruam; ſique deinde detur corpus quoddam magnetica vi praeditum, praeter ipſius figuram, inquiri adhuc debere in legem diſtributionis vis magneticae per vniuerſum hoc corpus, ſiue quod ad idem recidit, in legem ex qua, quanta ſit vis magneticae in quo-

vis

vis puncto, aut quauis particula infinite parua, intenſitas, determinari poteſt. His enim factis, problema de inueſtiganda vi, quacum agit corpus magneticum in diſtantia quacunque in corpus aliud, eo redactum erit, vt nudae analyteos, calculique integralis ope, expediri queat.

Putat Celeberr. *Mayerus* vtrumque ſe rite determinaſſe, atque functionem quidem attractionum et repulſionum magneticarum, a particula quadam infinite parua exſertarum ſequi legem eam ſtatuit, vt

Sollicitationis intenſitas in duplicata diſtantiarum ratione decreſcat.

Quoad legem vero intenſitatis vis magneticae, monet primum, ſe hic non conſiderare, niſi magnetes priſmatica aut parallelipipeda figura praeditas, tum vero ſtatuit, per magnetes huius figurae, ita diffuſam eſſe vim magneticam, vt

Intenſitas in quouis puncto ſit directe vti diſtantia ipſius a medio priſmatis puncto, quod centri nomine ipſi venit.

Fateor me valde dubitare de veritate legum iſtarum a Celeberr. *Mayero* aſſumtarum, cumque vberior dubiorum meorum declaratio, plurimum ad dilucidandam magnetis naturam facere poſſe videatur, tradere ipſam Academiae operae pretium duxi, quod quidem dum facio, detrahere meritis Illuſtris Viri

Viri animus non eſt, neque aliter acturus ſum cum ipſo, quam vt mecum agant alii naturae ſcrutatores, excepto.

SECTIO I.

De ſitu centri magnetici.

Quid nomine centri magnetici, in *Tentamine* meo *Theoriae Electricitatis et Magnetiſmi* intelligam, breuiter repetere hic non inutile puto. Cum nullus reperiatur magnes, qui vnico ſolum magnetiſmi genere gaudeat, ſed omnes tam auſtralem, quam borealem ſimul poſſideant; atque vis magnetica non vnico puncto inhaereat, ſed per totum magnetem diffuſa ſit; tandemque magnetiſmus auſtralis et borealis oppoſitae ſint naturae; liquet in quouis magnete dari locum quendam, qui partem boreali magnetiſmo praeditam, diſcernit atque ſeparat, a parte auſtralem magnetiſmum poſſidente. Cumque hic locus is ſit, in quo magnetiſmus borealis in ſui oppoſitum tranſit, per ſe liquet ipſum hoc punctum magnetiſmo plane expers eſſe. Locum hunc veterum Phyſicorum aliqui *aequatorem magneticum* vocarunt, ego *centrum magneticum* appellaui.

Similiter ac ego rationes ſubduxit Celeberr. *Mayerus*, ea ſolum intercedente differentia, vt quod ego *centrum magneticum*, id ipſe ſimpliciter *centrum* nominet. Prima quae circa hoc centrum magneticum moueri poteſt quaeſtio, ea eſt, vt determine-

 tur

tur in quouis magnete, prismaticae figurae (de his enim ſolis nobis ſermo erit) locus, vbi hoc centrum magneticum eſt, atque ad hanc quaeſtionem Celeberr. *Mayerus* omnino aliter reſpondet ac ego feceram. Data enim opera, in *Tentamine Th. Electr. et Magnetiſmi*, ſaepius monui, centrum magneticum non ſemper in virgae medio ſitum eſſe, neque partem boreo magnetiſmo praeditam, aequalis eſſe longitudinis cum parte, auſtrali magnetiſmo imbuta. Celeberr. autem *Mayerus*, quaſi centrum magneticum, cum centro longitudinis virgae aut priſmatis exacte ſemper conueniat, ſtatuere non dubitauit.

Neſcio an per ratiocinia, an per methodos vulgares ſitum huius centri examinandi ſeductus fuerit *Mayerus*. Id certe ſcio, in magnetibus naturalibus rariſſime, inque ferreis priſmatibus arte magnetificatis, vix vnquam, niſi methodus duplicis contactus (*la double Touche*) adhibita fuerit, legem ab ipſo tanquam generalis eſſet, ſtabilitam, locum habere. Vt fidem verbis faciam, methodum hic indicabo, qua ad inueſtigandum ſitum centri magnetici vti ſoleo, quae ita ſecura eſt, vt in determinando ipſius loco, errorem longitudinis vnius lineae pertimeſcendum non habeam.

Magnetem aut ferramentum magneticum examini ſubiiciendum, chartae mundae folio tego, quod ſcobe ferrea conſpergo, atque poſt leues aliquas concuſſio-

cuſſiones tabulae impreſſas, et poſtquam ſe diſpoſuit limatura ferri, in conſuetas curuas ellipticas, a parte auſtrali ad borealem magnetis tendentes, oculorum iudicio et aeſtimationi confiſus, plumbaginis apice, in charta centri curuarum ellipticarum locum deſigno, cuius deinde ab vtroque extremo prismatis magnetici diſtantiam dimetior, ſicque cum ſecuritate dimidiae, aut ad ſummum, integrae lineae, experientia teſte, magnetici centri ſitum determino.

Alia datur methodus, centri ſitum inueſtigandi, quam vero minus ſecuram eſſe, ac admodum ſenſibiliter fallere poſſe, expertus aſſero. Virga exploranda in verticali ſitu detenta, acus magneticae alterutri polo, v. g. boreo D, (Fig. 1.) Tab. VI. admoueatur extremo ſuo A, ac obſeruabitur, ſi AB fuerit virgae polus borealis, repelli apicem verſarii D. Eleuetur tum lente virga, atque repulſio ſenſim ſenſimque decreſcet, vsquedum omnino inſenſibilis euadat, atque tandem in attractionem abeat. Ea iam virgae regio, quae in acus apicem D, nullam nec attractionem nec repulſionem exercere obſeruatur, continere centrum magneticum, cenſenda eſt.

Qui methodum hanc tentauerit, quam lubrica ipſa ſit, ſtatim obſeruabit. Verſus medium nempe virgae, in regionem, pro circumſtantiarum ratione plures pollices longam incidet, quae in acum nullam ſenſibilem actionem exſerere videtur, vnde

errorem, in ſitu magnetici centri hac methodo determinando, in ſatis anguſtos limites coërcere, fruſtra ſperatur.

Non difficile eſt, vnde lubricitas haec ortum trahat, perſpicere. Si nempe centrum virgae magneticae ad B reperiundum ſit, qui naturae conſuetudines callet, facile ſuſpicabitur, magnetismum borealem non ſubito et per ſaltum in hoc puncto tranſire poſſe in magnetismum auſtralem. Secundum legem continui potius, quam natura amare conſtanter deprehenditur, lente decreſcet magnetismus borealis, vsquedum omnes gradus infinite paruos percurrendo tandem ad B penitus euaneſcat, et in contrarium auſtralem magnetismum abeat, qui rurſus omnes gradus infinite paruos pertranſeundo ad datum terminum increſcere debet. Facile itaque concipitur, vtrinque a puncto B, ad ſatis magnum ſpatium tam debilem eſſe debere magnetismum virgae, vt vix ac ne vix quidem, aliquem, qui ſentiri queat, in acum edere effectum valeat.

Quodſi iam placeat eam, quam ego indicaui, pro explorando magnetici centri ſitu, methodum adhibere, non dubito deprehenſurum quemuis, quod ego, in magnetibus naturalibus quos hactenus exploraui, reperi: rariſſime aliquem, etſi parallelipipeda figura praeditum inueniri, in quo Celeberr. *Mayeri* regula locum haberet. Superficies nempe, partem borealem ab auſtrali diſcriminans, fere nunquam

quam prismatis longitudinem biſecat, fere nunquam ad longitudinem ipſius normalis eſt, ac fere nunquam plana, ſed potius irregulariter curua deprehenditur.

Quod porro ſpectat ferramenta magnetica vi arte imbuta, quo pertinent magnetes artificiales, deprehendi, pro varia methodo, quae adhibita erat, dum magnetica vis ipſis inducebatur, varium fuiſſe magnetici centri ſitum. Duplex quidem contactus rite adminiſtratus, in eum ſemper reducere ſolet ſtatum ferramenta prismatica, quem *Mayerus* ſupponit, non tamen loquor niſi de virgis modicae longitudinis, quid enim de longioribus ſtatuendum ſit, poſtea indicabo. Quodſi vero alia quaecunque magnetificandi methodus, a duplici contactu diuerſa in vſum vocetur, rariſſime, ac non niſi fortuito *Mayeri* regulam locum habere obſeruaui. Lubet aliqua hic experimenta addere, quae aſſertorum meorum veritatem demonſtrant.

Experimentum I.

Parallelipipeda ferrea diuerſae longitudinis, 2. lin. lata et ½ lin. craſſa, modice dura, magnetis artificialis fortioris polo B, (Fig. 2.) appoſui, et ſeparatis ipſis poſt vnius circiter minuti interuallum a magnete, centri magnetici ſitum inueni talem, qualem ſequens tabula indicat. Tab. VI.

Long. Parallelip.	Diſtantia centr. mag. a puncto C.	Diſt. centr. magn. a medio virg.
1, 37 poll.	0, 58 poll.	0, 10. poll.
2, 78	1, 06	0, 33
4, 10	1, 86	0, 19
5, 48	2, 01	0, 73
6, 33	1, 87	1, 29
12, 12	1, 51	4, 55.

Experimentum II.

Parallelipipeda, qualia modo deſcripſi, magnetis polo A ſecundum totam longitudinem ſtricta Tab. VI. (Fig. 3.) exploraui, atque in ipſis locum centri magneti inueni quem monſtrat tabula

Longit. Parall.	Diſt. centri magn. a puncto C	Diſt. centri magn. a medio
1, 37 poll.	0, 73 poll.	0, 05 poll.
2, 78	1, 52	0, 13
4, 10	2, 25	0, 20
5, 48	2, 82	0, 08
6, 33	3, 54	0, 38
12, 12	6, 99	0, 93

Expe-

Experimentum III.

Similia parallelipipeda, magnetis incurui artificialis polo vtroque ſtrinxi per totam longitudinem, (Fig. 4.) euentu quem ſequens exhibet tabula. Tab. VI.

Long. Parall.	Diſt. centr. a puncto C	Diſt. centr. a medio
1, 37 poll.	0, 74 poll.	0, 06 poll.
2, 78	1, 63	0, 24
4, 10	2, 55	0, 50
5, 48	3, 52	0, 78
6, 33	4, 56	1, 40

ſexti parallelipipedi 12, 12 poll. mentionem non inicio, quoniam hac magnetificandi methodo ipſum, ſeptem polos alterno ordine ſe excipientes, ſiue vt loqui amant phyſici, totidem puncta conſequentia acquiſiuerat, qui caſus huc non pertinet.

Quae hic expoſui ſatis commonſtrant, magnetici centri ſitum, neque in magnetibus naturalibus, neque in ferramentis magnetica vi arte imbutis, ſeu magnetibus artificialibus, ſemper eum eſſe, quem Celeberr. *Mayerus* ſupponit; etſi fatear, in parallelipipedis chalybeis, quae ordinario magnetum artificialium nomine veniunt, et quae methodo duplicis contactus magnetificari ſolent, enunciata *Mayeri* locum habere. Inter praerogatiuas enim duplicis contactus numerandum eſt, quod magneticum centrum ad virgae medium ſemper reducat, prouti monui, in

in *Tentam. Theor. Electr. et Magnet.* pag. 222. 223. Videtur mihi exinde, Celeberr. *Mayerum* fortaſſe non niſi magnetes artificiales examinaſſe, cumque in iis regulam ſuam ſemper locum habere obſeruaret, ex inaduertentia quadam, ipſam tanquam generalem ſtatuere non dubitaſſe.

SECTIO II.

De ſcala intenſitatum vis magneticae.

Ordiamur diſquiſitiones noſtras, a virgis parallelipipedis methodo duplicis contactus magnetificatis. Aſſumantur virgae ferreae diuerſarum longitudinum, et dicta ratione magnetificentur, atque conſtantis eſt experientiae, ſolummodo virgas modice longas eo reduci poſſe, vt binos nanciſcantur polos, reliquas, eo maiorem punctorum conſequentium, ſiue polorum alterno ordine ſe excipientium adipiſci numerum, quo ipſae longiores ſunt. Euidens hinc primum eſt, ſi infinitae longitudinis priſma magnetificari ſingatur, infinitos hoc acquirere debere polos, alterno ordine ſibi ſuccedentes. Cum ergo quemuis polum ſeptentrionalem, ab auſtrali ſuccedente diſcriminet peculiare quoddam centrum magneticum, atque ſcalae intenſitatum ordinatae in centro magnetico ſemper euaneſcere debeant, oppido liqueat, fore in virga infinitae longitudinis, ſcalam intenſitatum, talem curuam, quae axem infinitis vicibus

vicibus ſecat, ſiue ad genus curuarum tranſcendentium pertinere.

Etſi quoque prisma non infinitam habeat, aſt tantam tamen, longitudinem, vt plures quam 2 nanciſcatur polos, v. g. 4, 5, 6, etc. cum ſcala intenſitatum hoc caſu axem in pluribus, quam vno, punctis, ſecet, denuo liquet, eſſe ipſam curuam quandam altioris ordinis, non rectam, prouti ſtatuit *Mayerus*, haec enim axem non niſi in vnico puncto traiicere poteſt.

Solus itaque is caſus, vbi ita attemperata eſt virgae longitudo, vt non plures quam 2 accipiat polos, remanet, vbi ſuſpicio eſſe poteſt aliqua *Mayerianam* regulam locum habere poſſe; aſt ego quidem neſcio, an veroſimile ſit, intenſitatum ſcalam tam ſubito naturam ſuam mutare, vt ex altioris ordinis curua tranſeat in rectam, quauis vice vbi non plures quam 2 adſunt poli, quod naturae conſuetudini parum conueniens mihi videtur.

Meretur omnino res, quae clarius adhuc exponatur. Sit prisma AB (Fig. 5.) eius longitudinis, vt 4 acquirat polos, dum duplici contactu magnetificatur, et liquet hoc caſu ſcalam intenſitatum certo certius eſſe curuam quandam altioris ordinis. Cogitetur iam virga haec abbreuiari, facto tranſitu per continuum, ſiue ſingatur ſeries virgarum caetera penitus ſimilium, niſi quod ſequens quaeuis a praecedente infinite parum longitudine Tab. VI.

 diffe-

differat, atque patet, intenſitatum ſcalam itidem mutationes continuas, aſt infinite paruas pati debere. Cum ergo notum ſit, conſtantes, quae ingrediuntur curuae altioris ordinis aequationem, ita determinari poſſe, vt in quamuis inferioris ordinis lineam ipſa tranſeat, negare equidem nolo, fieri poſſe, vt ſcala intenſitatum, per gradus infinite paruos ad rectam accedat, tandemque ſub data virgae longitudine penitus in rectam euadat. Aſt, etſi haec concedantur, euidens tamen eſt, non niſi vnicam determinatam dari poſſe longitudinem virgae, ſub qua *Mayeri* regula valere poteſt, atque ſi aut longior aut breuior aſſumatur virga, non rectam, ſed curuam quandam, pro intenſitatum ſcala aſſumendam eſſe.

De magnetibus naturalibus, atque ferramentis, alia, quam methodo duplicis contactus magnetificatis omnino loqui ſuperuacuum puto, de prioribus enim per experientiam ſatis conſtat, valde irregularem eſſe ſolere per ipſos magneticae vis diſtributionem, ac de poſterioribus, iis, qui vnquam magneticis experimentis operam dederunt, notiſſimum eſt, eſſe diſtributionem magneticae vis per ipſa, in experimentatoris poteſtate quodammodo ſitam, ita vt variare ipſam, ac pro lubitu fere irregularem reddere liceat.

SECTIO

SECTIO III.

De functione attractionum et repulſionum magneticarum, et experimentis a *Mayero* pro confirmanda hypotheſi ſua inſtitutis.

Attractiuarum virium, quarum in natura exemplum habemus, praecipua ſine dubio habenda eſt ea, quam *Newtonus* grauitatis vniuerſalis nomine appellauit, quamque ſecundum diſtantiarum rationem inuerſam duplicatam exerceri, iam penitus compertum habemus, ex quo demonſtratum eſt, omnes corporum coeleſtium motus leges, immo et quam maxime complicatas ipſorum inaequalitates, mira felicitate ex hac ſuppoſitione, profundioris analyſeos ope deduci potuiſſe. An reliquae vires huius generis, eandem legem ſequantur, quaeſtio eſt, ad quam Phyſicorum aliqui nimis feſtinanter affirmatiue reſpondere auſi ſunt. Nulla enim hactenus apparet neceſſitas, cur omnes eiusmodi vires vnam eandemque legem ſequi debeant, neque, quamdiu origo, intimaque ipſarum natura ignoratur, vndenam depromi queant argumenta, rei vniuerſaliter diiudicandae propria, perſpicio. Immo ipſa experientia luculenter commonſtrat, dari vires, v. g. eas, quibus ſuperficies fluidorum certis vaſis contentorum incuruantur; fluida in tubulos capillares abripiuntur; lumen in refractione et diſtractione a

via recta detorquetur, etc. quae legem quadratorum omnino reſpuunt, cuius rei luculentum eſt indicium, quod hae vires non niſi in minimis diſtantiis ſint ſenſibiles, atque diſtantia quantumuis parum aucta, immenſa quaſi velocitate decreſcant.

A priori itaque aliquid de functione actionum magneticarum ſtatuere velle, temerarium foret, neque alia veritatem detegendi via patet, quam experientia, quae an phaenomena cum *Mayerana* ſuppoſitione conueniant an minus, ſola oſtendere poteſt.

Anxie quaeſiui, in euoluenda theoria magnetica, quam in *Tentamine Theoriae Electric. et Magnetiſ.* expoſui, occupatus, qualis ſit lex functionis actionum electricarum et magneticarum, quo minus enim pro abſoluta ipſam venditare poſſem, hoc vnicum deeſſe videbatur. Incidi tum in ſuſpicionem, electricas actiones eam ſequi legem, vt in diſtantiarum ratione inuerſa decreſcant, et coniecturam poſtea exinde aliquam deduxi, an forte magneticarum actionum lex, eadem ſit quae electricarum. Non tamen neque quoad magnetismum, neque quoad electricitatem mihi ſatisfacere potuerunt experimenta eo gradu, vt aliquid certi ſtatuere auſus eſſem. In iisdem limitibus et adhuc me contineo, hic tamen, qua ratione ad coniecturas iſtas perductus fuerim tum temporis, breuiter enarrabo.

Notiſſimum phaenomenon, quod lagena Lugdunenſis electricitate repleta, in exteriori ſua ſuperficie

ficie nullum electricitatis monſtret ſignum, ſi ſuperficies haec a corpore non per ſe electrico contingatur, occaſionem praebuit ad diſquiſitiones diverſas, de cauſa huius phaenomeni in *Tentamine Theor. Electr. et Magnet.* amplius expoſitas, quarum partem hic, quo clarius rem exponere queam, repetere conſultum duco.

Sit lamina quaedam AB, (Fig 6.) electricitate poſitiua praedita, alteri CD negatiue electricae, propinqua, inter vtramque vero laminam reperiunda ſit materia quaedam per ſe electrica, quae fluidi electrici ex AB in CD tranſitum impedire poteſt, atque laminae CD, propinquum ſit corpus quoddam F. Nititur iam ſuperficies CD negatiue electrica, ad reducendum corpus F in eum ſtatum, vt fluidum electricum in ipſo contentum ſe verſus partes CD propinquiores recipiat, auerſas vero derelinquat. Non vero ſolius laminae CD actioni expoſitum eſt corpuſculum F, ſed a corpore AB quoque aliquam patitur actionem, quae ad inducendum corpori F prorſus contrarium ſtatum, ac CD tendit. Corpus enim AB tanquam poſitiue electricum, fluidum electricum ex partibus CD propinquioribus propellit, et verſus magis diſtantes cedere cogit. Sunt itaque laminarum AB, CD actiones in corpus F prorſus oppoſitae naturae, vnde aliter fieri nequit, quam vt vna alterius effectum imminuat. Facile autem patet, ſi in poteſtate ſit alterius harum laminarum electricitatem pro lubitu Tab. VI.

 vel

vel augere, vel imminuere, perduci eo rem ſemper poſſe, vt actio vnius laminae in corpus F eam alterius penitus deſtruat. Hoc ergo caſu corpus F a ſtatu ſuo naturali omnino non deturbatur, vnde neque fluidi electrici tranſitus aliquis ex F in CD locum habet, neque corpus F, quod electricum non euadit, attrahi aut repelli poteſt, prouti detexi et in *Tent. Theor. Electr. et Magnet.* ſaepius allegato demonſtraui; ſeu quod ad idem recidit, lamina CD in corpus F nullam actionem electricam exercebit. Inuertere haec ratiocinia, atque transferre ipſa ad caſum, vbi CD poſitiuam, AB vero negatiuam poſſidet electricitatem, res eſt difficultati nullae obnoxia.

Poſtquam iam eo perducta éſt res, vt laminae CD et AB, deſcripta ratione coniunctae, in corpuſculum F nullam edant actionem, tum experimenta optarem demonſtratiua, et nulli dubio ſubiecta, quae decidere penitus queant, an, ſi corpus F in *f* aut Φ transferatur, ibi actionem quandam electricam ſentiat, an minus. Si nempe ſatis euidenter monſtrari poſſet, ſemper, quando laminarum AB, CD, iunctarum actio in F, ſit nulla, euadere ipſam quoque, in puncto alio quouis, aut propinquiori aut longius diſtante, *f* aut Φ, nullam; tum leni negotio probari poterit, eſſe functionem actionum electricarum eam, vt in diſtantiarum ratione ſimplici inuerſa decreſcat. Aſt quicquid egerim, nunquam eo peruenire potui, vt experimentis,

tis, a me in hanc rem inſtitutis omnimodam fidem haberem.

Omnia haec ratiocinia ad magnetem tranſtuli, eo quidem cum fructu, vt noua phaenomena magnetica varia, electricis analoga, in *Tent. Theor. Electr. et Magn.* pag. 155. ſqq. recenſita, detegerem, aſt quoad functionem actionum magneticarum, mihi ipſi non magis, quam quoad electricitatem ſatisfacere potui.

Cum itaque mihi non licuerit, arduam hanc quaeſtionem enodare, dubium ſupereſt, anne *Mayeriana* regula vera ſit, cuius quidem validum videri poteſt argumentum, quod perhibeatur in nouis literariis, *Göttingenſibus*, tentamina circa quantitatem vis, qua magnetes parallelipipedi ſe attrahunt aut repellunt, a Celeberr. *Mayero* inſtituta, cum conſectariis calculi ope ex theoria deductis, penitus conſentientia deprehenſa fuiſſe. Etſi autem fidem ill. viri, cuius memoriam veneror, in dubium non reuocem, aſſerere tamen poſſum, experientiam hypotheſibus ipſius penitus eſſe contrariam.

Primo ſtatim loco, quo appareat iure me ita agere, phaenomenon producere poſſum, cuius frequens in Phyſicorum ſcriptis mentio iniicitur, quodque, ſi quis de ipſo dubitet, ita comparatum eſt, vt minimo negotio repetere quiuis iſtud, ſeque de veritate ipſius conuincere queat, quod vero cum hypotheſi *Mayeriana* non ſolum non conciliari poteſt, ſed etiam penitus ipſam refellit.

Bini

Tab. VI. Bini magnetes artificiales ABC, *abc*, (Fig 7.) ſibi inuicem ita opponantur, vt in directum iaciant, ſibi inuicem vero obuertant polos cognomines, inimicos alias vocatos, v. g. boreos aut auſtrales. Examinetur bilancis mobilioris ope actio horum magnetum in ſe inuicem, atque obſeruabitur, ſi maiori interuallo a ſe inuicem diſtant, repellere ipſos ſe mutuo, et repulſionem quidem ſub initium, maiorem euadere cum imminuta diſtantia, aſt ſi continuo magis magisque propiores ſibi fiant magnetes, repulſionem terminum quendam maximum attingere, quem ſi praetergreſſa eſt, decreſcere incipit, cum imminuta diſtantia, immo per zero in contrarium tandem tranſit, ita vt magnetes ſe attrahant, et ſub ipſum contactum notabili vi cohaereant.

Fallit hoc experimentum nunquam, ſiue in magnetibus naturalibus, ſiue artificialibus inſtituatur, modo magnetum alter, aut inſigniter debilior, ſit, aut ex chalybe molliori conſtet, quam alter. Immo et groſſiori modo inſtituta experimenta, tranſitus huius ex repulſione in attractionem manifeſta produnt indicia, ita vt hoc phaenomenon familiare non eſſe nequeat, iis, qui experimentis magneticis inſtituendis, vnquam incubuerunt.

Manifeſtum autem eſt, cum theoria *Mayeriana* conciliari phaenomenon iſtud nunquam poſſe, ſed potius ex ipſa neceſſario ſequi, repulſionem cum im-

imminuta diſtantia perpetua capere debere incrementa. Primum enim ad intuitum patet, quamuis particulam partis BC vnius magnetis, a quauis particula partis $b\,c$ magnetis alterius conſtanter repelli, vi eo maiore, quo propius ad ſe inuicem accedunt magnetes. Etſi autem deinde, quoduis punctum partis $a\,b$, attrahat quoduis punctum partis BC, vi quoque creſcente cum imminuta diſtantia, facile tamen, etiam ſine integrationis adhibitae ope, oſtendi poteſt, ex attractione iſta, quae repulſioni ſe immiſcet, conſequi hoc nunquam poſſe, vt repulſio inter binos magnetes decreſcere incipiat, immo euaneſcat, et in attractionem abeat. Aſſumta nempe in parte $b\,c$, particula infinite parua $\mu\,\nu$, ex altera parte centri in aequali diſtantia ſumatur aequalis particula $m\,n$, quae particulae ex hypotheſi *Mayeriana* vires poſſident intenſitate aequales, aſt oppoſitas. Quodſi iam dicatur interuallum horum elementorum $m\mu = \alpha$, atque prioris diſtantia a quodam alterius magnetis elemento $MN = x$, erit vis qua agunt elementa $\mu\nu$, mn, in particulam MN, proportionalis $\frac{-1}{x^2} + \frac{1}{(a+x)^2}$, quam quidem vim ſemper negatiuam aut repulſiuam manere, vtcunque imminuatur x, immo cum x imminuto augeri, facile oſtenditur. Debita nempe inſtituta reductione, erit haec vis $= \frac{a}{a\,x^2 + x^3} + \frac{a}{a^2\,x + 2\,a\,x^2 + x^3}$, cuius formulae vtraque pars manifeſto increſcit, dum x imminuitur.

 Satis

Satis quidem ex vnico hoc experimento liquet, hypotheſi *Mayerianae* cum natura non conuenire, aſt praeterea et circa hypotheſin, et circa experimenta pro confirmanda hypotheſi inſtituta, hoc monendum habeo, quod, ſi experientia conclusionibus ex hypotheſi deductis omnino conſona reperta fuerit, tantum abſit, vt hic conſenſus probandae veritati huius hypotheſeos inſeruire queat, vt potius pro valida demonſtratione, fundamento ipſam deſtitutam eſſe, habendus ſit.

Rem valde paradoxam proferre lectoribus non videri non poſſum, aſt facile me explicare et aſſerti mei veritatem in lucem ponere, in poteſtate eſt.

In ponendis theoriae magneticarum attractionum et repulſionum fundamentis, abſolui totum negotium putat Celeberr. *Mayerus*, modo lex diſtributionis vis magneticae per totum magnetem, et functio attractionum et repulſionum magneticarum cognita ſint. Aſt tertia occurrit circumſtantia, non minus, quam priores eſſentialis, quam cum inſuper habuerit *Mayerus*, calculus ipſum nunquam ad leges experientiae conſonas deducere potuit, etſi concedatur hypotheſes ipſius veras eſſe, aut ſi ad tales ipſum deduxit, indicio hoc eſt, in conſtituendis theoriae fundamentis errores tales commiſſos eſſe, qui ex neglectu circumſtantiae cuiusdam eſſentialis oriundos errores, rara fortuna, deſtruxerunt.

Exa-

Examinemus primum caſum, qui ſimpliciſſimus videtur, vbi magnes in ferrum, vi magnetica nulla imbutum, agit, oſtendi, vt puto, primus, magnetem, in ferrum magnetica vi expers, plane nullam exercere actionem, ita vt, ſi aliquo artificio effici queat, vt ferrum magneticam vim nullam adipiſcatur, etiam a magnete non alliciatur. Dum itaque ferrum, v. g. filum *a b* (Fig. 8.) a magnete CD attrahitur, res tota ita procedere concipienda eſt, vt ferrum *a b* primum, per actionem magnetis cui appropinquatur, magneticum euadat, tumque tanquam verus magnes attrahatur. Tab. VI.

Videri poteſt, facile adaptari poſſe theoriam *Mayerianam* huic caſui, ſupponendo abiiſſe filum *ab* in magnetem, qui polum amicum polo magnetis D obuertit. Aſt ab ita agente Phyſico primum quaero, qualem filo *a b* ex hypotheſi in magnetem transmutato ſcalam intenſitatum tribuere velit? Etſi enim ex hypotheſi *Mayeriana* aſſumendum ſit, eſſe intenſitatem vis magneticae in quouis puncto m, diſtantiae a centro magnetico proportionalem, ita vt, ſi intenſitas vis magneticae generatim dicatur z, recta mc vero ponatur $= x$, z ſit proportionale x; liquet tamen, pro determinanda abſoluta quantitate ipſius z, introduci debere factorem quendam, quem per μ indicabimus, ita comparatum, vt fiat $\mu z = x$. De hoc autem factore, quem diſtinctionis et breuitatis cauſa, *exponentem intenſitatis* vocabo, quaeſtio-

 nem

nem inſtituo, an qui cum *Mayero* ſentit, ipſum conſtantem, an variabilem aſſumere velit? Quodſi quis, prouti *Mayeriana* theoria hoc poſtulare videtur, prius aſſerere velit, in mentem vt reuocet experimenta, velim, quae oſtendunt, quo propius admouetur ferrum magneti, eo fortiorem nanciſci magnetismum, qualia tentamina tam obuia ſunt, vt de iis loqui ſuperuacuum foret. Conſequens autem ipſorum eſt, quod exponens intenſitatis cum mutata diſtantia perpetuo mutetur, vnde functio quaedam diſtantiae ferri a magnete non eſſe non poteſt. Ab eo itaque, qui calculum experimentis aptare vult, iure exigo, vt indicet qualis functio diſtantiarum ſit exponens dictus, ipſumque in calculum introducat. Sin vero hoc neglexerit, et prodeant nihilominus formulae experientiae conſonae, nil aliud inde concludi poteſt, niſi tam feliciter, in reliquis ſuppoſitionibus peccatum eſſe, vt inſignis qui commiſſus erat error, inde reſarcitus ſiue deſtructus ſit.

Secundam deinde mouebo quaeſtionem, vbinam, qui *Mayeri* ſententiae accedit, in ferro a magnete attracto, centrum magneticum, ex quo abſciſſas ſcalae intenſitatum computat, collocare velit. Nam ſi cum *Mayero* in medio ipſius conſtanter ſupponere iſtud vellet, experientiis facile inſtituendis, iisque quae in *Tentamine Theor. Electr. et Magnet.* pag. 176. ſqq. deſcribuntur ſimilibus contrariatur. Haec nempe tentamina demonſtrant, locum

cum centri magnetici variationi obnoxium eſſe, et per functionem diſtantiae ferri a magnete explicari debere. Quodſi ergo et haec circumſtantia quam maxime eſſentialis in calculo negligatur, concluſiones experientiae contrariae prodire debent, niſi alibi ita erratum ſit, vt errores compenſentur.

Quae de magnetis in ferrum actione protuli, ita comparata ſunt, vt de actione magnetis in magnetem, qui alteri polum amicum obuertit, quoque valeant. Etſi enim magnes, magnetem alium ſibi propinquum magneticum reddere opus non habeat, agit tamen in ipſum, non ſolum attrahendo, ſed atiam ſtatum ipſius immutando, ita vt magnetici centri ſitus, et exponens intenſitatis cum diſtantia variata, ſimul mutentur. Proſtant de primo experimenta penitus rem demonſtrantia, in *Tentamine Theor. Electr. et Magnet.* loc. alleg. poſterius vero inde liquet, quod magnes debilior, quo proprius fortiori admouetur, eo maiorem vim attractiuam in tertium corpus ipſi admotum exſerere ſoleat.

Denique de tertio caſu, vbi cognomines aut inimici magnetum poli, ſibi inuicem obuerſi ſunt, ſimilia dicenda ſunt. Neque enim hic mutua magnetum actio ad id ſolum reducitur, vt attrahendo et repellendo in ſe inuicem agant, ſed conſiderandum praeterea venit, quod mutuum edant conatum ſtatum ſuum immutandi, ita vt ſcala intenſitatum,

 et

et magnetici centri ſitus, mutationem patiantur. Luculenter hoc commonſtrant experimenta a me in *Tentam. Theor. Electr. et Magnet.* loc. alleg. prolata, aſt aequali euidentia ex tentamine, cuius antea mentionem feci, quod repulſio magnetum, ſi propius ſibi inuicem admoueantur, decreſcere incipiat, immo in attractionem abeat, concluditur. Phaenomeni enim huius cauſa alia nulla eſt, quam quod fortior magnes in debiliorem eo gradu agat, vt magnetismum poli, qui ipſi obuertitur, debilitet, immo immutet, et contrarium ipſi ſtatum inducat.

DE-

DESCRIPTIO
NOVI PHAENOMENI ELECTRICI
DETECTI IN CHRYSOLITHO SIVE SMARAGDO BRASILIENSI.

Auctore

F. V. T. AEPINO.

Poſtquam mirabiles Tourmalini proprietates a me detectae, in Anglia innotuiſſent, magnis et egregiis in Philoſophiam naturalem meritis conſpicuus *Wilſonus*, repetiiſſe experimenta mea, nouaque plurima, ingenioſe excogitata addidiſſe, non contentus fuit, ſed et ſpartam in ſe ſumſit, inquirere, anne inter corpora mineralia reliqua, lapidesque in terrae gremio reperiundos, alii, ſimilibus proprietatibus praediti inueniantur? Tam quoque felicem habuerunt ipſius perquiſitiones ſucceſſum, vt varias detexerit gemmas, aliquas eleganter rubras, alias pallidiores, vnam coloris in aurantium vergentis, in electricis experimentis Tourmalino ſimiles, reſpectu duritiei vero, et politurae quam admittunt, Topazio analogas, prouti teſtantur *Philoſophical Transactions Vol. LII. Part. II. pag.* 443 - 447.

Gemmae hae omnes, quantum ex Domini *Wilſon* deſcriptione iudicare licet, non ſolum quoad proprietates electricas, ſed etiam quoad reliquas Tour-

Tourmalino Ceylonienſi tam analogae ſunt, vt pro nudis varietatibus, ſi ita loqui licet, vnius eiusdemque lapidum ſpeciei ad quam pertinet Tourmalinus, haberi ipſas poſſe, mihi fere perſuaſum habeam, cum in nulla re niſi in coloris ſpecie et gradu, (*Nuance*) mox in rubrum, mox in brunneum vergentis, mox dilutioris mox magis ſaturati, differre videantur. Dubitandi itaque adhuc locus foret, an praeter vnicum lapidum ſiue gemmarum genus, aliud detur, ſimilibus proprietatibus electricis praeditum, ac mirabilis iſte lapis Ceylonienſis, niſi in lucem produxiſſet Celeb. *Wilſonus*, loc. cit. *Chryſolithum Americanum*, cui praeter electricas proprietates cum Tourmalino nil commune eſt, quique proinde, pro lapide omnino diuerſi, et ſui generis agnoſcendus eſt.

Accepit *Wilſonus* huius lapidis fruſta, ab eruditiſſimo in omni Mineralogia, et hoc nomine Celeberrimo Viro, Dno. *Mendez da Coſta*, qui ea mente cum ipſo exemplaria quaedam communicauit, vt inquirendi anſam ipſi praeberet, an quoad virtutem electricam, aliqua detur ipſius cum Tourmalino ſimilitudo, quod quidem ſic ſe habere, non ſine inſigni laetitia agnouit *Wilſonus*.

Quod ad hiſtoriam naturalem lapidis huius ſpectat, ſequentia ad Domini *da Coſta* peruenerunt notitiam:

„*Quod oblatus ſit ipſi ſub nomine* Smaragdi „Braſilienſis, *ſit vero ſpecies cryſtalli, concretae in*

„*colu-*

„*columnas, laterum et angulorum irregularium, aſt* „*ſecundum longitudinem ſtriatas et canaliculatas. Quod,* „*cum omnia quae vidit ipſius ſpecimina, non fuerint* „*niſi fragmenta, ſuſpicetur, non generari haſce cryſtal-* „*los in antris aut rupium fiſſuris, vti alias cryſtalli* „*ſolent, ſed quod procul dubio ita naſcantur, vt rupi* „*duriori (Quartz) incluſi ſint, et ab ipſa arcte am-* „*biantur, quodque riuorum et aquae torrentum impetu,* „*ſimiliter vti aurum in Braſilia aut Guinea reperium-* „*dum, a rupe ſeparatae, et ex ipſa euulſae ſint; in-* „*deque cauſam, cur non reperiantur niſi diffractae, re-* „*petendam eſſe indicat. Addit Celeb.* da Coſta, *me-* „*tallifodinas Cornwallenſes, aliasque Europaeas conti-* „*nere cryſtallos nigras, huic ſimiles, quarum exempla* „*reperiuntur, in britannico, aliisque muſaeis. Suecos* „*vocare hoc corporis genus, lapidem corneum cryſtalli-* „*ſatum, et* Wallerium *allegare*, lapidem corneum „cryſtalliſatum viridem, *qui veroſimiliter cum noſtra* „*cryſtallo americana eiusdem ſit ſpeciei. Metalliſoſſores* „*germanos inſignire eiusmodi cryſtallos nomine* Schirll, „*et anglicos adhibere nomina* Cockle *et.* Call. *Annu-* „*merare velle hanc cryſtallum lapidibus corneis, non* „*erroneum ſolum, ſed et riſu dignum videtur Dno.* da „Coſta, *cum et manifeſto, et vera ſit cryſtallus, ac* „*potiore iure nominari queat*: Cryſtallus viridis co- „lumnaris lateribus inordinatis„.

Deſcriptioni huic addo, colorem huius cry-ſtalli eſſe colori, quo imbutum eſſe ſolet vitrum

viride vilioris notae, ita ſimilem, vt vix diſtingui queant.

Redux nuper ex Anglia, ſumme Rev. Dnus *du Maresque*, Academiae noſtrae ſocius, attulit, a Clar. *Wilſono* dono mihi transmiſſos aliquos huius generis lapides, quos poſtquam accepi, ſumma auiditate examen ipſorum aggreſſus ſum, atque non ſolum vera narraſſe *Wilſonum* de electricitate huius lapidis, Tourmalino penitus analoga, deprehendi; ſed etiam poſt *Wilſonum* obſeruaui, vt Clar. Viri verbis vtar: „quod directio fluidi electrici ſe in hoc „lapide mouentis, ſequatur *directionem ſtriarum ſiue* „*columnarum, ex quibus conſtat haec cryſtallus*, vno „harum columnarum extremo ſemper poſitiuam, al„tero negatiuam, acquirente electricitatem„. Recordatus autem ſum hac occaſione experimenti, de quo inſtituendo iam olim cogitaueram, quod vero in actum perducere mihi non licuerat, ob vtriusque mei Tourmalini figuram ſcopo propoſito prorſus ineptam; et decreui, deuouere aliquem ex cryſtallis Braſilienſibus, quos dono miſerat *Wilſonus*, auiditati meae naturae arcana detegendi, et tentamini, quod diu meditatus eram. Cum hoc experimentum euentum habuerit non vna ex ratione mirandum, et in ſe elegantiſſimum, mearum duxi partium Academiae eius deſcriptionem impertiri.

Ex cryſtallis proinde braſilienſibus, Londino transmiſſis maximam, (figurae ac magnitudinis eius,

eius, quae in tabula adiecta exhibetur) elegi, et repetitis experimentis inueni, ipſam eius eſſe naturae, vt caloris ope extremum AB negatiuam, extremum vero CD poſitiuam adipiſcatur electricitatem. Hanc cryſtallum in medio circiter ita diffregi, vt fracturae planum, ad ſtrias cryſtalli eſſet normale, et vtrumque fruſtrum nouo ſubieci examini, atque mirabundus inueni.

1) In fruſto ABEF circa AB adhuc negatiuam, circa EF vero poſitiuam electricitatem obtinere

2) in altero fruſtro, circa GH negatiuam, circa CD poſitiuam electricitatem locum habere.

Nonne ſumme miranda eſt, haec in cryſtalli noſtrae et magnetis indole ſimilitudo? Contingere enim prorſus eadem in magnete diffracto, *vt partes in lapide integro contiguae, in diffracto contrarias poſſideant virtutes*, tam nota res eſt, vt indicio meo non indigeat

DE VITRO FOSSILI NATVRALI SIVE DE ACHATE ISLANDICO.

Auctore

D. IOH. GOTTL. LEHMANNO.

§. 1.

Achates Islandicus eſt lapis vel, vt mihi equidem videtur, vitrum quoddam naturale et foſſile, ſatis durum, caloris primo nigri, vbi vero in tenuiores finditur lamellas obſcure bruni, in igne per ſe facile fluens, cum chalybe percurſum, ſcintillas edens, reliquum polituram elegantem admittens.

§. 2. Mirabuntur forſitan nonnulli, quod lapidem noſtrum, vitrum naturale appellem, cum huc vsque in mineralogia, vitra nullum inuenerint locum. Aſt deſinent mirari, quando perpendent, corpora omni ex parte ſibi inuicem homogenea, eodem nomine, ad minimum generico, inſigniri debere. Paucis igitur per experimenta videamus, an lapidi noſtro titulus vitri conueniat. *Vitrum eſt corpus durum, fragile, glabrum, polituram admittens, plus minus diaphanum, diuerſimode tinctum, mediante igne ex variis materiis* conflatum, et in igne non admodum vehemente per ſe fluens. Omnes has qualitates

litates in lapidem noſtrum quadrare, paulo infra videbimus. Antequam vero ad experimenta ipſa accedamus, pauca ad hiſtoriam eius naturalem ſpectantia, exponam.

§. 3. Plerumque hic lapis, Achates Islandicus, lapis Islandicus, non raro a recentioribus quoque nonnullis Cryſtallus Islandica dicitur, quamuis ſi verum dicere velimus, vltimum hoc nomen minime in eum quadret, vel figuram vel naturam ſuam ſi ſpectemus. Quin immo ſub voce Cryſtalli Islandicae, quamuis non magis commode, lapis quidam ſeleniticus, potius intelligitur, diaphanus, obiecta per eum contemplata, duplicia reflectens, Androdamantis Plinii forſan ſpecies. Locus natalis ipſi eſt Islandia, et in eadem inſula mons Kraſle, in prouincia ſeptentrionali (Norder - Syſſel) referente Horrebowio in Deſcriptione Islandiae §. 16. p. 81. Edit. German. vbi ſequentibus eius mentionem injicit. *In Islandia duo reperiuntur ſuccini genera, quorum prius accenſum candelae inſtar ardet, et ideo ad bitumina pertinet, reliquum nigrum et ſatis durum. Alterum genus ab incolis Hrafn - tinna, ſilex cornua nigra, dictum non ardet, durius eſt praecedente et in tenues lamellas ſe ſcindi patitur, diaphanum naturamque vitri aemulans. Hunc lapidem cum Anderſonio pro vitrificatione habeo, quae opinio eo veriſimilior mihi videtur, quoniam ingens quantitas huius lapidis ex monte Kraſle eruitur, qui ante aliquot annos vulcanum furentem agebat. Huius lapidis non raro fruſta magni-*

tudinem menſae minoris aequantia et nonaginta libras pendentia reperiuntur. Celeberrimus Dnius *Cronſtedt* in Mineralogia p. 261. Edit. Germ. hunc lapidem quoque in inſula Aſcenſionis reperiri perhibet. Ad reliquos Mineralogos quod attinet, tam antiquiores quam recentiores, nullus huius lapidis mentionem fecit, ſi ſolum *Henckelium* in Tract. de Generat. Lapid. §. 104. *Vogelium* in mineralogia p. 134. *Pottium* in Lithogeogn. P. I. p. 45. et *Plinium* ſub titulo lapidis obſidiani, vt mihi quidem videtur, excipias.

§. 4. Cum igitur parum de natura huius foſſilis inter Phyſicos conſtet, operae pretium duxi, nonnulla experimenta cum eo inſtituere, vt, ad quam Mineralium claſſem proprie pertineat, pateſieret. Eo fine primum *menſtrua fluida* in ſubſidium vocaui, et vt haec experimenta eo tutiora euaderent, puriſſima fruſta lapidis ſelegi. Antequam vero ipſa experimenta enumerem, moneo, lapidem noſtrum per calcinationem lenem nullo modo mutari nec vllos extrudere vapores, et ideo nihil de pondere ſuo amittere; per fortiorem vero, in fluorem abire, et propterea omnia experimenta cum crudo inſtituta, in calcinatum quoque quadrare.

§. 5. *Acida concentratiſſima vitrioli nitri, ſalis communis*, non minus quam *dilutiora*, nullam vim in hanc exercent lapidem, et ne in calcinatum quidem, quod phaenomenon ſingularem eius naturam demon-

demonſtrat, quae a plerisque aliis quamuis duriſſimis lapidibus vitreſcibilibus differt, quippe qui diu multumque calcinati et tandem in mortario vitreo in puluerem reducti, partes ſuas metallicas, ſi non ex toto, tamen ex parte, in acidis concentratis deponunt. Id quod multo aliter fit cum vitris duriſſiis tinctis, quae ab acidis neque extrahuntur, multo minus ſoluuntur.

Menſtrua alcalina fluida tam fixa quam volatilia eum nullo modo aggrediuntur.

§. 6. Properabam nunc ad *fuſionem* lapidis noſtri, eamque vario modo tentabam. Drachma vna gr. 37. *per ſe* in furno anemio vulgari detenta, vitrum bene fuſum diaphanum ſed ſpengioſum et poroſum exhibebat, quod tamen non tantum priſtinum ſeruabat colorem verum etiam duritiem, cum chalybe enim percuſſum ſcintillas de ſe ſpargebat. Pondus eius erat Drachma j. Scrup. 2. et ideo gr. 3. ponderi accreuerant. Drachmae 2. eius per quatuor horas fortiſſimo igne in furno anemio maximo fuſae, eodem modo vti antecedens, ſe habebant.

Drachma j. lapidis cum ℥ß. *pulueris carbonum* in furno anemio vulgari fuſa, idem vitrum largiebatur.

Drachma j. lapidis cum drach. dimid. *ſalis tartari*, et ℥ß lapidis cum ℈j. eiusdem ſalis elegans dedit vitrum ſub viride et nullatenus ſpongioſum, hinc inde

inde maculis ruſeſcentibus notatum, inter fundendum maſſa nonnihil in crucibulo intumuerat.

Drachmae duae huius lapidis et Drachmae ſex *ſalis tartari* puriſſimi, exacte inuicem fuſae, maſſam viridem diaphanam exhibebant, quae cum aqua deſtillata ſoluta, et filtrata, in filtro ſcrup. j. terrae albae leuiſſimae relinquit. Liquor filtratus ſequentia exhibuit phaenomena:

a) Mercurium viuum in acido nitri ſolutum, colore ſulphureo praecipitabat.

b) Solutio aquoſa mercurii ſublimati aurantio colore, ab affuſo hoc liquore, fundum petebat.

c) Cum oleo vitrioli coagulum format.

d) Floribus viridis aeris affuſus liquor, et calore temperato digeſtus, elegantem offerebat vegetationem.

e) Cum vitriolo cyprino puriſſimo, leni digeſtioni expoſitus liquor intumeſcit, et poſt breue tempus, ſpeciem vegetationis cuiusdem exhibet; ex quibus experimentis omnibus conuenientia ſumma cum ſilice et cum vitro puro apparet, quippe quae ambo corpora, cum ſale alcali fixo vti nunc expoſui, tractata, eiusmodi liquorum ſilicum largiuntur, qui eadem phaenomena producit.

Terra in filtro reſidua Scrupulum j. pendens, per ſe quidem in vitrum abire recuſat, cum ana ſalis tartari vero, poſt vnius horae fuſionem, eleгan-

gantiſſimum largiebatur vitrum coloris bruni. Lapidis noſtri drachma j. cum ſcrup. j. boracis coctae, vitrum eleganter ſuſum, diaphanum, nigrum, in ſuperficie ruſeſcens obtulit.

Cum *ſale commune et nitro* fortiter calcinatus lapis, neque haec ſalia, neque ſuam mutauerat indolem.

§. 7. Ex his fuſionibus omnino apparet partes metallicas easque martiales lapidi noſtro ineſſe, quippe ſine quibus nulla hoc modo tincta vitra oriri posſent. Conſtitui igitur alias adhuc fuſiones in ſubſidium vocare. Non prolixus ero in enumerandis omnibus et ſingulis cum in finem inſtitutis experimentis; ſufficiet dixiſſe me omnes et ſingulos huc pertinentes labores docimaſticos, quantum per exiguam huius lapidis quantitatem licuit, adhibuiſſe, ſed neque ferrum neque aliud metallum in forma metallica nactum eſſe, ex quo apparet partes metallicas fingentes non niſi in parciſſima quantitate immixtas eſſe, id quod eo minus mirum videri cuiquam debet, qui nouit, quam exigua quantitas croci vel calcis metallicae, magnam vitri maſſam fundendo tingere queat.

§. 8. Cum aliis corporibus per fuſionem vnitus hic lapis, varia monſtrat phaenomena.

Cum ana *arenae magneticae* ex ſabulo maris Balthici per magnetem extractae, ſcoriam bene fuſam ex parte parum tantum ſpongioſam nigram

praebet, quae cum chalybe percuſſa ſcintillas ſpargit, a magnete vero non amplius trahitur.

Cum ana *ſilicis* praeparatae fuſus lapis, non in vitrum confluxerat, ſed tantum firmiter cohaeſerat.

Drachma vna huius lapidis cum drachmis duabus *ſelenitis* puriſſimae calcinatae, inuicem fuſae, ad ſummam fere duritiem coaluerant, vitream tamen naturam adeptae non erant.

Lapidis noſtri drachma j. *Topazii Saxonici* calcinati drach. ß. in maſſam duram cum chalybe ſcintillas edentem coloris plumbei coierant.

Cum vero lapidis et *Topazii* commemorati ana drachmam vnam et boracis coctae ſcrupul. j. funderem elegans proueniebat vitrum coloris nigri cum maculis rubris in ſuperficie.

§. 9. Ad *deſtillationem et ſublimationem* quod attinet, quilibet in anteceſſum perſpiciet, ab eis nihil expectari potuiſſe. Per ſe igitur deſtillationi ſubiectus lapis nihil exhibuit. *Cinnabaris*, *mercurius ſublimatus*, *Sal Alembrot*, *Sal Ammoniacum*, ne veſtigium quidem ſublimati notatu digni monſtrarunt. Lapis ipſe neque de pondere neque de reliquis proprietatibus quidquam perdiderat, niſi quod cum mercurio ſublimato tractatus nigredinem maiorem, cum cinnabare vero colorem cinereum contraxerat. Salia media, ſal commune et nitrum deſtillationi cum eo commiſſa, intacta manſerunt.

§. 10.

§. 10. Quoad *calces metallicas* non niſi duo experimenta cum eis et lapide noſtro inſtituere potui, cum ſufficiens quantitas eius non ſuppeteret.

Cum *minii* partibus quatuor pars vna lapidis fuſa, vitrum dedit obſcure hyacinthinum, tenue confluxum, cum maculis rubris in ſuperficie.

Lapidis dr. j. cum gr. vj. *viridis aeris cryſtalliſati* fuſa in vitrum obſcure plumbei coloris coierat, de cupro reducto ne veſtigium quidem ob oculos veniebat. Extremum hoc experimentum eo fine inſtitueram, vt palam fieret, vtrum forſitan a calcibus et crocis metallicis alios colores lapis noſter induere poſſet.

§. 11. Et haec de experimentis cum lapide noſtro inſtitutis ſufficiant. Plura quo minus tentarem, exigua quantitas, huius lapidis, cuius per Celeberr. Dnum. Tesdorpfium, mercatorem Lubecenſem hiſtoriae naturalis ſcrutatorem indefeſſum, factus fueram compos, prohibuit. Supereſt vt meam de eo dicam ſententiam. Perhibui §. 1. hunc lapidem, mea quidem ſententia, vitrum magis eſſe foſſile. Incumbit mihi probatio, quam ex antecedentibus experimentis depromam. Definitionem vitri §. 2. dedi, cum igitur lapis noſter plurimis in rebus cum vitro proxime conueniat, vix ſibi locum inter lapides veros vindicare poterit.

I^mo^. Enim abſque aliis additamentis in fluorem vitreum idque moderato ſitis igne abit, quod neque

 a la-

a lapidibus cornuis vulgaribus neque a Quarzis, multo minus a gemmis expectari poteſt, a vitris vero artificialibus denuo fuſis notiſſimum eſt, quamuis omnino ad lapides cornuos ſemidiaphanos ſatis prope ex eo quoque accedere videatur, quod diffractum hoc vitrum noſtrum in partes irregulares quoad figuram, acutas, conuexo-concauas ſemidiaphanas diſſiliat, quae tamen proprietas etiam in aliis quam plurimis vitris artificialibus obſeruatur.

II[do]. Nullus lapis cornuus, quantum ego quidem ſciam, neque alii lapides ſic dicti vitreſcentes e. g. ardeſia in tam moderato ignis gradu confluunt. Obiicient forſitan nonnulli

III[tio]. Vitra vulgaria, nullas cum chalybe ſcintillas edere; verum enim vero, vitra ſic dicta duriora, i. e. vitra quae abſque calcibus ſaturninis ex mera terra ſilicea et ex paucis partibus ſalino alcalinis fixis parantur, idem monſtrant phaenomenon, id quod tamen vitra vel mere vel plurima ex parte metallica et boracina facere recuſant.

§. 12. *Quaeritur nunc quomodo et ex quibus materiis hoc vitrum ortum ſuum traxerit.* Haec quaeſtio ſane altioris eſt indaginis, et ſi ſerio res agitur, non niſi veriſimiles caſus fortuitos allegare poterimus, quorum effectus vitrum noſtrum foſſile erit. Vidimus §. 3tio ea, quae Horrebowius de lapide noſtro et monte Kraſle retulerit. Quid ſi igitur lapis noſter nihil aliud foret, quam vitrum

per

per ignes ſubterraneos ex aliis lapidibus productum. Quid ſi forſitan verus eſſet lapis Obſidianus *Plinii* ? Vitrum eſſe antecedentia docent experimenta, ita vt pluribus argumentis, vti ſpero, ſuperſidere queam. Obſidianum eſſe *Plinii*, autoris verba, vt mihi quidem videtur, docent, in Hiſt. Natur. Lib. 36. Cap. 26. dicentis: *In genere vitri et Obſidiana numerantur, ad ſimilitudinem lapidis, quem in Aethiopia inuenit Obſidius, nigerrimi coloris, aliquando et translucidi, craſſiore viſu, atque in ſpeculis parietum pro imagine vmbras reddente, gemmas multi ex eo faciunt etc.* Miror proinde quo iure quibusque argumentis innixi recentiores quoque obſidianum lapidem cum Gagate, et Samotracia *Plinii* confundere potuerint, cum Gagathes ſit bitumen nigrum ſiccum durum, laeue, ponderoſum, opacum, polituram ad inſtar ſuccini admittens. Obſidianus contra, iuxta ipſius *Plinii* deſcriptionem eſt lapis niger interdum translucidus, ſpeculi et gemmarum polituram admittens, quae omnia cum vitro noſtro foſſili eleganter conueniunt. Samothracia *Plinii* eſt verum lignum foſſile bituminoſum nigrum. Nec confundendum erit vitrum noſtrum cum Morione et Pramnione *Plinii*, quippe qui nihil aliud ſunt, quam cryſtalli verae hexaedrae nigrae ex parte pellucidae.

§. 13. Sed his omnibus miſſis, vltimam adhuc mouebo quaeſtionem. *Ex quoniam lapidum genere conflatum eſt vitrum noſtrum* ? Paucis quae mea

ſit ſententia, dicam. Lapides Amianthini et Asbeſtini praeprimis in cenſum hic venire debent, quippe quod lapidum genus prae reliquis fortiſſimo ignis gradu fuſum, huius generis vitrum largiri ſolet. Intelligo ſub voce fortiſſimi ignis gradus, ignem intenſiſſimum per ſpecula cauſtica concaua concitatum, ignemque in furnis fuſoriis maioribus conſuetum. Sub eiusmodi ſpeculo cauſtico Cl. Dnus D. *Hoffmannus* Asbeſtum Hungaricum intra tres horae ſecundas in vitrum eiusdem indolis et coloris fudit. v. Hamburg. Magaſ. Tom. 5. pag. 278. Ex furnis fuſoriis eiusdem naturae ſcoriae apprime vitrificatae effluunt, quando minerae metallicae ex matricibus asbeſtinis et amianthinis excoquuntur, vt Olonetzi et prope Petrolkam Slabodam, alibique. Quidni igitur et natura in furnis ſuis fuſoriis Coloſſaeis ſubterraneis huiusmodi vitra praeparare poterit? Aſt ne quis ſibi perſuadeat hoc meum effatum meris inniti hypotheſibus, argumenti loco ad Lauas prouoco, vel ad materiam iſtam nunc perfecte nunc imperfecte vitrificatam, quam alii montes igniuomi eructant. Mea parum intereſt, ſintne omnes Lauae vnius eiusdemque indolis, coloris, conſiſtentiae. Sufficit omnes Lauas, vitreae eſſe naturae, et omnis differentia forſitan in eo conſiſtet, quod nonnullae melius et perfectius excoctae, aliae contra vix liquefactae ante eructationem fuerint.

Ex

Ex huc vsque prolatis ſatis ſuperque, vti confido, conſtat, *Achatem ſic dictum Islandicum verum eſſe vitrum foſſile naturale, i. e. vitrum ex aliis terrarum et lapidum, praeſertim apyrorum generibus per ignem ſubterraneum vulcanorum fuſum et ſubinde quoque verſus ſuperiora eructatum.* Forſitan quoque arenae ſplendentes nonnullae magneticae maris Balthici, Olonezenſes aliaeque ad hanc claſſem pertinent. De quibus vero propediem plura ſum dicturus.

DE

DE
CVPRO ET ORICHALCO
MAGNETICO.

Auctore

D. IOH. GOTTL. LEHMANNO.

§. 1.

Corpora ſublunaria varium in modum mutari, inuerti, deſtrui, inuicem coniungi et iterum ſeparari, notum eſt. Conſtat inſuper his modis eorum figuram, texturam, colorem et reliquas eorum proprietates variari, quorum omnium exempla vbiuis proſtant, quae nunc a natura, nunc ab arte producuntur. Huc ex naturalibus pertinent omnes fere mineraliſationes, metalla natiua mixta, aliaque corpora compoſita et ſuper decompoſita. Ex artificialibus myriades allegari poſſent, niſi verendum foret ne rem actam agerem. De Orichalco tantum pauca diſſeram.

§. 2. *Orichalcum eſt metallum compoſitum ex cupro et zinco conflatum, coloris aurei, nunc plus nunc minus elaſticum et malleabile.* Omne fere Orichalcum ſtudio elaboratur, ſi ſolum excipias, quod caſu in fuſione minerae cupri cum Pſeudogalena rubra mixtae in Suecia productum fuit, teſtantibus Ephemeri-

meridibus Academiae Scientiarum Suecicae. Modus praeparandi Orichalcum varius eſt, nunc enim ex cupro et zinco, ipſo, nunc ex cupro et lapide calaminari calcinato, mox ex cupro et cadmia fornacum zincina, curioſitatis gratia quoque ex cupro et floribus zinci parari poteſt. Quocunque tamen modo paretur, ſemper in fuſione puluis carbonum addi debet et ſolet, ideo quod zincum facile in flammam erumpat, calcinetur et in forma florum in auras auolet, ſiue in ſubſtantia adiiciatur, ſiue ex mineris ſuis inter fundendum reducatur. Superuacaneum foret methodos diuerſas, proportiones cupri et lapidis calaminaris vel zinci, furnos, inſtrumenta, et labores ipſos deſcribere et delineare, quae omnia a Celeberr. Autoribus plus vna vice enumerata ſunt. Vid. *Swedenborg* de Cupro et Orichalco, Erkerus in Aula ſubterranea, Loehneis in Vnterricht vom Bergwerck, aliique. Addo quod propediem examen lapidis Calaminaris Deo volente communicaturus ſim, qua occaſione varia hanc rem concernentia adhuc exponam.

§. 3. Orichalci ſpecies vulgari modo ex cupro et lapide calaminari vſto paratae diuerſimode a ſe inuicem differunt, idque nunc reſpectu coloris, conſiſtentiae, elateris et inprimis habitus erga magnetem et verſorium magneticum.

Color nunc magis aureus, nunc pallidior ad citrinum vergens. Cuius rei cauſa nunc in lapidem

calaminarem ipſum additum, nunc in eius naturam deuolui debet. Accedit quod pro quantitate addita et pro eius puritate color quoque Orichalci nunc magis rufeſcat nunc flaueſcat. Malleabilitas et elaſticitas huius metalli plerumque varia obſeruatur, prouti plus vel minus lapidis calaminaris additum fuerit. Quin immo differentes calcinationis gradus, in vſtulatione lapidis calaminaris adhibitae, et conſtitutio ipſa huius minerae, diuerſos quoque elaſticitatis gradus Orichalco conciliant.

Curioſiſſima vero phaenomena eaque non omnibus et ſingulis adhuc nota, exhibent diuerſae ſpecies Orichalci erga magnetem de quibus nonnulla in praeſentiarum expoſiturus ſum.

§. 4. Ante quatuor, et quod excurrit annos in Ephemeridibus ſociet. Reg. Scient. Londin. paucis tantum indigitabatur, a Gallo quodam Orichalcum magneticum obſeruatum fuiſſe. Ego nouitate rei captus, hanc obſeruationem vlteriori examine dignam cenſui et per inſtituta experimenta inueni, hunc magnetismum a partibus martialibus lapidi calaminari immixtis et in praeparatione Orichalci per Phlogiſton reducti dependere.

§. 5. *Lapis calaminaris eſt corpus minerale ſolidum, durum, ſatis ponderoſum, coloris nunc obſcure fuſci nunc dilutioris, interdum pallide flaueſcentis et albeſcentis ex zinco, ferro, et terra quadam alcalina ſemper conflatum, forte fortuito non raro et alia metalla*

talla et mineralia continens, cum cupro fuſum Orichalcum conſtituens, per deſtillationem vero zincum fundens.

Omnis lapis calaminaris antequam ad conficiendum Orichalcum adhibetur, calcinatur, non tantum vt ſuperflua humiditas plerumque ipſi adhaerens extrudatur, verum etiam vt mollior et tenerior reductionique magis obediens reddatur. In hac calcinatione color eius vt plurimum mutatur, ita vt quo magis fuerit martialis, eo rubicundior euadat et contra.

Lapis calaminaris hoc modo calcinatus certis Encheiriſibus ferrum exhibet, quamuis omnino ex vno eius genere plus quam ex altero exſudet. Ex nonnullis per vulgarem Docimaſiam ne granum quidem ferri elicitur, niſi operoſiora experimenta via humida inſtituantur, praemittantur.

§. 6. Ex his praemiſſis ratio patet cur nonnulla Orichalci genera magnetica, complura magnetiſmi expertia obſeruentur. Ego vt huius rei certior fierem ſequentia inſtitui experimenta, cum lapide calaminari diuerſi generis calcinato et crudo, cum cadmiis fornacum diuerſae indolis, cum cupro et limatura martis puriſſima, cum pſeudo-galenis diuerſis. Antequam vero ad enumerationem ipſorum accedam experimentorum, ſequentia praemittenda cenſeo.

 1) Ex

1) Ex lapidibus calaminaribus ſequentes experimentis meis adhibui, eosque crudos a me ipſo plurima ex parte collectos.

a) Aquis granenſem duriſſimum, ſaturate fuſcum, qui per calcinationem vulgarem ex luteo ruſeſcit, per fortiorem, nigrum ferri colorem adipiſcitur.

b) Aquisgranenſem flauum non aeque durum ac antecedens, per calcinationem flaueſcentem, fortiſſimo igne nigreſcentem.

c) Brilonienſem ex Weſtphalia, ochraceum per calcinationem ſaturate ruſeſcentem.

d) Ex Tarnouicenſibus ex Sileſia ſuperiori.

α) Obſcure fuſcus per calcinationem ſolitam ruſeſcens, fortiſſimo igne ante folles prunis immediate iniectus et calcinatus, totus niger et martialis,

β) Luteus durus ochraceus eodem modo ac antecedens, ſe gerens.

γ) Luteus mollior poſt calcinationem flaveſcens.

δ) Luteus mollis friabilis, nigris arbusculis conſpicuus, lamelloſus, terram argillaceam ſimulans, colorem per calcinationem vix mutans,

adhibiti ſunt.

e) Bohemicum de Tſcheren prope Commodaviam quamuis minus adaequate ſic dictum ex cinereo flaueſcentem examinaui.

f) Mi-

f) Mineram iſtam zincinam ex monte Rammelsberg prope Goslariam in Hercynia, quae ibi locorum Graue Gans vocatur, ex cinereo flaueſcentem minerae plumbi et cupri inhaerentem et adnatam, addidi.

2) Ex cadmiis fornacum ſequentes adhibui.

a) Cadmiam fornacum Goslarienſem, quae priſcis temporibus per ignorantiam abiecta fuit, (Halden - Gallmey).

b) Cadmiam fornacum Goslarienſem recentem (Grünen - Gallmey).

c) Cadmiam fornacum luteam filamentoſam et lamelloſam phoſphoraſcentem Freybergenſem.

d) Cadmiam fornacum nigram ſquamoſam non phoſphoraſcentem Freybergenſem.

e) Cadmiam fornacum maiorum, ex fuſione minerae martis prope Grashow ad fluuium Malupanam in Sileſia ſuperiore oriundam.

f) Tutiam ſic dictam Alexandrinam.

3) Ex Pſeudogalenis ſequentes experimentis meis inſeruierunt.

a) Pſeudogalena fuſco bruna ex fodina Louiſe Charlotte prope Haſſerodam ad ipſum Bructeri pedem in Principatu Halberſtadienſi.

b) Pſeudogalena flaua non phoſphoraſcens ex fodina Gütte Gottes prope Scharffenberg Dresdam inter et Miſenam.

c) Pſeudogalena nigra lamelloſa Freybergenſis de Lorentz - Gegentrum, pyrite arſenicali inſperſa.

d) Pſeudogalena coeruleſcens, vel potius chalybei coloris cum viridi montano ex Permia Ruſſiae.

§. 7. Cadmiae fornacum absque vlteriore calcinatione adhibitae ſunt. Pſeudogalenae vero ſub tegula per 8. horas fortiter aſt per gradus procedendo calcinabantur. Lapides calaminares.

1) Eodem modo tractabantur.

2) Fruſta eorum nonnulla ante folles prunis immediate iniecta per horam dimidiam primo vrebantur, poſtea per $\frac{1}{4}$ horae ventus per folles admittebatur, et inde magnetica aſt non admodum fortia euadebant.

3) Alia eius fruſta eodem modo tractabantur, ſed per horam dimidiam ventus per folles afflabatur, et inde in corpus ſemimetallicum vel potius ſcoriaceum nigrum ſumme magneticum coibant.

4) Alia ad plenariam vsque vitrificationem hoc modo vrgebantur. Vitra exinde emergentia obſcure viridis erant coloris, dura, cum chalybe ſcintillas edentia, nonnihil magnetica.

§. 8. In fuſione ipſa plurima ex parte, anatica vſus ſum proportione cupri et materiae zincinae. Fluoris crudi ſemper partes duas ad partem vnam cupri, et quartam partem pulueris carbonum pini adhibui, id quod ideo moneo ne inutili opus ſit repe-

repetitione, et idcirco nunquam adhibiti fluoris et pulueris carbonum in ſubſequentibus experimentis mentionem ſum facturus. Fuſiones ipſas in furno anemio vulgari inſtitui, crucibulis Moſcouicis ordinariis et crucibulis infra ſupraque conuergentibus in medio ventricoſis (Duten) vtens, quae vaſa operculis ſuis rite tegebantur, nullo tamen luto oblinitis. Ignis per gradus adhibitus ſubminiſtrabatur per horam vnam, interdum quoque vnam cum dimidia., vsque dum flamma ex omni parte ſerena appareret, qua viſa vas ab igne remouebatur, blande concutiebatur, et ad refrigerandum reponebatur. Reliquum omnes hae fuſiones et reductiones cum fluore crudo inſtitutae more conſueto ſale communi tegebantur.

§ 9. Exper. I. Lapidis calaminaris obſcure fuſco-bruni Tarnouicenſis §. 7. 3. calcinati fortiſſimo igne et cupri puriſſimi ana vncia dimidia fuſa, Orichalcum elegantiſſimum aſt durum ſuppeditabat, cuius limatura tota fere a magnete ſumma cum vi trahebatur, et acum magneticam de loco mouebat ad horam integram circulo horario inſcriptam. Maſſae accreuerat drachma vna, grana tria. Moneo hac occaſione in perpetuum, me in his experimentis eo tantum reſpexiſſe, vt Orichalcum purum, bene fuſum, quantum per naturam et quantitatem lapidis calaminaris licuit probe tinctum obtinerem, quo ad obſeruationes magneticas inſtituendas tuto vti poſſem, et ideo in praeſentiarum nihil de elaſtici-

tate

tate horum mixtorum dicam, quippe de qua alio tempore ſum locuturus. In determinandis momentis declinationis acus magneticae, pyxide magnetica vſus ſum vulgari, qua metalliſoſſores vtuntur, cuius annulus in 24 horas, quaeuis vero hora in 8 partes etc. ſubdiuiſa erat. Magnetem adhibui artificialem ſatis validum, cui pro explorando magnetismo cuiusuis reguli, ſcobem limatam eiusdem ſubieci.

Exper. 2. Lapidis calaminaris eiusdem indolis aſt blandius calcinati §. 7. 2. cum ana cupri vncia dimidia fuſa, ſatis vehementer a magnete trahebatur, aſt non aeque ac antecedens. Orichalcum erat elegans, ductilius praecedente, et ponderabat vnciam dimidiam, drachmam dimidiam. Acus magnetica declinabat $\frac{1}{4}$ horae.

Exper. 3. Vncia vna cupri et tantundem lapidis calaminaris lutei durioris Tarnouicenſis §. 6. 3. β. mediocriter calcinati §. 7. 2. ad drachmam vnam aucta erat pondere, a magnete ſatis luculenter mouebatur, acum vero intactam relinquebat.

Exper. 4. Lapis calaminaris aquisgranenſis luteus compactus vulgari modo §. 7. 1. calcinatus cum ana cupri vncia dimidia fuſus, orichalcum offerebat quod a magnete non leuiter trahebatur. Acum magneticam non feriebat. Ponderi cupri acceſſerant grana 33.

Exper.

Exper. 5. Partes anaticae cupri et lapidis calaminaris Tarnouicenſis lutei duri dendritis notati et leuiter calcinati ſcrupulos duos pondere profecerat. Acus magnetica nullo modo mouebatur, et magnes ſegniſſime in hoc Orichalcum agebat.

Exper. 6. Orichalcum ex ana, vncia dimidia cupri et lapidis calaminaris Tarnouicenſ. crudi lutei §. 6. δ. pondere auctum erat ad ſcrupulos duos grana 15. ſed neque a magnete mouebatur, neque acum mouebat.

Exper. 7. Vncia dimidia cupri et drachmae ſex lapidis calaminaris Tarnouic. duri obſcure fuſci § 6. 3. α. leuiter tantum calcinati, Orichalcum exhibuit plane non magneticum, cum tamen idem lapis calaminaris fortius et fortiſſimo igne calcinatus (Exper. 1. 2.) inſignem actionem et reactionem in magnetem monſtraret.

Exper. 8. Lapis calaminaris Tarnouic. §. 6. 3. γ. aſt crudus cum aequali pondere vnciae dimidiae cupri fuſus ſcrupulum vnum gr. 15. profecerat, ſed vix ac ne vix quidem a magnete tangitur.

Exper 9. Lapis calaminaris calcinatus Brilonenſis ex Weſtphalia cum ana drachmis tribus cupri fuſus, pondus eius ad grana 15. auxerat. Aſt hoc mixtum non tam Orichalcum, quam potius aliud metallum Tombak dictum dederat, id eſt, cuprum pauco zinco tinctum, ex quo apparet exi-

guam tantum zinci quantitatem in hoc lapide calaminari haerere. Reliquum limatura huius metalli fortiter a magnete trahebatur. Scoria erat nigra.

Exper. 10. Lapis falſo ſic dictus calaminaris crudus coloris ex flauo cinerei de Tſcheerea prope Commodarium in Bohemia, vncia dimidia, cum ana cupri fuſus, peculiare phaenomenon exhibuit. Cuprum enim nullo modo tinctum fundebatur, in medio eius reguli conici haerebat regulus verus ferri, albus, compactus, purus, conicus, et ideo pondus cupri ad ſcrupulos duos grana 7. auctum erat. Scoria erat ex nigro cinerea. Hanc ob cauſam etiam acus magnetica fortiter ab eo mouebatur.

Exper. 11. Idem lapis calaminaris ſed calcinatus cum ana cupri vncia dimidia fuſus non niſi 4. grana profecerat. Nullus in cupro fuſo regulus martialis, et a magnete debiliſſime eius limatura trahebatur. Celeberr. Dnius. Director Marggrafius in Diſſert. de methodo zincum reducendi ex vera ſua minera iamiam animaduertit, huic minerae Tſcheerenſi falſo nomen lapidis calaminaris tribui V. mem. de l'Acad. de Berl. Tom. 2. p. 52. et eiusdem Opera Chymica German. edita p. 267.

Exper. 12. Lapidis calaminaris obſcure bruni §. 6. 3. *α*. in crucibulo absque puluere Carbonum ſed per ſe tantum ad nigredinem calcinati vncia dimidia cum anatica cupri parte fuſa, Orichalcum palli-

pallidum largiebatur ſatis magneticum cui accreuerant, drachma vna gr. 34.

Exper. 13. Lapidis calaminaris obſcure fuſci Tarnouicenſis crudi, cupri ana vncia vna, pondere profecit drachmas duas et vix a magnete targebatur.

Exper. 14. Eiusdem lapidis in medio prunarum ante folles in vitrum obſcure viride mutati, cupri ana vncia ſemis nullam vim magneticam monſtrat. Pondus cupri granis 32. auctum erat.

Exper. 15. Drachmae duae ſcrupuli duo cum ſemiſſe minerae iſtius Goslarienſis, §. 6. 1. *f.* et cuius Celeberr. Dnus. Marggrafius l. c. pag. 54. Ephem. Berolin. mentionem facit, vulgo Graue Gans, et cupri ana inuicem fundebantur, et Orichalcum inde prodiens ſatis erat magneticum, regulus vero 37. granis auctus. Haec minera Goslariae ex monte Rummelsberg dicto eruitur, ſolida, dura, compacta, ex gryſeo pallide flaueſcens, metallifoſſoribus eius loci audit Graue Gans, nonnihil plumbi et cupri, parum argenti continens, et eſt ea ipſa ex qua Goslariae vitriolum album zincinum praeparatur, et cui inprimis cadmia fornacum zincina originem ſuam debet. Vid. de huius vitrioli praeparatione Schlueters Vnterricht vom Hüttenwerk p. 597.

§. 10. Progredior nunc ad Cadmias fornacum zincinas, quas experimentis meis adhibui §. 62. *Cadmiae hae fornacum ſunt concreta ſolida, plerumque*

ſatis dura, nunc griſea interdum albeſcentia, luteſcentia, nigra et virideſcentia, lamelloſa nonnunquam radiata et ſtriata, ex fuſione minerarum metallicarum varii generis zincum tamen continentium oriunda, lateribus furnorum fuſoriorum internis adhaerentia, et cum cupro fuſa Orichalcum efficientia.

Non omnes et ſingulae fornacum Cadmiae, Zincinae obſeruantur, ſed complures ſulphureae martiales et arſenicales, nonnullae martiales cupreae et arſenicales (Eiſenſauen) aliae non raro martiales cupreae arſenicales et Regulinae Cobaldinae obſeruantur, et quis omnia et ſingula mixta metallica et ſemimetallica per fuſionem orta enumerare ſuſtineat. Hic mihi tantum ſermo de Cadmiis fornacum zincinis eſt, quas ſupra deſcripſi. Ex his quinque ſpecies §. 6. 2. allegaui, quae omnino omnes Orichalcum cum cupro fuſae reddunt, et vario modo reſpectu magnetismi ſe habent.

Exper. 16. Cadmia fornacum antiqua Goslarienſium (Alter Halden - Gallmey) quae priſcis temporibus ex ignorantia abiecta fuit, nunc autem ſummo cum ſtudio ex ſcoriarum et recrementorum metallicorum cumulis denuo eruitur, (§. 6. 2. *a.*) cum ana cupri vncia dimidia fuſa, ad drachmam vnam pondus cupri auxerat, et magneti parum obediens erat.

Exper. 17. Eiusdem indolis Cadmia ſed recens (§ 6. 2. *b.*) cum cupri ana vncia dimidia liquata ſcrupulos duos grana duo ſuperpondii monſtrabat, et ſatis fortiter a magnete trahebatur.

Exper.

Exper. 18. Cupri vncia ſemis et Cadmiae fornacum phoſphoraſcentis Freybergenſis (§. 6. 2. *c.*) ana inuicem fuſae ſatis lente a magnete trahebantur.

Exper. 19. Cadmia fornacum Freybergenſium nigra ſquamoſa (§. 6. 2. *d.*) cum ana cupri vncia dimidia fuſa, Orichalcum quidem dederat, ſed magneti non obediens.

Exper. 20. Cadmia fornacum maiorum in quibus ferrum ad fluuium Malapanam in Sileſia ſuperiori funditur (§. 6. 2. *e.*) Orichalcum dabat, cum ana cupri fuſa, parum magneticum.

Merito huc pertinet quoque ſic dicta tutia Alexandrina, id eſt, maſſa iſta cinerea, dura, plerumque fiſtuloſa, nonnihil aſpera, et ſi vera fuit ſemper zincina, quae inprimis ſcopo medico et chirurgico adhibetur. Multiuariae huius materiae dantur ſpecies, quae tamen omnes et ſingulae ad artis producta pertinere videntur. Non ſatis adhuc inter Mineralogos eius praeparatio conſtat, cum alii ſublimatum quoddam in fabricis Orichalci enatum, alii recrementum in fuſione cupri rutabulis adhaerens, nonnulli mere artefactum eſſe perhibeant. Meum non eſt hanc litem dirimere. Interim tamen a viris fide dignis comperi, eximiam eius quantitatem a Iudaeis aliisque in Polonia praeparari, eosque ad hunc laborem flores iſtos in praeparatione Orichalci auolantes et tectis vſtrinarum in-

haerentes omni ſtudio conquirere, et vna cum lapide calaminari griſeo calcinato adhibere, cum terra pinguiori ex his ſubiectis tubulos formantes. Haec ſententia ſi non tutiſſima ad minimum veritati prae reliquis conuenientiſſima vel ideo videtur, quod maxima eius copia ex Polonia afferatur, Alexandriae vero ne nomen quidem cognitum habeatur. Quin immo ipſe varias Tutiae ſpecies examinaui, quae mera conſtabant argilla cinerea et ſabulo, ne veſtigium quidem principii zincini inhaerentis vllo modo monſtrantes, luculentiſſimo indicio, fraudes quoque in praeparatione huius maſſae adhiberi.

Exper. 21. Vncia dimidia Tutiae crudae cum ana cupri fuſa, regulum exhibuit Orichalceum, aſt magis rufeſcentem, quoniam in Tutia nonniſi exigua zinci quantitas latet, qui vnciam ſemiſſem et grana decem pendebat, a magnete debiliſſime mouebatur.

Exper. 22. Eadem Tutia ſed per horas 6. ſub tegula calcinata, eadem proportione cum ana cupri fuſa, nil niſi cuprum purum Scoria obſcure viridi tectum et nullo modo magneticum refundebat. Nullus tamen dubito, occurrere poſſe in Commercio Tutiae ſpecies, quae forſitan maiorem magnetiſmum cupro communicare queunt.

§. 11. Notum eſt nonnullas Pſeudogalenas zincinae eſſe indolis. Nouimus inſuper omnes turgere parti-

partibus martialibus, ideo et hoc minerale exploraui.

Exper. 23. Pſeudogalenae nigrae lamelloſae non calcinatae ex ſodina Lorentz Gegentrum Freybergae, cui pyrites arſenicalis adſperſus eſt, et cupri ana vncia dimidia, Orichalcum pallidi coloris praedurum et mediocriter magneticum dedit pondere cupri ad drachmam vnam grana IX. aucto.

Exper. 24. Idem pondus cupri et antecedentis Pſeudogalenae ſed calcinatae, regulum dedit quoad pondus ad drachmas tres auctum, chalybeae fere duritiei, pallide flauum, totum quantum ſere magneticum.

Exper. 25. Cupri et Pſeudogalenae luteae Scharfenbergenſis calcinatae, ex ſodina Güte Gottes Dresdam inter et Miſenam, ana vncia dimidia elegantiſſimum dedit Orichalcum pondere drachmarum quinque, granorum decem, plane non magneticum.

Exper. 26. Pſeudogalena obſcure fuſca Haſſeradana calcinata cum ana vncia dimidia Orichalci regulum 4 et dimidiam drachmam pendentem parum magneticum fudit.

Exper. 27. Liceat addere experimentum cum vitrioli zincini rite parati et cupri ana vncia dimidia, elaboratum. Regulus exinde emergens purum putum erat cuprum et plane non magneticum.

§. 12.

§. 12. Exper. 28. Quoniam non raro minerae cupri occurrunt, quae maxima ex parte Pſeudogalena conſtant, etiam huius generis experimenta inſtitui, et eo fini mineram cupri Permienſem Pſeudogalena remixtam coloris coeruleſcentis chalybeati cum viridi montano aſperſo calcinaui, calcinatae vnciae dimidiae, vnciam vnam fluoris nigri et drachmam vnam pulueris carbonum pini addidi. Hoc mixtum in furno anemio fuſum, regulum elegantiſſimum cupri nigri aſt purioris drachmae vnius gran. 35. dedit parum magneticum.

Exper. 29. Eadem haec minera calcinata cum ana cupri vncia dimidia praedicto modo fuſa regulum drachmarum quinque ſcrupulorum duorum, granorum quinque exhibuit, non tam cupreum quam Tombacinum potius elegantem et ſatis magneticum.

Exper. 30. Eadem haec minera cupri cruda cum ana cupri vncia dimidia fuſa regulum cupri vix magneticum drachmarum V. Scrup. 2 ß dedit.

Exper. 31. Minera cupri Pſeudogalenici Olonezenſis vncia dimidia c. Vn. j. Fl. nigri et drachm. j. pulu. Carb. fuſa regulum cupri 6. Drachm. cum gr. V. mediocriter magneticum obtulit.

§. 13. Ex huc vsque adductis patet.

1) Magnetiſmum cupri et inde parati Orichalci a partibus martialibus lapidi calaminari, Cadmiis fornacum, Pſeudogalenis admixtis dependere. Orichal-

chalcum enim ex cupro et zinco puriſſimo elaboratum nullum monſtrat magnetismum.

2) Quo magis lapis calaminaris, Cadmia fornacum, Pſeudogalena, partibus martialibus abundant eo maior et fortior magnetismus in Orichalco cum eis parato apparet

3) Quo fortius quoque et diutius lapides calaminares cum Phlogiſto vel absque eo calcinantur, ſi tantum vitrificatio §. 7. 4. euitetur, eo maiorem acquirunt magnetismum. Vid. Exper. 1. 2. 3. 4. 9. 10. 12. 15. 17. 23. 24. 29. 31. Accedunt quoque ſequentia huius theſeos teſtimonia:

α) Lapis calaminaris obſcurae fuſcus durus Tarnouicenſis fortiſſimo igne ante folles inter carbones immediate in vitrum conflatus a magnete vix ac ne vix quidem tangitur.

β) Idem lapis calaminaris in crucibulo per folles 376. vicibus motos calcinatus, ex vncia vna drachmis duabus ſcrupulo vno, vnciam dimidiam ſcrupul. j. perdidit. Color niger ſcoriaceus; magnetismus vehementiſſimus.

γ) Idem lapis calaminaris 200. follium ſufflationes expertus ſatis magneticus, priori tamen debilior euaſit.

δ) Idem lapis calaminaris 120. follium afflationes ſuſtinens, debilior reſpectu magnetismi obſeruatur.

ε) Lapis calaminaris luteus durus Tarnouicenſis dendriticus leuiter calcinatus mediocriter magneticus factus eſt.

ζ) Lapis calaminaris Tarnouicenſis pallide luteus friabilis leuiſſime calcinatus nullum magnetismum monſtrat.

4) Minerae et Cadmiae zinci plurima ex parte vel ferro deſtitutae vel parum tantum eius continentes, aut ad vitrificationem vsque calcinatae, vel plane nullum vel debiliſſimum monſtrant magnetismum. Vid. Exper. 5. 6. 7. 8. 13. 14. 16. 18. 19. 20. 21. 22. 25. 26. 27. 28. 30. Et eodem modo quoque Cadmiae fornacum et Pſeudogalenae ſe habent, de quibus tamen prolixior eſſe nolo.

§. 14. Supereſt vt nunc de proportione ferri ad cuprum pauca exponam ad quam vsque cuprum magneticum redditur. Ne et hic meo deeſſe videar officio, experimenta nonnulla hunc in finem inſtituta adiungam, Tab. * contenta. In his experimentis inſtituendis ſequentibus vſus ſum cautelis.

1) Cuprum puriſſimum et limaturam chalybis puriſſimam ad omnia et ſingula adhibui.

2) Semper duplam addidi partem fluoris nigri et octauam pulueris Carbonum pini, ad pondus cupri et chalybis ſimul.

3) Labor ipſe in furno anemio factus eſt.

4) Pon-

4) Pondus mixtorum et productorum, habitum eorum ad magnetem et acum magneticam Tabula citata monſtrat, ex qua quoque apparet grana XV. chalybis magneticas adhuc reddere Drachmas duodecim cupri, i. e. 1 = 48.

5) Quoad experimentum vltimum in Tabula allegatum, ſciant lecturi, me mineram martis lacuſtrem Olonezenſem adhibuiſſe et ideo non adeo mirabuntur regulum maxime magneticum fuiſſe, ſi meminerint obſeruationis §. 9. Exper. 10. expoſitae.

6) Quod reliquum eſt, quo magis lapides calaminares fuerint martiales, eo duriora exinde emergunt Orichalca, quae obſeruatio non parum emolumenti mechanicis artibus afferre poteſt.

Et haec ſunt quae de cupro et Orichalco magnetico in praeſentiarum proferre potui, volui. De elaſticitate horum mixtorum plura in poſterum Deo volente communicabo.

Tabula *

Mixtiones cupri et ferri continens.

Pondus mixti.	Pondus Reguli	Habitus ad magnetem.	Habitus ad acum magneticam.
No. 0. Limat. mart. Vnc. 3. - - Vener. Vnc. 2.	Vnc. 4. Drachmae 5.	Fortiſſime trahitur.	Vehementer mouet.
1. - - Veneris - - Martis ana Vnc. jß.	Vnc. 3.	vt antecedens.	Fortiter mouet.
2. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Vnc. j. Drachm. 3.	Vnc. 2. Drachmae 7.	vt antecedens.	Satis mouet.
3. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Vnc. j. Drachm. 2.	Vnc. 2. Drachmae 5.	vt antecedens.	vt antec.
4. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Vnc. j. Drachm. j	Vnc. 2. Drachmae 4. et dim.	fortiter trahitur.	vt antec.
5. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Vnc. j.	Vnc. 2. Drachmae 3ß.	vt antecedens.	vt antec.

Pondus

Pondus mixti.	Pondus Reguli	Habitus ad magnetem.	Habitus ad acum magneticam.
No 6. Limat. Ven. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 7.	Vnc. 2. Drachmae 2. Scrup. 2.	vt antecedens.	vt antecedens.
7. - Vener. Vnc. jß. - - Mart Drachm. 6	Vnc. 2. Drachmae 1. Scrup. j. gr. 15.	Paullo debilius antecedente trahitur.	Satis mouet.
8. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 5.	Vnc. 2. Drachmae ß gr. 13.	vt antec.	vt antecedens.
9. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. 4.	Vnc. j. Drachmae 7. Scrup. j. gr. 5.	vt antec.	vt antecedens.
10. - Vener. Vnc. jß - Mart. Drachm. 3.	Vnc. j. Drachmae 6. Scrup. 2.	vt antec.	vt antecedens.
11. - Vener. Vnc. jß - Mart. Drachm. 2.	Vnc. j. Drachmae 5. Scrup. 2.	paullo debilius.	paullo debilius.
12. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Drachm. j.	Vnc. j. Drachmae 4. Scrup. 2. gr. 5.	magis debilius.	vt antecedens.
13. - Vener. Vnc. jß. - Mart. Scrup. 2. gr. 5.	Vnc. jß. Scrup. j gr. 15.	adhuc debilius.	debilius praecedente.

Pondus mixti.	Pongus Reguli	Habitus ad magnetem.	Habitus ad acum magneticum.
No. 14. Limat. Ven. Vnc. jß - Mart. Scrup. jß.	Vnc. jß. Scrup. j. grana 8.	adhuc debilius.	Non amplius agebat in acum.
15. - Vener. Vnc. jß. - Mart. gr. 15.	Vnc. jß gr. 15.	debiliſſime.	- - -
16. - Vener. Vnc. jß. - Mart. gr. 8.	Vnc. jß.	Non amplius trahitur.	- - -
17. - Vener. Vnc. jß. - Mart. gr. 4.	Vnc. jß. gr 4.	- - -	- - -
28. - Vener. Vnc. jß. - Mart. gr. 2.	Vnc. jß. gr. 2.	- - -	- - -
Cupri Min. Mart. lacuſtr. calcin. ana Vnc. j. Fluor. nigr. Vnc. 2. Pulu. Carb. Dr. j.	Vnc. j. Drachmae 6. Scrup. 2.	Fortiſſime trahitur.	Fortiter agit.

SPECI-

SPECIMEN ORYCTOGRAPHIAE STARA-RVSSIENSIS ET LACVS ILMEN.

Auctore

D. I. G. LEHMANNO.

Non omnis fert omnia tellus, eſt vetus adagium, quod omni ex parte experientiae reſpondet, cuiuscunque regni naturae producta ſpectemus. Operae igitur pretium duxerunt complures rei naturalis amatores, nunc Floras nunc Faunas et Zoologias, nunc Oryctographias Regionum, Prouinciarum, Oppidorum, conſcribere. Hoc negotium quamuis compluribus ſuperuacaneum videatur, non exiguam tamen vtilitatem in commodum publicum aeque ac in ſcientias conferre poteſt. Non indignabuntur igitur mihi lectores, quando in praeſentiarum nonnullas obſeruationes Oryctologicas in nuperrimo, ex mandato Auguſtiſſimae noſtrae, a me Stara-Ruſſam facto itinere collectas, cum eis communico. Notum eſt Ingriam, Eſtoniam et Principatum Nowgorodenſem fertilitate complures alias ſuperare prouincias, flumina enim has prouincias irrigantia, lacus et ſtagna piſcibus abundantia, prata multifariis herbarum et florum generibus ſuperbientia, ſiluae fere con-

continuae omnis generis animalibus refertae, mirum in modum iter facientes delectant. Et quamuis non paucis in locis, paludes proficiſcentibus ſint offendiculo, tamen et hoc incommodum variis modis reſeuari poteſt. Primum igitur obſeruatu dignum phaenomenon Mineralogiam ſpectans, eſt prope pagum Tſchudowam centum et ſedecim leucas Ruſſicas a nobis diſtantem et ad fluuium eiusdem nominis ſitum, Petropolin inter et Nowgorodum. Ibi ſtrata ingentia horizontalia ſchiſti albi calcarei ſub humo fertiliſſima latebant, ita vt ripae fluminis ab vtraque parte ex eo compoſitae viderentur. Nonnullis in locis quoque fundum fluminis conſtituebant, quamuis plurima ex parte minera martis tectus eſſet. Haec minera martis ad eas pertinebat ſpecies, quae lacuſtres vocantur, coloris fuſci, non admodum duras, et proinde quoque ipſa fluminis aqua ochraceo tincta erat colore. Haec minera arte docimaſtica excocta, ex centumpondio non niſi 10. dedit ferri libras, fragilis et refractarii, qua propter nulla vtilitas ab hac minera expectari poteſt, niſi forte alia melioris notae inueniatur, quam tamen inueſtigare neque tempus neque alia negotia permiſſerunt. Veſtigia lapidis calcarei vbique fere Nowgorodum vsque occurrebant. In campis paſſim lapides ingentis magnitudinis diſperſi circumiacebant qui omnes et ſinguli ad ſaxa micacea pertinebant. De origine horum lapidum alio tempore ſum dicturus. Nowgorodi in lapidibus calcareis, ex quibus

bus moenia caſtelli nunc collapſa et diruta exſtructa fuere, conchylia petrefacta complura inueni, inter quae praeprimis Pectunculi, Mytuli, Strombi, Terebratulae et Chamae laeues minores occurrebant. Ego qui nulla petrefacta in lapidibus calcareis, in hac via viſis, obſeruaueram, tanto magis cupiditate flagrabam ſciendi, vbinam locorum hi lapides eruti eſſent, id quod tamen reſcire non poteram. In reditu vero, cum lacum Ilmen glacie tectum traiicerem, littus, a natura, aggeris inſtar, meris lapidibus calcareis munitum, reperi, qui petrefactis recenſitis turgebant. Forſitan igitur lapides, priſcis temporibus, pro moenibus iſtis exſtruendis, ibi eruti fuerunt, id quod vero eo ſimilius videtur, quoniam ex lacu Ilmen per Wolgowam facile et paucis impenſis transferri potuerunt. Sed de his infra plura. Minuſcham inter et Namſchajam, haud procul a fluuio Scelon, prope pagum Vgla, ſcaturigo ſalina in campis huius pagi exilit, cuius aqua in riuum Faſinka et cum eo in fluuium Scelon deſcendit. Vbique ſchiſti albi calcarei ſtrata ſibi inuicem incumbentia occurrunt, qui etiam ſchiſti circa pagum Vgoltza in calcem viuam vtuntur. Hic ſchiſtus calcareus non niſi rariſſime petrefactorum Conchyliorum veſtigii monſtrat. Reliquum omnes hae regiones paludoſae et vliginoſae Staram-Ruſſam vsque.

Stara-Ruſſa eſt Oppidum ſatis amplum in principatu Nowgorodenſi, 120. leucas Ruſſicas a

 me-

metropoli huius principatus, et 28. Leucas a lacu Ilmene ad fluuios Ruſſam et Poliſſam in ipſo oppido concurrentes, ſitum, Paludibus, campis fertiliſſimis, pratisque amoeniſſimis ſe inuicem excipientibus, ſiluisque denſiſſimis circum circa obſitum. Hanc vrbem inter et lacum Ilmenum, Poliſſa quae Ruſſam ſibi iunxit, vti dictum eſt, a flumine Lowat abſorbetur, poſteaquam 18. Leucas Ruſſicas tractu ſerpentino perrepſit. Tota regio plana, et niſi ſiluae obſtarent, latiſſimus oculis pateret proſpectus. Salis ſcaturigines antiquis iamiam temporibus notae fuerunt. Quo autem tempore, qua occaſione, fuerint repertae, quis primo eis fuerit vſus, ex defectu Hiſtoriae antiquae Ruſſiarum, minime conſtat. Anno 1679. menſ. Mart. Auguſtiſſimus Imperator *Fedor Alexii* filius, Mercatori cuidam Permienſi Moſcuae tunc temporis degenti, optime de Auguſtiſſimo, totoque Imperio merito, cui nomen, *Nikiſor Fedoroffſin Wenewidow*, has Salinas addixit, eumque ſplendidiſſimo ornauit Priuilegio. Ex eo tempore Salis cocturae nunc numeroſiores nunc pauciores fuere, prouti felicitas vel calamitas temporum tulit. Ante vndecim et quod excurrit annos, Salis coctores ab opere deſtiterunt. Aſt quid falcem in Hiſtoriagraphi meſſem inmitto? Hiſtoriam potius naturalem Fontium ſalinorum proſequar. In anteceſſum moneo, omnes fere fontes oppidi non minus quam circumiacentis Territorii veſtigia ſalis communis monſtrare, id quod praecipita-

pitatio argenti et plumbi in acido nitri ſoluti monſtrat, quippe quae metalla per affuſionem harum aquarum cornua redduntur. Cum vero cum fructu ſingulorum aquae in ſal coqui nequeant, de iis tantum dicam quae prae caeteris ſale turgent. Eſt igitur meridiem verſus in ipſo oppido, Lacus ſatis amplus et profundus ex cuius fundo tres ſcaturigines, ſumma cum vi ebulliunt, quorum quaelibet ad altitudinem 13. et vltra fere vlnarum Ruſſicarum (Arſchin) aquam eructat. Prior harum ſcaturiginum littori proxima parum tantum ſalis continet, reliquae duae in libris quatuor aquae, vnciam ſalis fouet. Haud procul a Lacu ſeptentrionem verſus, alius eiusdem indolis fons exſudat, cuius aqua per canalem in eundem lacum defluit. Ab initio affluxus aquarum debilis fuit, ita vt non niſi paucis cocturis ſatisfaceret. Huic defectui vt remederetur, ſalis coctores profundius venas amborum in lacu ſitorum fontium fodiendo ſcrutari coeperunt. Aſt vlig ne effoſſa, vix ad ſtratum quoddam ſchiſti coeruleſcentis peruentum erat, cum ſumma cum vi ambae ſcaturigines erumperent, quae poſtea canalibus perpendicularibus exceptae, per continuum aquarum ſuarum effluxum Lacum formarunt. Hae aquae praeter ſalis communis partes, ſal quoddam medium, ſali mirabili fere analogum, continent, quod tamen ideo impurius deprehenditur, quoniam inſuper non parum terrae calcareae et argilloſae ipſi inhaeret, quae terrarum genera inter coquendum, ſi rite pro-

 ceda-

ceclatur, ſponte ſeparantur. De modo ſal coquendi, non eſt quod proiixior ſim, cum omnibus ſit notus. Hoc tamen ſilentio praeterire nequeo, muriam, quando ad Cryſtalliſationem coquendo tendit (wenn es ſocket) vehementiſſimum acidi ſalis odorem ſuffocantem eructare, id quod eximiae acidi Vitriolici in ſupra allegato ſale mirabili latenti quantitati adſcribendum eſſe cenſeo. Id quod et ex eo quoque magis palam fit, quod circa lacum vbique fere, inprimis autem in ipſo lacu et foſſis ex eo decurrentibus, terra quaedam pinguis et primo nigra, poſt exſiccationem vero cinerea, in largiſſima quantitate eruitur, penetrantiſſimo hepatis ſulphuris odore, praedita. Haec terra praeter phlegma foetidum et ſineſcens, oleum foetidum largitur. Eadem terra cum mercurio ſublimato veſtigia cinnabaris donat. Cum Arſenico mixta et ſublimata, nonnihil arſenici flaui monſtrat, vt alia huiusmodi experimenta, ſulphuris praeſentiam monſtrantia, taceam. Haec obſeruatio, quamuis nonnullis leuioris momenti eſſe videri queat, nihilo ſecius tamen ideo eam notatu dignam cenſeo, quoniam forſitan inpoſterum lumen afferre poteſt, demonſtrandi, quae, ratione originis, ſit Analogia acidum Vitrioli inter et acidum ſalis. In Ephemeridibus Academiae Scientiarum Berolin. Tom. XIII. p. 104. ſeqq. varias iamiam obſeruationes hac de re expoſui; memoratu enim ſemper erit dignum nullas offendi ſalis natiui fodinas, nullas muriae ſcaturigines, quae non veſtigia ſulphuris

et

et acidi Vitriolici exhibeant. Addo quod compluribus in locis ipſum ſulphur natiuum, circa ſalis fodinas reperiatur, cuius rei Exemplum ſalisfodinae Polonicae, quin et noſtrae, inprimis in regione Aſtrachanenſi circa Samaram, alibique exhibent. His nunc miſſis ad reliqua foſſilia circa Stara-Ruſſam occurrentia, me conuerto. Supra dixi, Polisſam cum Lowat fluuio 18. Leucas Ruſſicas ab oppido diſtante ſe iungere. Huius fluminis Poliſſae ripas ad oſtium vsque ſuum examinaui, et expertus ſum, ripas ambas, ſub humo, ex ſtratis terrae martialis ochraceae et terra quadam nigra pingui, conſtantibus, ſeque inuicem excipientibus, compoſitas eſſe. Haec ſtrata nunc vnicum tantum, nunc plures pollices craſſitie aequant. Terra martialis ferrum fundendo largitur, tam quoad quantitatem, quam quoad qualitatem, nulla attentione dignum, centum pondium enim vix ac ne vix quidem quinque libras fundit, idque refractarium. Terra nigra, tam quoad colorem quam conſiſtentiam terram iſtam nigram ſulphuream mentitur, de qua ſupra diximus, odor vero ipſi plane nullus, quemadmodum et experimenta Chymica cum ea inſtituta, diuerſam et mere argilloſam eſſe monſtrarunt. Antequam Poliſſa cum Lowat iungitur, ad latus ſiniſtrum, lacus praegrandis cum Lacu Ilmen cohaerens obſeruatur. Hic lacus noſtris fere temporibus ortus eſt, et Senes Stara-Ruſſenſes recordantur, eum per ſubſidentiam terrae primo ortum eſſe, ſuc-

ceſſu temporis vero de die in diem magnitudine creuiſſe. Eiusdem indolis Lacus ad dextram oſtenditur, cum fluuio Lowat cohaerens, qui eidem cauſae originem ſuam debet. Haec ſubſidentia terrae, lapidi calcareo iis in locis vbique latenti adſcribenda erit, vtpote qui, vti notum eſt, ab aquis ſubterraneis ſenſim ſenſimque ſoluitur, et poſtea terram iſtam alcalinam conſtituit, quae vulgo marga calcarea dicitur, et non tantum loco lapidis calcarei ad aedificia exſtruenda, verum quoque ad fertilitatem telluris augendam, adhibetur. Huius originis Lacus aliis in locis in primis in Germania obſeruaui, quae communiter Erdſälle vocantur. Ex hoc quamvis exiguo itinere ad Lowat vsque facto, redux, nouum aggrediamur, et Poliſſam eiusque ripas ſupra Stara-Ruſſam viſitabimus. Quatuor Leucas ſupra oppidum, fluuius minor, magnitudine tamen riuos ſuperans, Snesza dictus, Poliſſam ingreditur. Hic fluuius vndequaque nemoribus denſiſſimis et pratis cingitur. Solum paludoſum agriculturae incongruum. Ripa Sneszae lapidem calcareum vulgarem paſſim fouet, vbi vero altius Poliſſam proſequimur, circa pagum Kotzſcherina, lapis calcareus conchyliis vbique refertus in ſtratis horizontalibus ob oculos venit. Haec conchylia petrefacta et ex parte teſtam naturalem adhuc monſtrantia ad pectines, pectunculos, Terebratulas, pertinent. Omnia et ſingula haec petrefacta lapidi calcareo nunc albo nunc ruſeſcenti inhaerent. Haec lapidis ſtrata, ſtratis

tis argilloſis ſunt intertexta, quae nunc viridem, nunc roſeum, nonnunquam et purpureum, ſaepe quoque purpureum cum viridi mixtum, ochraceum, nunc pallidum nunc magis ſaturatum colorem prae ſe ferunt. Hae terrae argilloſae praeter micam talcoſam albam, veram terram calcaream admixtam continent, et ideo cum ſpiritibus acidis efferueſcunt. Lutum fuluum ibi locorum non minus quam prope Stara-Ruſſam inueniri, effodi et ad lateres coquendos adhiberi, non eſt quod moneam, quamuis omnino fatendum ſit, lateres ex eo formatos non omnino optimae eſſe notae, propter terram calcaream huic luto admixtam, quae per coctionem laterum in calcem viuam abit, et propterea humitatem ex aëre facile attrahit. Sed iam ſatis diu Stara-Ruſſae commorati ſumus. Petropolin repetamus, et cum propter gelu mihi licuerit Lacum Ilmenum equis traiicere, videamus quid Natura in cryptis ſuis ibi depoſuerit. Triginta Leucas Ruſſicas a Stara-Ruſſa diſtat Koroſtina vicus ad Lacum Ilmen ſitus cum pago adiacente Offin. Via eo vsque ducens, tota nemoroſa, paludoſa. Littus totius lacus Ilmen, ſiue dextram ſpectes ſiue ſiniſtram, lapides calcareos et ſchiſtos rubros ſubminiſtrat. Lapides calcarei vulgaris ſunt indolis, ſchiſti vero ad ſchiſtos magis cornuos pertinent, et ex terra argilloſa, talcoſa et martiali conſtant, et ideo quoque rubro gaudent colore. In primis vero ſtrata lapidis calcarei elegantiſſimum oculis praebent ſpectaculum,

pro-

propter ſitum ſuum plane ſingularem, ſtrata enim eorum horizontaliter ſibi inuicem incumbentia, ſtructuram muri a natura exſtructi exacte referunt, nonnullis in locis fortalitii praerupti cum ſuis Poligonis faciem aemulantur. In lapide calcareo Pectunculi diuerſae magnitudinis in ſat magna copia apparent. Haec ſtrata lapidis calcarei et ſchiſti ſe vbique mutuo excipiunt, et haec ſtrata mutua, quantum ego quidem noui, a Lacu Ilmen verſus Porchouam et occidentem verſus ad Pſcowam et Izborsk progrediuntur. Forſitan et alios limites tangunt, id quod tamen inueſtigare nequiui. His ſcilicet iſtis omnes incolae pro conſtruendis furnis, quin et Salis coctores Stara-Ruſſenſes pro furnis ſuis coctoriis vtuntur, quoniam igni fortius reſiſtunt quam lateres. Iomſtonam inter et Golinam fluuius Szelon totus ſalſus Lacum Ilmenum ingreditur. Littus vbique ſchiſtum rubrum et lapidem calcareum Conchyliis petrefactis refertum monſtrat. Haec lapidum ſtrata horizontali gaudent ſitu, eorumque deſcenſus verſus inferiora vix angulum quinque graduum format (hat kaum 5. Grad Fallendes). Haec ſtrata fere ad oſtium vsque fluuii Vdnizi viam ſuam proſequuntur. Fundus Lacus Ilmen compluribus in locis terra ſoluta calcarea ſcatet. Littus huius lacus dextrum Stara-Ruſſa proficiſcentibus eadem Phaenomena monſtrat, et Inſula Schelesno, fluuios Biſtritzam inter et Rog, qui brachia maioris fluminis Mſta ſunt, terram martialem et lapides

mar-

martiales cum calcareis mixtos vbique exhibet, vnde quoque forſitan nomen ſuum adepta eſt. Quae circa Nowgorodum Petropolin vsque obſeruauerim ſupra iamiam dixi. Supereſt vt paucis adhuc meam de cauſis horum Phaenomenorum ſententiam exponam. Vniuerſa Ingria non minus quam Principatus Nowgorodenſis pars inundata olim fuiſſe videtur. Veſtigia huius rei vbique fere occurrunt, quin ante noſtros quaſi pedes circumiacent. Beatus *Gmelinus* in Commentariis noſtris de An. 1728. p. 246. ſeqq. de Belemnitis, Orthoceratitis, Alueolis prope Slowianka, Duderhof et Krasna - Sielo reperiundis, vberrime dixit. Ipſe ante biennium prope Pudes pagum 42. Leucas Ruſſicas ab hinc diſtantem, in lapide arenario et calcareo Ectypos piſcium, Stromborum, Mytulorum, Buccinorum, Cochlearum vulgarium et ipſa haec conchylia petrefacta affatim vidi, quin et in infimo lapidis arenarii ſtrato ferrum equinum lapidi incluſum repertum fuit. Haec omnia vberrime teſtantur, lapides initio molles fuiſſe et Conchylia iſta mari alias familiaria caſu quodam eo delata eſſe. Progrediuntur haec lapidis calcarei ſtrata, vna cum petrefactis, vti in praeſente Diſſertatione expoſui, in Principatum Nowgorodenſem, et montes Waldaiam inter et Wiſchnei - Woloczock vsque Torzock, Corallia petrefacta ingentis magnitudinis largiuntur, inter quae inprimis Tubiporae, Milleporae et Lithoſtrotia Luidii primas tenent. Quin immo Gmelinus iter in Sybiriam faciens

 prope

prope Iaroslawam Conchylia marina in magna quantitate petrefacta obſeruauit, quae omnia teſtes ſunt irrefragabiles metamorphoſeos ingentis, quam hae regiones priſcis temporibus ſubierunt. Adde quod inter omnes conſtet, ſchiſtos terrae vliginoſae marinae originem ſuam vt plurimum debere. Quae omnia et ſingula ſi inuicem conferantur, mea quidem ſententia, clariſſime euincunt, terras iſtas priſcis temporibus aquis marinis inundatas et ſubmerſas fuiſſe. Diluuio autem cuidam vniuerſali haec omnia adſcribere, non auſim, cum inundationes particulares noſtris quoque temporibus haud raro obuenire ſoleant.

DE-

DE
FORMATIONE INTESTINORVM
PRAECIPVE, TVM ET DE AMNIO SPVRIO, ALIISQVE PARTIBVS EMBRYONIS GALLINACEI, NONDVM VISIS,
OBSERVATIONES, IN OVIS INCVBATIS INSTITVTAE.

Auctore

C. F. WOLFF.

Pars I.

§. 1.

Introductio. Inſtitutum.

Generalem hactenus in theoria generationis huius negotii naturae ideam exhibui; leges enodaui, ſecundum quas partes corporum organicorum naturalium, quae vtrisque eorum generibus, vegetabilibus et animalibus, communes ſunt, vaſa nempe et partes, ex his compoſitae, formantur et cauſas viresque detexiſſe puto, quibus haec formatio peragitur. Tum praeterea in plantis diuerſas partes plerasque, quae fere ſimiles ſibi ſunt, cognituque ideo faciliores, folia puta, calycem, petala, pericarpium, ſemina, caulem, radicem, ex ſuis cauſis efficientibus explicare tentaui; in animalibus autem

praeter dictas generales formationis leges et generaliſſimam de ortu in corpore animali cordis vaſisque ramificatis, cum illo neceſſario connexis, notionem neque ego neque quisquam alius quod ſcio, vllius ex diuerſis partibus, quibus animal componitur, formationem explicare ſuſcepit.

§. 2. Primum itaque huiusmodi diſquiſitionis ſpecimen Illuſtriſſimae Academiae nunc offero. Canalem inteſtinorum in ipſa ſua origine adeo deprehendiſſe puto, vt, qua ratione ex primis ſuis principiis oriatur, et ad plenam adoleſcentiam vsque ſucceſſiue perficiatur, exponere queam, et quidem, quod eo magis acceptum fore ſpero expertis naturae ſcrutatoribus, ex ſolis fere obſeruationibus, vel tamen ex propoſitionibus, quae immediate tanquam corollaria ex obſeruationibus deducuntur, tota, quatenus proponetur, de formatione inteſtinorum theoria concinnata erit.

De theoria Generationis animalium generatim. Conditio theoriae generationis plantarum quae facilius expiſcatur.

§. 3. Antequam autem ad ipſas has obſeruationes tranſeo, accuratiorem paulo conceptum meae diſquitionis praemittere liceat, eiusque conditionem et naturam paucis verbis exponere. In plantis dixi, diuerſas, quibus componuntur, partes egregie analogas ſibi eſſe, vnde facilius cognoſcerentur, geneſisque earum erueretur. Haud magno ingenio opus eſt, vt quis videat, praeſertim in nonnullis plantis, calycem a foliis modice tantum differre, illumque, vt breui dicam, nihil aliud proprie eſſe, niſi

niſi congregationem plurium foliorum minorum et imperfectiorum. Pleraeque, quae floribus compoſitis dictis gaudent, plantae annuae id facile demonſtrant, vbi videas folia, quo ſuperiora in trunco ſint, eo minora et imperfectiora, eoque copioſiora ſibique viciniora ſucceſſiue euadere, donec tandem, quae in ſummo loco proxime ſub flore trunco adſident, minima denſe conglomerata, ipſas calycis lacinias dictas referunt, omnesque ſimul ſumtae calycem ipſum conſtituunt. Pericarpium non minus euidenter ex veris foliis componitur, ea tantum differentia, vt quae in calyce ſimpliciter congregari ſolent, folia, in pericarpio vere conglutinentur. Rei veritatem demonſtrant capſulae ſeminales non modo variarum plantarum, dum diſſiliunt et in folia, tanquam partes ſuas, ex quibus componebautur, ſponte ſe reſoluunt, ſed mera pericarpiorum conſideratio et externus habitus idem iam ſatis docent. Denique ſemina, quamuis primo aſpectu toto caelo a foliis differre videantur, vera tamen itidem folia conglutinata ſunt; lobi enim ſeminales, in quos finduntur ſemina, illa, ex quibus dixi ſemina compoſita eſſe, folia referunt, quae quidem ſint omnium totius plantae maxime imperfecta, informia, parua, craſſa, dura, exſucca, alba. Qui dubitat, videat hos lobos, dum ſemen terrae committitur, vt vegetationem, in planta matre interruptam, nunc proſequatur, in perfectiſſima, viridiſſima, ſucculenta folia abire, quae ſeminalia vul-

go dicuntur. Quod autem corollam et ſtamina attinet, ea iterum nihil aliud eſſe, quam ſolia modificata, id ex peculiaribus ſaltem obſeruationibus colligi poteſt. Videmus haud raro in plantis indiuiduis lacinias calycis in petala, et haec vice verſa in lacinias calycis abire; quodſi ergo hae calycis laciniae folia vera, corollae autem petala laciniae calycinae ſunt; nemo dubitabit inde colligere, petala quoque vera folia modificata eſſe. Simili ratione ſtamina ſaepe in polyandricis *Linnaei* plantis in petala degenerare obſeruamus, vnde flores pleni naſcuntur, iterumque petala ad ſtamina redire, vnde ſimili ratione iterum patet, ſtamina quoque ipſa quoad ſuam naturam proprie folia eſſe. Vt breui me expediam, in tota planta, cuius partes adeo mirifice, adeo egregie varias primo aſpectu miramur, omnibus rite conſideratis, denique nihil aliud video, nihilque aliud agnoſco praeter folia et caulem, (radix enim ad caulem referenda eſt). Hae vero ſunt partes immediatae et compoſitae; partes mediatae, et ſimplices, ex quibus illae componuntur, ſunt vaſa et veſiculae.

§. 4. Si ergo omnes plantae partes praeter caulem, ad vnicum foliorum genus reductae, nihil proprie ſunt quam folia modificata; facile inde patet, theoriam generationis plantarum non adeo difficili negotio abſoluendam eſſe; quin, quid illi faciendum ſit, qui velit hanc theoriam elaborare,

aeque

aeque manifeſtum eſt. Prius per experimenta inueniat, oportet, qua ratione ordinaria folia formentur, ſeu, quod idem eſt, quomodo ordinaria vegetatio peragatur, et quibus cauſis quibusue viribus id fiat. Si hoc perſpectum habet, tum inquirat in eas cauſas, easue circumſtantias et conditiones, quae in ſuperioribus plantae partibus, vbi iſta, quae noua videntur, phaenomena apparent, iſtaeque, quae diverſae videbantur, partes producuntur, vegetationi, hactenus celebratae accedant, eamque ita determinent, vt loco ordinariorum foliorum eiusmodi modificata folia inde proueniant. Sic olim proceſſi; inueni, a vi vegetationis ſenſim imminuta, ſenſim, quo diutius vegetatio peragitur, quo plura per eam folia producuntur, decreſcente, tandemque penitus euaneſcente, omnes has determinationes pendere, adeoque illas modificationes foliorum proprie in defectu perfectionis conſiſtere. Demonſtraui, quod facile fieri potuit, hoc ſucceſſiuum vegetationis decrementum, eiusque ſimul cauſam, quam recenſere hic ſuperſedeo, multis experientiis, et explicui ex hoc ſolo fundamento omnia illa phaenomena noua, quae circa fructificationem contingunt, partes, quae adeo diuerſae a ceteris foliis videbantur, multasque adeo minutias, quae huc pertinent.

§. 5. Sic ſibi comparatam rem habet, qui circa geneſin plantarum explicandam verſatur; toto coelo diuerſam inueniet ille, qui porro ad animalia pro- Longe aliter comparatum eſt cum theo-

ria generationis animalium.

progreditur. Prolixior fui in exponenda conditione et natura theoriae generationis plantarum, vt eo clarius oſtendere poſſem, quomodo ſe habeat genium huius partis ſcientiae naturalis, quae circa explicandam generationem animalium verſatur; nam ſine illo adminiculo hoc fieri non potuiſſet.

§. 6. In animalibus nulla eiusmodi inter diverſas partes, quibus animal componitur, analogia, nulla eiusmodi partium ad ſe inuicem relatio datur, nulla earum ſimilitudo exiſtit. Comparemus inteſtina cum hepate, cor cum cerebro, hepar cum corde, quid hae partes ſimile inter ſe habent? Adeo certe tota ſua natura a ſe inuicem differunt, vt quoque vitium exiſtimem haud vili pendendum in anatomia, quod omnes hae partes ſub vno communi viſcerum nomine comprehendantur, quae nihil inter ſe commune habent, niſi quod omnes intra corporis cauitates recondantur, id quod certe rebus diuerſiſſimis contingere poteſt. Hepar pars eſt, ex meris vaſis facta, vt more anatomicorum loquar, tela celluloſa inter ſe in vnam maſſam ſolidam counitis, apta, vt ſanguis per eam diffundi, certaque eius miſcibilia ea occaſione inde ſeparari queant. Tractus inteſtinorum tubus eſt membranaceus, tenui ſubſtantia, larga cauitate inſtructus, irritabilis, adeo comparatus, vt materia mollis, cibaria, in eum recipi lenteque per eundem promoueri poſſit. Cor eſt vas ſanguineum, valdopere compoſitum, cuius vi et

et fabricae beneficio ſanguis per vniuerſum corpus diſtribui, indeque rurſum reuocari poteſt. Cerebrum denique ſubſtantia eſt, peculiari et admiranda, nobisque hactenus plane ignota qualitate aut vi praedita, qua corpus noſtrum ita diſpoſitum redditur, vt anima immaterialis ſuas functiones per idem exſerere poſſit. Nam organica cerebri compoſitio, ni multum fallor, nihil ad functiones animales confert. In his definitionibus, quantum intelligo, nihil ſimile occurrit. Non omnes quidem ſed pleraeque tamen partes corporis animalis hoc modo differunt. Hepar cum renibus, imo et cum liene maiorem ſimilitudinem habet. Pulmones hiſce ſimiles videntur, non vere ſunt. Extremitates autem omnino magis inter ſe conueniunt.

§. 7. Si ergo pleraeque et praecipuae quidem, vti monſtratum eſt, corporis animalis partes adeo inter ſe et tota ſua natura differunt; non vnam ad alteram certis determinationibus additis referre poterimus; non dicere licebit, vnam eſſe alteram ſed modificatam. Ne concipi quidem aut ſingi poterit, qua ratione hepar v. gr. determinandum aut modificandum eſſet, vt tubus cibarius inde reſultaret, neque quid cordi addendum, auferendum, commutandum, quo cerebrum prodiret.

§. 8. Non ergo, quod in plantis fieri vidimus, certae cauſae determinantes, certae conditiones aut circumſtantiae in animalibus aliarum partium

 cauſis

cauſis efficientibus accedere easque ita determinare potuerunt, vt loco priorum partium nunc aliae nouae inde reſultauerint. Non fieri poteſt in corpore animali, vt vno eodemque principio generationis, varie modificato, omnes corporis partes productae ſint, neque philoſopho ergo, haec naturae producta inquirenti, adeo breuis, quam in plantis vidimus, et facilis via cognoſcendi patebit. Sed potius ita res adeo eſſe videtur, vti nunc continuo dicam.

§. 9. Corpus animale organicum, nam de animalis natura hic non loquor, eſt res ſatis complicata, et quaſi ex congreſſu variarum cauſarum, quae non neceſſario connexae ſint, neque a ſe inuicem dependeant, ſubortum. In plantis vna earundem cauſarum actio eſt, vna ſimplex vegetatio, quae dum ſenſim gradu imminuitur, ſenſimque plane euaneſcit, totam plantam producit. Planta inde vnum ſimplex productum eſt, ex variis quidem partibus compoſitum, ſed ſyſtematicum tamen, in quo certus ordo inter partes cognoſcitur, in quarum aliis rationem videas, cur aliae adſint et cur hoc et nullo alio modo connectantur. Sic folia furſum paulatim minora explicant, cur calyx poſt haec ſequatur; in calyce pericarpium atque in hoc ſemina aliquomodo praeuides. In animalibus plura principia fiendi, plures inde natae actiones, plura hinc orta producta ſe produnt, quae partes animalis nunc referunt, in quibus ergo nullus ordo percipi-

cipi-

cipitur, et in quarum aliis aliarum ratio nulla intelligitur. Eſt, quaſi diuerſa naturae producta, immo diuerſa corpora organica inter ſe conglutinata, vnoque deinde vinculo in vnum opus coactae fuerint.

§. 10. Ita cerebrum cum toto genere neruorum; ita cordis et vaſorum ſanguineorum ſyſtema; porro totum tubum cibarium; pulmones cum ſyſtemate bronchiali; hepar cum ſyſtemate venae portarum, ductuumque biliferorum et veſicula fellea; renes cum viis vrinariis reliquis; denique partes, quae generationi inſeruiunt, omnes conſidero, quorum quidem diuerſorum ſyſtematum, vel ſi volueris mecum ſentire, animalium conglutinatorum, priora duo praecipua videntur, quibus reliqua ſimul quaſi vinculis, quae dixi, dum per omnia ſe extendunt, miro ſatis modo in vnum corpus connectuntur.

§. 11. Satis hinc manifeſtum eſt, animal non adeo facile fore cognitu et perſpectu, quam quidem plantae mihi fuit ſimplex vegetatio, patetque, illi, qui corporis animalis generationem explicare velit, tot principia generationis totidemque modos fiendi detegendos eſſe, quot partes dantur vere diuerſae.

§. 12. Verum eſt, extremitates dictas vti alas auium, et pedes, dum ſub forma tuberculorum primum in conſpectum veniunt, deinde magis elongantur, noua ad extremum ſui terminum tubercu-

 la,

la, rudimenta digitorum, emittunt et ſenſim hac ratione adulti pedis aut alae figuram et organiſationem acquirunt, vna eademque ratione, per modum nempe vegetationis, formari, quo et folia plantarum formantur; ſicuti hunc generalem formationis modum in theoria generationis quoque expoſui. Nimirum ſuccus primo nutritius in parte prius formata deponitur, vnde haec ad hunc locum intumeſcit, quod tuberculum primum nouae partis rudimentum eſt. Iſte ſuccus ſenſim in ſolidam ſubſtantiam conuertitur, ſimulque nouis ſuccis nutritiis tranſeuntibus in ea ſolideſcente ſubſtantia vaſa formantur. Sic noua pars organiſatur. Tum ipſa incipit per ſuccum, ad varia loca depoſitum, noua tubercula, noua partium rudimenta, producere. Eaedem ergo in formatione alarum et pedum animalium et in productione partium plantarum leges regnant, eademque principia agunt. Verum ſciendum eſt, extremitates animalium non partes eſſe iis proprias, ſed quarum analogae plantis quoque communes ſunt; his enim rami et folia idem ſunt, quod animalibus extremitates. Sed hic de ſolis partibus animalium propriis ſermo eſt, veluti illae ſunt, quas pro exemplis adduxi, cerebrum, cor, inteſtina etc. Illae quae plantis aeque ac animalibus communes ſunt, eodem quoque, quo omnes in plantis partes, modo formantur. Iſtae vero partes, quae neque cum partibus vegetabilium, neque inter ſe ipſas quicquid commune habent, ſingulari quoque ſin-

ſingulae modo formantur, atque huius indolis vt omnes modo recenſae partes animalium ſunt, ita tubus inteſtinalis quoque eſt, cuius formationem explicare inſtitui.

§. 13. His ergo de genio theoriae generationis animalium praemiſſis, quod quidem facere eo magis neceſſarium eſſe putaui, cum in hac ſcientiae naturalis parte nihil vere hactenus ab aliis autoribus ſcriptum ſit, ad obſeruationes tranſeo in ouis incubatis inſtitutas, quibus modus, quo inteſtina producuntur, elucescat. Inuolucra embryonis, quibus primis diebus iſte inuoluitur, praecipua harum obſeruationum obiecta ſunt et argumenta, nam ex ipſis hiſce inuolucris, quae ſingulari fabrica gaudent, inteſtina oriuntur. Oportet ergo primo loco inuolucra deſcribere, vtpote quae aeque innota hactenus ſunt, vt inteſtinorum formatio ipſa; nemo enim has notabiles partes obſeruauit neque vllam earum mentionem fecit. Deinde explicandum erit, qua ratione ex his inuolucris inteſtina fiant. Argumenti diſſertationis diſpoſitio.

§. 14. Circa medium diem tertium incubationis, vel et paulo prius, vel verſus finem huius diei, nam, quod in primo limite obſeruare oportet, tempus incubationis, quo certae in ouis perfectiones obtinentur, mire variat, adeo, vt non rarum ſit, oua aperire, ſex v. gr. dies incubata, quae aliis quinque dies incubatis, vix aequalia ſint, iterumque alia ſex dierum oua videre, quae oua Area vaſculoſa.

 ſeptem,

ſeptem, immo octo dierum alia ſuperent, quamuis, quod magis mirandum eſſe cenſeo, omnia, ſiue tardiora fuerint tempore incubatorio, ſiue praecocia, die vigeſimo primo abſoluto, nec facile prius, ſi paucas horas largiaris, matureſcant tamen, fetumque excludant. Situm ouorum ſub gallina incubante multum huc conferre puto, maxime cum inde ſimul intelligatur, qua ratione retardata oua compenſari, et praecocia limitari poſſint; nam durante incubatione gallinam ſaepius deprehendi totum nidum euertere non ſine ſtrepitu et aliquo clamore, adeo vt inferiora ſurſum, ſuperiora deorſum commoueantur; ſaepiusque hac occaſione accidit, vt oua nido extrudantur et frangantur. Deinde vero plurimum quoque contribuere animaduerti, quod perill. *Hallerus* obſeruauit, varium gallinae in ſuo inſtinctu feruorem. Aliae enim ſunt, quibus nullum cubandi ſtudium eſt, quae pingues ſunt et rubro pectine ornantur, hae oua deſerunt, et ſi coguntur ea tamen vix calefaciunt; aliae autem prae cupidine cubandi victum negligunt, et quaſi febre ardente laborarent, toto corpore vrunt, vnde breui emaciantur, pectineque notantur, quod vulgo etiam notum eſt, albo, contracto, exſucco. Circa medium ergo dico diem tertium, vel paulo prius, vel paulo ſerius ſtatus embryonis huiusmodi eſt, qualem nunc continuo deſcribam.

§. 15.

§. 15. Area vaſculoſa, quae pars eſt inuolucri vitelli, vaſis ornata, in qua media embryo continetur, duplici membrana conſtat. Exterior tenuis eſt, pellucida et vaſis expers; ea ſuper amnium, in quo embryo exiſtit, recta tranſit, idemque in ſuperficie ſua ſuperiori tangit. Primo incubationis tempore adeo leuiter cum interiori cohaeret, vt in aqua ſponte ab ea ſoluatur, ſupernatet, et illam vna cum embryone grauiorem fundum petere ſinat, vnde embryo, qui eo tempore amnio proprio caret, nudus illico in conſpectum venit. Poſtea vero et die praecipue tertio interiori membranae, nec non amnio, interea circa embryonem nato, paulo firmius adhaeret. Haec membrana dum circa amnium nullo modo voluitur et adeo ne eleuatur quidem a ſubiecto et intumeſcente amnio, quin recta vt dixi tranſit, et aequalem cum reliquo vitello ſuperficiem in hoc quoque loco, vbi amnium ei ſubiectum eſt, producit, nulla quoque ratione ad inuolucra propria embryonis referri poteſt, ſed communem et potius vitelli tunicam conſtituit, qua tamen embryo et amnium ſimul includantur. Eadem ante incubationem ſolum vitelli inuolucrum exiſtit, dum membrana interior primo incubationis die vna cum embryone oritur. Eius conſtructio. Tab. VII. Fig. 1.

§. 16. Interior autem inuolucri vitelli et areae vaſculoſae membrana, quae, ſi ad aream vaſculoſam, quam inuolucri vitellarii partem eſſe dixi, praecipue reſpicis, eius membrana inferior quo- (Fig. 2.)

quoque appellari poteſt, quo reſpectu exterior ſuperior nominari debebit, minus tenuis eſt, dum mediocris chartae craſſitiem aequat et potius ſuperat. Mollior eadem exiſtit et opaca et vaſis ornata, quae in huius membranae ſubſtantia ipſa exarantur. Videntur quidem haec vaſa, dum per ſuperiorem egregie pellucent, vtrisque potius membranis communia eſſe, et quaſi in celluloſa, qua membranae connecterentur, diſtribui, vti vaſa meſaraica inter duas meſenterii laminas diſtribuuntur, ſed facile experimentum, quo ſuperior membrana ab inferiori detrahitur, illaeſis et nullo modo mutatis nec tactis vaſis, demonſtrat ſoli interioris membranae ſubſtantiae ea ineſſe, et euentus phaenomenorum, quo, quid ſingula proprie ſint, tandem obſeruatori manifeſtatur, idem quoque docet. Haec vaſa mere venoſa ſunt ad diem fere quartum vsque, vbi primum arteriarum diſtributio obſeruari ſolet. (Nonne autem, ſi ex ſententia perill. *Halleri* euolutio, quae obtineat, areae vaſculoſae, hactenus conuolutae, ab impulſu ſanguinis penderet, a corde proiecti, arteriae potius et prius in conſpectum venire deberent?) et propagines quidem exiſtunt vaſorum meſaraicorum, vnde aream hanc vaſculoſam dicere malui, quam vulgari termino vmbilicalem. Vaſa enim vmbilicalia multo ſerius oriuntur et nunquam quidquam ad hanc aream conferunt. Inter has areae vtrasque membranas embryo ſingulari, quem in ſubſequentibus dicam, modo intercipitur.

§. 17.

§. 17. Vaſorum in area diſtributionem cum facillima ſit obſeruatu, et prima aperto ouo phaenomena oculis ſponte quaſi offerat, ideoque obſeruatoribus plerisque praecipuum, quod perluſtrent, obiectum dederit, paucis tantum verbis tangere, et praeſertim ortum horum vaſorum et diuerſa eorum genera, quae magis latent, determinare liceat. Tria venarum genera ſunt, quae aream vaſculoſam a reliqua vitelli ſuperficie diſtinguunt. Primum genus ſunt, quae praecipue merentur venae vitellariae vocari. Eae lateraliter vtrinque de embryone egrediuntur et lateralibus praecipue partibus areae proſpiciunt. Ex vena portarum ortum ducunt. Dextra quidem in area adhuc recente et calida (fig. 4.), quam viuam apello, vbi cor palpitet, vaſaque omnia ſanguine rite repleta ſint continua cum vena caua et auricula dextra et corde conſpicitur, ſiniſtra vero in ſuo ortu a ſpina dorſali tecta, quaſi abrupta apparet. Die autem tertio dextra quoque ob alam dextram nunc primo protuberantem, venaeque cauae ortum tegentem, ſimili modo abrupta apparere ſolet. Vtraeque venae oblique paulum deſcendunt, et tum in duos ramos inſignes diuiduntur. Eorum inferior minor varios ramulos, non notabiles, vtrinque exſerendo, ſerpentino ductu deorſum tendit, et in parte areae inferiori numeroſis ſurculis minimis, vix oculo diſtinguendis, tum inter ſe, tum cum ramulis venae, quam dicam, deſcendentis, in retis formam coniunctis, venae terminali ſe inſerit.

Eius vaſa. (Fig. 3.)

Venae vitellariae laterales. (Fig. 3. c. c)

(fig. 3. d.)

(e) Superior autem aeque varie flexus et arcuatim adſcendens, vnum vel duos vel plures quoque ramos notabiliores extrorſum emittit, qui mediis laterali-
(f) bus partibus proſpiciunt. Ipſe reliquus truncus ſerpentino ductu ſurſum tendit, vtrinque ramulos exſerendo, perinde ac inferior, et ſimili ratione copioſis anaſtomoſibus cum vena adſcendente factis, venae terminali vltimos ſurculos reddit.

Vena adſcendens. (k)

§. 18. Alterum venarum genus ſunt duae venae perpendiculares, quarum altera adſcendit, partique areae ſupremae et venae terminalis proſpicit, altera deſcendit et imae parti areae venaeque terminalis ramos reddit. Illa ad medium diem tertium vsque continua ex ſumma vena caua deducta in area viua cernitur; (fig. 4. *c. d.*) inde ilico circa caput embryonis et circa puncta ſalientia ſurſum flectitur, et ſimplex ſine ramo in area vaſculoſa dato ad ſupremam vt dixi areae partem aſcendit, ibique tota in ramulos anaſtomoticos diffunditur, qui venae termi-
(Fig. 3. *k.*) nali inſeruntur. Circa diem tertium autem huius venae origo a capite embryonis increſcente et a ceruice tegitur; tunc eadem in ſummo embryonis vertice fine abrupto oriri videtur. Egreſſus huius venae ex embryone ſingularis eſt, quem autem nonniſi poſt deſcriptum amnium, quod ſpurium dico, explicare poſſum. Nonnunquam vena huic comes datur, quae ſeorſim ab illa vel inferius ex vena caua vel a vena vitellaria dextra oritur et in ſuperiori areae parte euaneſcit.

§. 19.

§. 19. Vena deſcendens oriri videtur in area viua ex imo vertice embryonis dum ſpinae dorſalis parte inferiori eius ortus tegitur. Oritur autem ex altera vena vitellaria, indeque recta deorſum petit et ſimplex in infima parte areae in multos ramulos diſpergitur, qui cum ramis inferioribus venarum vitellariarum coniuncti rete illud, quod dixi, conſtituunt, quodque cum vena terminali coniungitur.

Vena deſcendens. (i)

§. 20. Tertium denique et mirum venarum genus eſt vena terminalis. Ita dico venam, quae circumferentiam areae deſcribit, quam, ſi perfectus circulus eſſet, quilibet forte circulum venoſum appellaret, ſed figura huius venae et inconſtans eſt et nunquam perfecte circularis. Plerumque in parte ſuperiori et inferiori inflexa eſt, ſaepe latior quam longa. Perill. *Hallerus* figuram venoſam vocat. Certe vena eſt, quae aream vaſculoſam terminat et definit, ideoque terminalis non improprie dici poſſe videtur. Quisnam eius truncus ſit, quae radices, ſeu rami, difficile eſt dictu. Plures aſſignare truncos non difficile quidem, ſed mirum. Malpighius videtur voluiſſe, quod vena adſcendens ille truncus ſit, in quem ex tota peripheria ſanguis effundatur. Praecipuum eſſe, et primitiuum, concedo, ſed non vnicum; venae enim laterales vitellariae et deſcendens aeque ac adſcendens huic periphaeriae inſeruntur. Videtur autem ex partibus areae, quae venis lateralibus et venae adſcendenti, nec non quae

Vena terminalis. (l)

(Fig. 1. 2. *b.* Fig. 3. *l.*)

 illis

illis et deſcendenti, intermediae ſunt, et quas dictae venae ſua ramificatione non tangunt, ſanguis ſubortus colligi et venae terminali dari, indeque rurſum per vitellarias venas et deſcendentem et adſcendentem ad venam cauam deriuari.

Areae ſucceſſiuae mutationes.

§. 21. Sed eiusmodi quem deſcripſi areae vaſculoſae ſtatus praecipue a die tertio ad quartum finitum vsque eſt; priori tempore vti die ſecundo non omnia haec vaſa adſunt; ſucceſſiue oriuntur, et ramificationes ad diem ſextum vsque adeo augentur, vt nihil fere ornatius ſpectari poſſit quam area viua hoc tempore. Nonnullas variae aetatis areas delineatas dabo, quibus ſucceſſiuae eius mutationes facilius intelliguntur, quam accuratiſſimis deſcriptionibus. (Fig. 4.) Inter prima fere vaſorum tentamina vena adſcendens eſt cum parte venae terminalis, ceu peripheriae, ſuperiori. Saepe tamen quoque inferior huius venae pars prima apparet cum multis maculis ſanguineis fuſcis in areae parte, ſibi proxima, inconnexis, quae vaſorum rudimenta ſunt. Et venae terminalis pars ipſa, quae adeſt, multis locis interrupta, nusquam cum corde embryonis communicat.

Areola pellucida. Eius phaenomena. (Fig. 1. 2. *b*.)

§. 22. Sed ad ſtructuram areae redeo magis eſſentialem, et quae minus aut viſu aut intellectu facilis eſt. Area vaſculoſa hactenus deſcripta, quae colore eſt ex flauo albicante, vaſisque ornata, non immediate embryonem tangit, ſed ſpatium inter ſe et embryonem relinquere videtur, ſeu aliquam ſui par-

partem, quae omni vaſorum ramificatione non modo, ſed omni quoque colore et opacitate expers ſit, pellucidam. Figura huius ſpatii apparentis valde varia eſt et inconſtans, ſemper tamen oblonga, et plerumque eiusmodi qualem fig 1 et 2. exhibui. Nunquam primo incubationis tempore embryo apparet, quin haec ſimul circa eum immediate areola oblonga pellucida quoque appareat et a reliqua area vaſculoſa ſe diſtinguat. Haec eo tempore vaſa nondum habet, ſed ſub ſpecie maculae albae apparet, vnde macula quoque optimo iure hoc tempore vel cicatricula ab autoribus vocari ſolet; ſed color eius albus facile tamen diſcrimen reddit inter aream vaſculoſam, ſeu maculam, et areolam pellucidam, interiorem illius partem, et embryonem immediate continentem, vtpote quae ob pelluciditatem obſcura potius apparet, et quaſi inane ſpatium. Inde continuo ad diem vsque quintum vel quartum finitum obſeruatur, ita, vt pro eadem agnoſci adhuc poſſit; die quinto autem vel ſexto annulus eius loco apparet anguſtus et vix notabilis, niſi attentus obſeruator fuerit. Iſte cum areolae locum teneat, eiusdemque naturae ſit, et conſtructionis, et pellucidus obſcurus, opacitate et vaſis expers, quantumuis figuram diſſimulat, tamen illa ipſa areola eſſe videtur, quae vere tamen non eſt, ſed nouum phaenomenon ex ſubſequentibus intelligendum. Areola die iam quarto euanuit. Denique poſt diem decimum annulus quoque euaneſcit ipſe et annihilatur,

 quod

quod qua ratione fieri poſſit, ex ſubſequentibus patebit. Sed neque diebus ſecundo et tertio, vbi maxime viget, areola mutationibus miris expers eſt quoad limites quibus terminatur adeoque reſpectu figurae et magnitudinis. Ad diem tertium vsque creſcit continuo, inde vero ſenſim palleſcit et euaneſcit. Figura valde varia eſt, non modo diuerſo, ſed et eodem in variis indiuiduis tempore; plerumque tamen in initio fere quadrilatera eſt et oblonga, angulis autem obtuſis lateribusque paulo curuis. Inde ſolet in media parte contrahi ſuperius autem et inferius dilatari. Sub hac figura creſcit ſed palleſcit ſimul tandemque plane diſparet et annulus eius loco comparet, qui tamen, quemadmodum dixi, et ipſe denique euaneſcit.

§. 23. Generatim autem, quod magis miratus ſum, deprehendi, areolam hanc figuram circumferentiae embryonis, quae pro vario eius ſitu diuerſo tempore differt, imitari. Primo die et initio ſecundi embryo erectus et pronus iacet, et ex mera ſpina dorſali et capite gracili conſtat, tum ergo areola oblonga eſt, fere quadrilatera, lateribus tamen ſuperiori, quod capiti, et inferiori quod caudae reſpondet, curuis. Secundo die finito et tertio die caput embryonis verſus pectus deprimitur, et ad finem eius inferiorem pedum tubercula vtrinque propullulant, in media autem parte ſola gracilis ſpina exiſtit, inde ſuperius et inferius circumferentia em-

embryonis latior, in media parte anguſtior eſt. Eiusmodi ergo tum quoque eſſe figuram areolae iam dixi. Die tertio finito embryo magis contrahitur, vt caput caudam tangat, et in ſiniſtram latus decumbit. Hinc circumferentia reſultat, quae in latere embryonis anteriori, quod ſpectatori dextrum eſt, linea recta, in poſteriori autem, quod curuata ſpina dorſali efficitur, curua linea terminatur. Exactiſſime tunc quoque eandem figuram areola exprimit. Denique die quinto finito noua veſicula ſuborta embryoni adhaeret, eiusque limiti anteriori additamentum conciliat, vnde iſte margo qui rectus hucusque erat curuilineus fit, et tota ergo embryonis circumferentia rotunda fere nunc euadit. Hinc loco areolae vltimo tempore annulus pellucidus quoque adeſt.

§. 24. Haec ergo areola, phaenomenis ſuis adeo notabilis, et notabilior longe ideo, quod ſummis obſeruatoribus, *Haruaeo*, *Malpighio* et *Hallero* impoſuerit, quid proprie ſit, nunc quaeritur. *Harvaeus* colliquamentum vocat et amnium eſſe credit, (Exerc. XVI. ad finem) *Malpighius* ſimili vocabulo eam denotat, ſed pro chorio agnoſcit (App. pag. 5. fig. 22. E.) *Hallerus* (ſur la formation du coeur. Part. II. ſect. 11.) ſententiam *Haruaei* ſecutus, itidem pro amnii primordio accepit, eiusque variam magnitudinem ad medium diem quartum vsque, vbi eam diſparere monui, dimenſus eſt. In Elemen- Areolae explicatio.

mentorum autem Phyſiologiae Tomo VIII. et quidem in additamentis pag. 217, vbi Perill. Vir contra me diſputat, nouaque in hunc finem inſtituta experimenta adducit, ipſum deprehendiſſe video hunc errorem et quaſi indicare his verbis: „et „amnion (noſtram areolam) ut legit ambit, eam, „quam hactenus omnes ſcriptores pro amnio habue„runt. Nam mihi quidem nunc videtur tenerior „pars eſſe membranae vitelli „. Certe neque amnium neque chorium eſſe poſſe, vel inde iam colligas, quod ante medium incubationis tempus iam euaneſcit, ſed certiſſimum hoc eſſe patebit, ſi, quomodo oriatur, iterumque euaneſcat, explicauero, et ſi addiderim, amnium verum eodem tempore cum areola obſeruari poſt diem tertium nempe, illudque intra areolam contineri et ſatis euidenter ab eadem diſtingui.

§. 25. Sed mirum eſt, quantum, etiamſi Oedipus fuerit, in ſcrutandis et eruendis ouis incubatis facile quis decipi poſſit, quaſi oua ſcrutare et non ſimul errare, impoſſibile ſit. Fabricius ab Aquapendente magnus ſui temporis anatomicus, et *Harvaei* praeceptor, punctum ſaliens, dum pulſare videret, pro corpore fetus habuit, referente *Haruaeo.* Cum primum oua incubata adirem embryonem in chalazis quaeſiui, et adhucdum chalazam, magna cum cura delineatam mihi conſeruo, memoriae cauſa, in qua embryonis rudimenta deprehendiſſe putabam.

bam. Poſtea non ſine voluptate in *Haruaeo* legi, Fabricium in eodem errore fuiſſe, et adeo manſiſſe. Nuper denique miraculum me inueniſſe certe credebam, aortam nempe ad diem quartum vsque ex ventriculo dextro oriri, poſtea inde ad ſiniſtrum translocari; quantumuis *Hallerum* ex ipſa huius rei impoſſibilitate *Malpighii* errorem de primo cordis dextro ventriculo reſutare legeram; nam ipſum Perilluſtrem Virum erraſſe magnis multisque rationibus perſuaſus eram.

§. 26. Sed quid proprie areola ſit, continuo nunc dicam. Neque amnium neque chorium eſſe dixi, et tamen neque ſimplicem partem teneriorem membranae vitelli dicere qua certe ſub ſpecie die quidem toto tertio et poſtea apparet, ſed inter veri nominis innolucra, ſeu potius habitacula embryonis, ſed primitiua et temperaria et vicaria eam referre, nullus dubito. Intelligo ſub his vocibus inuolucra, ſeu loca pro embryone conſtituta, quae ad aliquod tantum tempus huic vſui inſeruiunt, donec alia conſtantiora ſuborta ſint et quae ergo interim vsque eorum munere funguntur, eorumque vices praeſtant, deinde illis conſtantibus ſubortis, ſucceſſiue euaneſcunt. Eiusmodi rem areolam pellucidam eſſe, ex eius conſtructione et mutationibus, quas ſubit, patebit. Areolae vera conſtructio.

§. 27. Die ergo tertio fere finito et paulo poſtea aream vaſculoſam compoſitam eſſe dixi ex

duabus membranis, quarum ſuperior tenuior, inferior autem craſſior et mollior eſt, et quae vaſa in aream diſtributa, materiamque opacam albam, interſtitia vaſorum replentem, continent, ita tamen, vt materia opaca aeque ac vaſa magis membranae inferiori adſcribenda ſint. Cohaerent autem certe hoc tempore inter ſe, vt vnam quaſi membranam efficiant, quo vsque nempe area vaſculoſa ipſa continuat. Iam prope embryonem, vbi areola pellucida incipit vtraeque hae membranae incipiunt a ſe invicem ſolui, ſolutaeque ad embryonis limites vsque continuantur, quo eum intercipiant, ſuperior ſuper embryonem tranſeat, inferior ſub eodem pergat. Eaedem vna dum ſoluuntur, vaſorum, quae per totam aream vaſculoſam diſtributa exiſtunt, ramificatione omni deſtituuntur, proinde quoque illa materia alba opaca iis deficit, quam ad inferiorem membranam magis pertinere dixi, et in qua illa vaſa exarantur, quaeque eorundem interſtitia replet. Inde haec interior ergo areae vaſculoſae pars, quae immediate embryonem cingit, cum ſuperior eius lamina per ſe tenuis et vaſis expers ſit, inferior autem iisdem ſimiliter et materia opaca nunc deſtituatur, opacitatem quoque omnem et albedinem amittit, et pellucida redditur et tanquam obſcura apparet. Hoc modo notandum, ab omni vaſorum ſanguineorum genere areolam haud liberam eſſe, ſed quibus ornatur, vaſcula ex alio fonte ducuntur, ex vena ſcilicet adſcendente, alius porro indolis ſunt, min-

minima, quae oculis nudis vix diſtinguantur, cylindrica, microſcopica. Proinde minorem quantitatem materiae albae ſibi interiectam habent, et parum pelluciditati detrahunt. Haec vaſcula elegantiſſima ſuo tempore deſcribam.

§. 28. Poſtquam membranam ſuperiorem ab area detraxiſſem, vt, qua ratione embryo vtrisque membranis interceptus inhabitaret, inferiorique incumberet, conſiderarem, hunc, qui in area integra fixus in ſuo loco haeret, mobilem, licet membranae inferiori alligatum vinculis, in ſubſequentibus explicandis, et ſatis liberum inueni, ſed amnio ſuo proprio, quamuis tenerrimo et ſubtiliſſimo, indutum.

§. 29. Hinc ergo nunc ſatis, quid areola proprie ſit, patet. Nihil aliud eſt hoc quidem tempore, die nempe tertio et poſtea, quam interior areae vaſculoſae pars, in qua membranae ſolutae a ſe inuicem ſint, vt embryonem cum amnio intercipiant, vaſisque maioribus, et materia opaca, deſtituantur. Eſt, quaſi in area vaſculoſa ambae membranae per ipſam illam materiam albam et opacam, in qua vaſa exarantur, ſecum inuicem ſimul connecterentur, quae, cum in areola deeſt, efficeret, vt membranae ſolutae a ſe inuicem ſint. Nunquam ergo amnium eſt, quod eodem tempore cum ea obſeruatur, ab eademque diſtinguitur; neque chorium, quod non ſolum embryonem cum amnio

ea ratione intercipere, ſed totum ſimul vitellum comprehendere debet.

§. 30. Num autem contiguae ſibi ſint prorſus hae membranae in areola pellucida, licet ſolutae, an potius paululum diſtent, humoremque aliquem exhalabilem contineant, proprio experimento definire non poſſum. Interim admodum probabile eſt, aliqua tamen, etiamſi quam minima forte diſtantia, a ſe inuicem remotas eas teneri, et huiusmodi humorem qui continuo exhalet, citoque reſorbeatur, inter ſe fouere; dum alioquin concreſcerent, materiamque albam ſibi interponerent, quod tamen ad diem medium quartum, quo vsque exiſtit, non fit.

Qua ratione oriatur et figuram embryonis imitetur.

§. 13. Patet hinc ſimul qua ratione areola producatur et ſuo tempore iterum diſpareat, quin, quomodo et cur figuram ſucceſſiue mutet areola et circumferentiam embryonis aemuletur, manifeſtum eſt. Craſſiuſculus embryo dum membranis vtrisque interpoſitus haeret; fieri non poteſt, quin eas diſpellat a ſe inuicem paululum, ſoluatque ad certum aliquod circa ſe ſpatium. Deinde quoque certum eſt, ad locum embryonis, aliqua ſine dubio irritationis ſpecie, humores magis quam vllibi concitari, qui humectent continuo has ſeparatas membranas, vel et colligantur, illasque a ſe inuicem ſolutas teneant, impediantque, quo minus concreſcant. Hinc ergo eiusmodi ſpatium in area vaſculoſa prope embryo-

bryonem oritur, quo membranae ſolutae ſint, et, nullam materiam opacam inter ſe fouentes, ſed ſubtilem potius eius loco humorem, pelluceant. Ea autem membranarum diſpulſio ſine dubio a circumferentia embryonis horizontali, proinde a figura et ſitu eiusdem dependet, vnde ergo intelligitur quomodo areola in ſua figura embryonem imitari poſſit.

§. 32. Denique circa diem tertium finitum ea areae vaſculoſae pars, quae areolam pellucidam conſtituit, valde creſcit, indeque longinquius ab embryone remouetur. Inde facile patet, quo magis hoc fit, eo magis vtrasque membranas contingere ſibique inuicem applicari poſſe, vnde quae circa hanc periodum apparent, phaenomena pendere puto. Areola licet dilatata, magis magisque palleſcit, vt vix a reliqua area vaſculoſa diſtinguatur, tandemque plane diſparet. Credo igitur, et vix, quin res ita ſe habeat, fieri poteſt, membranas contiguas plane, et minus praeterea humoribus nunc abundantes, coaleſcere, materiam inter eas opacam albam deponi, et hoc modo areolam pellucidam diſparere. Alia vero et valentior forte huius coalitionis cauſa eſt nouum a die ſecundo ſubortum receptaculum embryonis, amnium ſpurium, de quo ex inſtituto agere promiſi. Hoc enim embryonem in ſe recipit, efficitque ea re, vt iſte minus cogatur ſuo volumine membranas areae a ſe inuicem diſpellere, vnde ergo eo citius eiusmodi earum concretio fieri poteſt. Et quomodo denique diſpareat.

Hhh 3 §. 33.

Vſus areolae aſſignatus.

§. 33. Conſtructionem areolae dixi, et qua ratione ſe habeat erga embryonem die circiter tertio. Nullum inde vidimus peculiarem embryoni vſum praeſtari, quo certum munus areolae aſſignari, et, quid ergo proprie ſit, definiri poſſit. Embryo enim propriis ſuis inuolucris, amnio vero, et amnio, quod dicam, ſpurio incluſus, neque tertio amnio eget, neque ſi vere dicendum eſt, ab areola includitur, quae membranis ſuis, ſere contiguis, ad embryonis limites vsque pergit, tum novis partibus locum cedit, vt ergo hoc tempore embryonem plane non includat. Interim nec prorſus nihil eſſe dixi, quod quidem de primo tempore intelligendum eſt. Primo ergo incubationis die alia omnino rerum facies eſt. Areola eodem quidem modo ex membrana ſuperiori, primitiuo vitelli inuolucro, et interiori, quae eo tempore adeo mollis eſt, vt vix ſolida vocari poſſit, conſtructa exiſtit; verum iſtae membranulae magis nunc longe a ſe inuicem diſtare, et profundiorem foueolam, in qua embryo reſidet, formare videntur. Haruaeus areolam hoc tempore ſuper vitelli ſuperficiem leuiter eminere putat, comparatque cum cornea oculi et vocat ideo interdum oculum vitelli. Sed ea nondum ſunt ipſa, quae volo. Poſtquam membranam ſuperiorem ab area deduxi, quae ſponte in aqua ab illa ſoluitur, embryo ipſe nudus ilico in conſpectum venit, ſine vllo alio, quod eum obſcuret, vti alias fieri ſolet, velamento. Iſte quidem parte ſua inferiori

ſuperiori plusquam media membranae inferiori adhaeret, parte autem ſuperiori, quae caput et pectoris regionem refert, liber ab ea membrana et mobilis ei incumbit, pronus caeterum, rectus et fere linearis. Areola pellucida, vel potius ea membranae interioris pars, quae ad areolam conſtituendam concurrit, limbo craſſiuſculo albo cingitur, qui ipſe margo et terminus interior maculae, ſeu futurae areae vaſculoſae eſt, et a materia alba opaca, quae per totam maculam diſtributa eſt, conficitur. Hic interior maculae terminus prominens per ſuperiorem membranam tranſparens illud phaenomenon in integro vitello producit, quod *Malpighius* aggerem vocare ſolet, quo colliquamentum cingeretur (App. fig. 2. D.). In hac ergo ita formata faueola, a ſuperiori membrana tecta et clauſa, tanquam in proprio receptaculo ſuo embryo reſidet, et continetur itaque ab areola ipſa, quod quidem die tertio non fit, vbi ad limites tantum embryonis illa tangit, tum vere ceſſat, aliisque vt dixi partibus locum cedit, et continetur quidem immediate nudus embryo, qui nullo amnio, nullo alio inuolucro indutus eſt. Qua propter merito areolam embryonis habitaculum hoc tempore vocari poſſe exiſtimo. Sed primum quoque omnino eſt, cum niſi prius, ſaltim eodem tempore cum embryone oritur. Nunquam enim embryo conſpicitur, quin areola quoque haec circa eum obſeruetur. Sed vidiſſe quoque mihi viſus ſum in ouis duodecim circiter vel octodecim

decim horas incubatis iſtam foueam vacuam ſine vllo embryonis veſtigio. Et in aliis eiusdem aetatis ouis ſimiliter areolam vidi, in qua tamen embryonis rudimentum, ſed veri nominis rudimentum continebatur. Nam ea felicitas, quae *Malpighio* fuit, nunquam mihi contigit, vt embryonem in ouis non incubatis vidiſſem. Erroneas has obſeruationes putat Perilluſtris v. *Haller*. Forte etiam feruor aeſtatis in Italia aliquas in ouis mutationes producere potuit. Sed iſte primus embryonis ſtatus ſeorſim et ſub proprio titulo tractari meretur, cum nonnullas de eo felices obſeruationes habeo, quae illas ſimul generales vegetationis leges, quas in theoria generationis exhibui, egregie vindicant et in parte quidem adeo notabili, qualis cum medulla ſpinali cerebrum eſt, primum totius animalis ſtamen, demonſtrant. Nunc indicaſſe ſufficit, quod areola primitiuum embryonis habitaculum ſit.

§. 34. Sed vti in plantis ſoliola dantur, quae non perpetui vſus ſunt, ſed eo vsque tantum inuolucrorum munere funguntur, donec iuniora folia, quae continent, adoleſcant, tum plerumque decidunt, ideoque a *Malpighio* in anatomia plantarum caduca vocantur; illae nempe ſquamulae, quae gemmas inueſtiunt; ita quoque hoc embryonis habitaculum vix duas integras dies hoc officium praeſtat. Die enim ipſo ſecundo noua iam ſedes pro embryone conſtrui incipit, quae iſto die finito maximam quo-

que

que partem perficitur, vt poſtea ergo areola pellucida in ouo incubato inutile phaenomenon et merum ornamentum exiſtat. Non ſolum ergo temporarium embryonis habitaculum eſt, quod, quousque exiſtit, ſaltem eiusmodi vſum praeſtaret, ſed prius ceſſat inuolucrum eſſe, deinde ceſſat exiſtere. Adeo enim facile eſt in ouis explicandis errare, vt, dum quis areolam pro amnio habet, vti vidimus, errat. Si, non amnium, nihil praeter interiorem pellucidam areae partem, eſſe, dicit, errat quoque. Denique, ſi neque amnium, neque ſimplicem areae partem, ſed aliud ab amnio diuerſum receptaculum vocare velit; reuera iterum error ſubeſt; nam ad diem tantum ſecundum finitum vsque verum hoc eſt, ad medium quartum vsque falſum.

§ 35. Quae hactenus expoſui, viſa ſunt egregie ab omnibus autoribus et ſatis magni facta, ſed male intellecta. Quae nunc proponam, neque viſa ſunt, quantum ſcio, ab vllo obſeruatore, neque intellecta. Facilius eſt inuenire in hac ſpeculationum genere, quae nondum recte explicata ſint, quam inuenta eiusmodi phaenomena melius explicare; quod quidem, cum de explicationibus anatomicis ſermo ſit, mirum omnino videri oportet. Invenire autem, quae plane nondum viſa ſint, difficilius eſſe credo hoc quidem tempore longe, quam phaenomena explicare. Intelligo quae notabilia ſint; non minutias puto, quas autores conſilio neglexiſſe Scholium.

 crede-

credere poſſes. Huius enim generis materiae omnia in ouis incubatis plena ſunt. *Malpighius* enim, licet phaenomena, quomodo appareant, negligenter deſcripſerit, ſaepiusque falſe et inepte pinxerit, minimeque recte, quid ea, quae apparent, phaenomena vere ſint, intellexerit, omnes tamen angulos quaſi adeo perreptauit, vt vix, quod inter primi generis notabilia referri poſſet, aliquid ſibi non viſum ſuperſit, et aliqua ratione indicatum. Quod iſte denique intactum reliquit, *Hallerum* fugere vix potuit. Inde dico, plane non viſa inuenire difficile hodie quidem eſt. Ad explicationem vero haec duo momenta refero; exponere, quomodo vere ſe res habeat, non quomodo appareat, et quid vere exiſtat, vnde tale phaenomenon reſultat; deinde indicare, cuiusnam partis primordium tale phaenomenon ſit. Hoc autem adeo multis et variis difficultatibus ſtipatur, vt nihil quam errare in ea re facilius ſit.

Bulla, in areae pellucidae ſuperficie inferiori apparens ſeu amnium ſpurium. fig. 2. 5. 6. 7.

§. 36. Membranam ſuperiorem areae vaſculoſae die tertio recta per areolam pellucidam quam conſtituit, recta quoque ſuper locum, vbi embryo reſidet ipſum, areae vaſculoſae centrum, tranſire, vnamque ea ratione aequalem totius areae ſuperficiem, leuiter conuexam, efficere, in ſuperioribus dixi. Aliter comparatum eſt cum ſuperficie areae inferiori ſeu interiori, quae a membrana eiusdem interiori exhibetur. Ea membrana, dum ex area vaſculoſa circumquaque verſus embryonem procedit, in

in plano verſatur, quod embryone tantum ſuperius eſt, quantum eius et amnii, cui ineſt, craſſities requirit, vt ſuper eum tranſire eiusque faciem ſuperiorem tangere poſſet; tantum ergo, quantum exterior membrana ſuperior eſt, quae vere tranſit, et vere amnii faciem ſuperiorem tangit. In eo plano aream pellucidam percurrit, eamque vna cum exteriori, cui contiguam eſſe dixi, conſtituit. In eodem porro ad limites amnii et embryonis, in eo contenti, peruenit, eosque limites vere tranſit partemque notabilem amnii hac ratione ſuperat, ſemper exteriori contigua, quaſi vna cum eadem totum amnium embryonis ſubiectum tranſire et tegere eſſet futura. Exiguum tantum in amnii ſuperficie ſuperiori ſpatium medium relinquitur, quod ab illa membrana interiori non tangitur. In ſubſequentibus hoc ſpatium accuratius definietur. Poſtquam ad hunc terminum vsque membrana peruenit tum ilico reflectitur, angulo facto acutiſſimo; deorſum nunc quidem petit, et circa limbum amnii, quod tenuiſſimum quidem eſt, et embryonis ſe reuoluit, eaque re ipſa in ſuperficie inferiori areae bullam circa embryonem, tenuiſſimo amnio obductum, format, embryone et amnio, quod vti tenue, ita anguſtum quoque modo eſt, longe ampliorem, et inflatam, caeterum tum ipſa forma et habitu ſingulari, tum ob connexionem cum embryone, aliaque praedicata quam plurima, adeo ſpectabilem, vt, qui fieri potuerit, vt bulla haec

 fuge-

ſugerit obſeruatores, intelligere vix queam. Certe nullam aliam ob cauſam hoc factum eſſe videtur, quam quod ſolam areae ſuperficiem ſuperiorem vel in integro vitello, vel in area exſciſſa, nunquam inferiorem priori incubationis tempore conſiderauerint. Quod enim ſi factum eſſet, bulla iſta egregia ſua forma obſeruatorem, quaeuis alia inquirentem, adeo attraxiſſet, vt neglectis omnibus ſolam hanc bullam perquiſiuiſſet, neque, vti fieri ſolet in his rebus, ceſſaſſet, quin penitus eam perſpexerit eiusque conditionem et naturam intellexerit. Attamen fateor mihi quoque eam non viſam eſſe ante annum 1764, cum ab anno 1759 iam oua ſpeculauiſſem, neque ob hanc ſolam ſed alias quoque ob cauſas eo vsque me latuiſſe. Id praeterea reticendum non eſt, in aliis bullam hanc ornatiorem, magis inflatam, accuratius delineatam, in aliis vero rudiorem interdum, craſſiorem et minus elevatam eſſe ſubiectis. Praecipue in earum gallinarum ouis, quae anglicae vulgo dicuntur, et vulgaribus maiores ſunt, omnium elegantiſſima bulla apparere ſolet. In eiusmodi quoque ouis, quae ipſa quoque vulgaribus ouis maiora, ceterum figura oblonga, vtrisque verticibus valde acutis, et fere aequalibus eſſe ſolent, illam primum detexi.

§. 37. Quicunque obſeruator amnium ipſum in primo ſuo ortu, aut diebus ſaltim tertio et quarto non viderit, pro amnio certe hanc bullam acciperet,

ret, adeo videtur inflata et humore diſtenta bulla totum embryonem qui tranſparet, immediate includere. Amnium enim ipſum ob ſui pelluciditatem hac ratione non diſtinguitur. Quapropter amnium ſpurium illam vocaui, quamuis cum amnio proprie nullam ſimilitudinem habet. Cum aureliis, quae papilionem continent comparare, praecipue ſi certae obſeruationes pro exemplis ſumerentur quae illarum formam non male exprimunt, multis quidem placeret, qui hypotheſi euolutionis exornandae ſtudent, ſed nulla his quoque rebus analogia vera ſubeſt. Embryo prior formatus et prior in conſpectum venit, deinde ſucceſſiue amnium ſpurium oritur. In aureliis contra inuolucrum prius exiſtit, vt intra illud papilio formetur. Neque etiam ſtructura amnii ſpurii cum ſtructura aureliae quicquid ſimile habet.

Figura amnii ſpurii. fig. 2. 7.

§. 38. Figura amnii ſpurii etiam eodem tempore, die tertio abſoluto, quem diem in deſcribendo amnio ſpurio pro norma conſtituo, non ſemper accurate eadem reperitur ſed variat paululum. Credo autem, et certe perſuaſus ſum, eiusmodi varietates, quae in phaenomenis ouorum obſeruantur, non plane accidentales eſſe, ſed potius a diuerſis ouorum generibus pendere, et phaenomena inde quoque ſi in eiusdem generis ouis examinantur, eadem ſemper et conſtantia fore. Amnium ſpurium figura ſua, licet bulla tantummodo ſit, ſi in ſuperficie areae inferiori conſideratur, ſacculum tamen

 men-

mentitur integrum, membranae ſuperiori incumbentem, quod quidem, cur fiat, ex modo conſtructionis expoſito intelligitur, et ſacculum quidem oblongum, leuiter compreſſum, qui vertice ſuperiori latiori, rotundo, fine interiori magis acuto, lateribusque parallelis, et dextro quidem, quod ſpectatori in area inuerſa ſiniſtrum eſt, paulum inflexo, ſiniſtro autem conuexiori terminatur. Eiusmodi enim figuram embryo quoque ipſe intus reconditus, hoc tempore refert. Sicuti enim areola pellucida, ita quoque amnium ſpurium generatim figuram embryonis ſed longe euidentius adfectat, adeo, vt bula ab ipſo embryone, qui partes ſui corporis intus magis magisque extendat, ficta, et ſuam formam nacta eſſe videatur. Inde, prout embryo vel creſcendo, vel nouis acquiſitis partibus, vel ſitu quoque mutato, ſuique corporis contractione, aliam figuram refert, ita amnium quoque ſpurium aliam oſtendit figuram, embryoni ſemper ſimilem. Embryo nimirum hoc tempore maxima et in ſpecie ſuperiori ſui corporis parte in ſiniſtrum latus decumbit, minori, eaque inferiori parte, pronus ſitus eſt, et caput verſus pectus depreſſum habet. Inde cum vertex igitur ſuperior capiti, inferior caudae, margo dexter ventri, ſiniſterque dorſo reſpondeat; tota nunc illa deſcripta ſacculi figura, cur ita ſe habeat, intelligitur. Nam vertex ſuperior a capite complicato et ceruice ſurſum ſpectante latior et rotundus, a cauda vertex inferior acutus, margo

margo dexter ventralis a curuatura embryonis inflexus, et ſiniſter a dorſo eiusdem curuato conuexus eſt. Hinc in embryonibus prouectioris paulum aetatis, nam embryo ab hoc tempore continuo magis contrahitur, inflexio lateris ventralis cito augetur, et quae nunc vertex eſt ſuperior, bullae pars, capiti reſpondens, ea verſus dextrum latus recta protruditur, vt tota nunc bulla parte ſua ſuperiori inflexa appareat. (fig. 7.)

§. 39. Multae ſunt cauſae, cur varias in amnio ſpurio partes, quibus illud componitur, quaeque facile ſe diſtinguunt, notari et fixo vocabulo denominari velim. Earum primaria eſt tota ſuperior bullae pars, quam vel ipſo iam die tertio finito vel tamen paulo poſt notabiliter inflexam eſſe dixi a curuato et conſtricto embryone et quae adeo quidem circa medium diem quartum inflexa eſt, vt recta dextrorſum ſpectans cum inferiori parte, verticaliter poſita, ad angulum fere rectum compoſita ſit. Ea caput embryonis et collum et pectus includit, et ſola ex reliquis partibus integrum, licet non clauſum, ſacculum conſtituit. Membrana enim areae inferior totum caput et pectus inuoluit, cum reliqui embryonis ſuperficiem modo inferiorem obducat. Eadem, quae recte ergo ob hanc cauſam vocatur, vagina capitis inter omnes reliquas bullae partes, prima producitur, ſolaque exiſtit die ſecundo, dum reliqua bulla nondum eleuata eſt. Eadem porro

Variae eius partes; vagina capitis. (fig. 7. *b.*) *a. b.* (fig. 5.)

porro eſt, quae cum contentis embryonis partibus, capite et pectore, die quarto finito in area fundum petit ob grauitatem capitis, vnde dimidius ſuperior embryo hoc tempore in area euaneſcit. Eadem denique, quae plurium aliorum, quae in ſubſequentibus exponentur, phaenomenorum cauſa et principium cognoſcendi eſt. Cum integumento caeterum capitis ſtramineo, cuiusmodi mulieres berolinenſes vtuntur, magnam mihi ſimilitudinem habere ſemper viſa eſt haec pars, cuius aut prima rudimenta, aut ipſum habitum perfectum, aut veſtigia denique et reliquias aut effectus quoque et phaenomena, quae producit, toties cum animi inquietudine contemplatus ſum, antequam, quid proprie ſit, aut vnde ſit, cognouiſſem.

Innolucrum caudae. fig. 2. 7. m. b.

§ 40. Alia bullae pars eſt inferior, quae finem eius inferiorem conſtituit, minus quidem quam prior notabilis, ſed ſingulare tamen, quod eo ideo nomine venire quoque poteſt, inuolucrum caudae. Caudam autem et pedes ſimul inuoluit, et quae pars ſoli caudae reſpondet, ea aeque ac capitis vagina a membranis areae expanſis, quibus reliqua bulla incumbit et adhaeret, eleuata et ſeparata exiſtit. Interim tamen tota pars inferior, quae caudam vna cum pedibus comprehendit, tanquam vna et eadem pars conſiderari debet. Figuram haec habet fere pyramidalem, cuius apex inferior, baſis ſuperior ſit.

§. 41.

§. 41. Denique laterales quoque partes dextra et ſiniſtra notari merentur, vtraeque ſemicylindricae fere et breues, illa tamen ventralis inflexa breuior et anguſtior, haec dorſalis paulo longior et die ſaltim tertio finito aut principio quarti diei priori latior, cuius rei cauſa eſt ſituatio embryonis ſuperius dicta. Iſte enim circa hoc tempus adeo torquetur, vt ex ſitu prono, quem primo tempore colebat, ſucceſſiue in ſiniſtrum latus vertatur, dum ſimul magis magisque contrahitur. Ea nimirum ſitus mutatio a capite primum incipit, quod dextrorſum vertitur, ſimulque flecti incipit; interea totum embryonis corpus pronum adhuc eſt. Poſtea collum et thorax ſimili modo vertuntur ſimulque contrahuntur, dum regio ventris et cauda antiquum ſitum adhuc obtinent. Denique et ipſa pars embryonis inferior et cauda eadem ratione voluuntur, ſimulque adeo curuantur, vt caudae apex occiput embryonis fere tangat. Nunc die tertio finito, quo tempore bullam conſideramus, toto iam capite et fere pectore in ſiniſtrum latus embryo iacet, venter oblique ſitus eſt, volutus ſcilicet paulum verſus latus ſiniſtrum, et cauda cum pedibus fere prona adhuc ſe habet. Inde ergo intelligitur, cur anguſtior bullae pars lateralis dextra et ob contractionem embryonis paulo breuior quoque ſit parte ſiniſtra. Caeterum, vti vagina capitis caput et thoracem, inuolucrumque caudae caudam cum pedibus, ita partes hae laterales limbos continent ſeorſim ab-

Partes bullae laterales. (fig. 2. 7. *c. m c. e.*)

(fig. 5.)

(fig. 6. 7.)

(fig. 7.)

 domi-

dominis, partes embryonis ſingulares, aeque minus quam quas recenſeo, ab autoribus obſeruatas, aliaque occaſione explicandas.

Varietates in figura bullae. (fig. 5. 6.) §. 42. Praecipuae, quas reſpectu figurae varietates obſeruaui, in vagina capitis occurrunt, quam, cum in plerisque oualis fere ſit figurae ſuperiusque arcu terminetur, et generatim figuram curvatae ceruicis et capitis imitetur, in nonnullis fere triangularem deprehendi, adeo, vt baſis huius trianguli ſuperior, apex ad regionem cardiacam poſitus ſit. Sed cum eandem vaginae capitis figuram non in vno, ſed in pluribus iam ſubiectis obſeruauerim; neque alias tamen aberrationes notabiles facile deprehenderim; valde, vt ſupra iam monui, ſuſpicor, has varietates non veras, quo ſenſu botanici intelligunt, varietates, ſed potius ſpecies eſſe ouorum et gallinarum, quae illa pepererunt; quod idem, cum de pluribus in ouis incubatis occurrentibus phaenomenis valeat, res mihi eſſe videtur, quae notari (fig. 5.) debeat a ſpeculatoribus ouorum. Caeterum et hoc notabile eſt, in iis ſubiectis, vbi vagina capitis triangularis occurrit, quae eadem hac ratione totam fere bullam triangularem reddit, quod areola pellucida quoque triangularis figurae ſit, certo teſtimonio, non a cauſis accidentibus, ſed a viribus potius et principiis vegetationis ipſis, quae latius effectus ſuos et actiones extendunt, illas varietates pendere.

§. 43.

§. 43. Conſtructionem amnii ſpurii in eius prima indicatione fere iam dixi. Nonnulla ſunt, quae addere oportet. Bullam dixi, quatenus a ſola membrana inferiori producitur. Si vero pro amnio ſpurio completum embryonis receptaculum ſumere velis, quod quidem vere natura conſtituit, et quod ideo quoque conuenientius rei veritati iudico eſſe, ſi ita definiatur; tum vero dicendum eſt, vtramque quidem ad amnium ſpurium conſtituendum membranam areae concurrere, adeo tamen, vt maxima receptaculi pars a membrana inferiori efficiatur, et quaſi operculum tantum eius capſulae a membrana ſuperiori ſuppeditetur. Membrana enim inferior, quando ex areola pellucida et ex area vaſculoſa, quemadmodum in ſuperioribus dicere inſtitui, ad embryonem circumquaque aduenit, et nunc ad limites eius vsque pertigit in parte areae ſuperiori, hos limites non modo tranſcendit, ſed totum quoque ſuper caput continuat. Imo ſi paulo prouectioris aetatis, v. gr. ſeptuaginta et duas horas, vel quatuor dies incubata ſubiecta ſumſeris, totum quoque thoracem ſupergreditur et regionem lumborum attingit, indeque demum flexa reuertitur, vt bullam conſtituat. In parte areae inferiori caudam ſaltim, id eſt oſſis coccygis et ſacri regionem tranſit et regionem fere lumborum hic quoque attingit, vnde ad bullam producendam reflectitur. In lateralibus denique partibus quicquid de abdomine adeſt, limbi ergo, et anguſta vtrinque ad ſpinam dorſalem faſcia car-

Amnii ſpurii conſtructio.

carnea decurrens, ab illa membrana ſuperatur, prius quam ad bullam formandam deſcendit. Inde patet, maximam certe partem amnii ſpurii membranae inferiori deberi; ſuperiorem membranam aperturam tantum, quae quaſi relinquitur in ſacco, ab inferiori formando, claudere et complere; denique partem embryonis, quae a membrana inferiori non tegitur, ſuperiori relinquitur, minimam eſſe; ſolam eam partem ſpinae dorſalis, quae a vertebris lumborum componitur; reliquum totum embryonis corpus a membrana inferiori, et a bulla, quam ea format, complecti.

Eiusdem vaſa propria. (fig. 6. 7.)

§. 44. Vaſis quoque egregiis multisque amnium ſpurium, et propriis ſibi, ornatum eſt, ab iis vaſis, quae per aream vaſculoſam diſtribuuntur, diuerſis. Oriuntur maximam partem a vena adſcendente, praecipue illa, quae vaginae capitis proſpiciunt, quorum numerus quoque maximus eſt. Haec vena, quam primum ex embryone emergit, in ipſa iam fouea, quam in ſubſequentibus dicam, cardiaca, vnde prodit, incipit in latere ſuo dextro, quod margini bullae ventrali reſpondet, venulas emittere denſe coordinatas; in eadem bullae membranula proſerpentes, et directionem ipſius trunci aemulantes. Circa enim inferiorem vaginae capitis partem paulo magis, quam reliqua bulla, inflatam, flexae in ipſa vagina capitis, ductu venae adſcendenti fere parallelo, et vaginae capitis ipſi conformi, adſcen-

adſcendunt. Succeſſiue dum progreditur iſte truncus venoſus, copia emiſſorum ramulorum imminuitur, vt ad limitem bullae ſuper orem dum peruenit, nullos fere ramos porro edat, ſicuti in eius venae deſcriptione annotaui, et maxima venularum copia ex ipſo venae adſcendentis primo fonte prodeat; aliter ac fieri ſolet in aliis exemplis, vbi ramificatio progrediente trunco non imminuitur ſed augetur potius et increſcit continuo ad vltimos fines vsque.

§. 45. Alia eiusmodi vaſcula venoſa, ſed pauciora, quae partibus bullae lateralibus et inuolucro caudae proſpiciunt, ex vena deſcendente, et illa, quae nonnunquam adſcendenti comes additur, ortum ducunt. Illae, quae in partibus lateralibus occurrunt, fere transuerſaliter, paulum tamen diuergentes, eas partes tranſeunt. Inferiores autem inuolucri caudae venulae ductui huius inuolucri conformes deſcendunt.

§. 46. Sed non ortus ſolum harum venularum, ſed directio quoque earundem et modus progreſſus et figura et magnitudo ſingularia habent, quae notatu digna videntur Radiatim fere diſpergantur, ita tamen, vt parum diuergant, et in certa a centro diſtantia fere parallelae procedant. Maximam partem dixi oriri ex venae adſcendentis prima radice, vel in ipſa fouea cardiaca, vel prope tamen eandem. Hic locus ergo centrum quaſi

 refert

refert (fig. *6. x.*). Inde quae primae oriuntur, in latere amnii ſpurii ventrali deſcendunt. Proximae (fig. cit. et 7. *r. r. r.*) hiſce paulatim transuerſaliter progrediuntur. Sequentes oblique iam, tum porro recta aliae et aliae denique oblique retrorſum adſcendere incipiunt (fig. *6. b.* fig. 7. *b.*). Vltimae tandem transuerſales in latus amnii dorſale excurrunt. Quae autem ex vena deſcendente oriuntur ſecundum quoque huius venae ductum, oblique quidem et diuergendo exteriores, mediae vero et quae proximae illi trunco ſunt, recta, deſcendunt.

§. 47. Progreſſus et ductus ſerpentinus eſt. Non magnas quidem flexiones efficiunt, ſed leniter flexae per ſuam membranam repunt. Neque facile ramos edunt, ſed ſimplices plerumque ſine vllo ramo per totum amnium ſpurium decurrunt. Nimirum ipſa haec vaſcula a vena, vti dixi, adſcendente, vel a deſcendente oriuntur, ipſa ergo harum venarum rami ſunt, ſed alios ramos porro non facile emittunt, et vena adſcendens et deſcendens tanquam vaſa potius areae vaſculoſae conſiderari debent, in quam diſperguntur. Propria ergo amnii ſpurii vaſa ſine ramis plerumque ſunt. Hoc tamen notandum eſt, in area pellucida, cui eadem bullae vaſcula proſpiciunt, aliam iis rationem diſtributionis eſſe, dum copioſis anaſtomaſibus inter ſe coniuncta rete potius efficiunt, quod aliorum quoque vaſorum vltimis diſtributionibus familiare eſt. Quatenus

tenus autem in amnio ipſo verſantur, neque rete, neque quod alias fieri ſolet, arcoris imaginem ſua ramificatione exprimunt, ſed vaſa potius ſunt linearia et ſimplicia.

§. 48. Hanc ipſam ob cauſam reſpectu figurae cylindrica ſunt. Notum enim eſt, vaſa in corpore animali generatim eatenus cylindrica eſſe, quatenus ſine emiſſis ramis procedunt, conica autem fieri, dum ramos de ſe emittunt, eoque magis in ſuo lumine decreſcere, quo vel maiores, vel plures ſint rami, qui eduntur. Denique magnitudine vix capilli craſſitiem aequant et aegre nudis oculis diſtinguuntur. Inter vaſa igitur capillaria et microſcopica, quae plures tamen ſimul globulos ſanguinis admittunt, merito referuntur.

§. 49 Haec ſunt, quae de amnio ſpurio, qua facie imprimis die tertio finito, quando maxime perfectum eſt, apparet, in vniuerſum notari merentur. Nonnullae in eodem et ipſo eo tempore res occurrunt, quas eius amnii partes anatomici ſuo more dicerent, fouea cardiaca, (fig. 7. *k.*) raphe amnii ſpurii (*l. n. n.*) eiusque orificium inferius, quae omnibus hactenus dictis longe notabiliores ſunt. Eas autem ad partem ſecundam huius diſſertationis relegabo. In eadem quoque, prius quam ad modum formationis inteſtinorum tranſeo, mutationes, quas a primo initio ad tertium diem finitum vsque, Scholium.

que, et inde rurſum ad plenariam euaneſcentiam vsque ſubit, nec non qua ratione diſpareat, enarrandum erit. Interim propior iam ſum formationi inteſtinorum explicandae, quam lector credere poteſt, et adeo plura iam de hac re dixi. Nam ipſa haec membrana areae inferior, quatenus eleuata bullam conſtituit, quam hactenus deſcripſi, ea membrana eſt, ex qua inteſtina componuntur, quod, qua ratione fieri poſſit, et fiat, vt ſcilicet ex ſimplici membrana canalis formetur, ſuo loco explicabitur. Et in ſpecie quidem foueam cardiacam ventriculi, raphen inteſtini primitiui, et orificium inſerius inteſtini recti primordium eſſe, in parte ſecunda patebit.

DE

DE FORMATIONE INTESTINORVM

Pars II.

Fouea cardiaca; Sutura amnii ſpurii; Foueola inferior; horum phaenomenorum ortus, incrementum, decrementum.

§. 50.

Amnii ſpurii figuram et conſtructionem hactenus deſcripſi, et vaſa, quibus inſtructum eſt. Nunc aliae res porro in eodem occurrunt, aeque, et magis, quam priora omnia, digna, quae notentur. Et primo quidem in parte huius bullae fere media, ſub ipſa vagina capitis, quae regio eſt cardiaca, fouea reconditur, quam a regione foueam cardiacam dico. Poteſt quodammodo orificium vocari; nam vena adſcendens in hanc foueam ſe immergit, et ad interiora penetrat. Adeo tamen margo huius foueae circa venam ſe applicat ſuperne, vt nullus praeter venam ipſam ibi aditus pateat; inferne autem latera foueae ipſa ſecum inuicem ſimili modo conglutinata quaſi ſunt, vt nulla apertura relinquatur. Hoc ſaltem die tertio finito et poſtea ita ſe habet; priori autem tempore, die ſecundo, verum orificium apertum eſt, a vena adſcendente non decimam partem repletum, quod acum

Fouea cardiaca. (Fig 7. *k.* Fig. 6. *i.* Fig. 5. *k.*)

acum quoque ſubtiliorem admittit, adeo, vt orificii margo eleuari poſſit.

Eius figura. (Fig. 7. *k*.)

§. 51. Figura haec fouea oualis fere eſt, ſuperne et verſus latus amnii ſpurii ventrale rotunda et latior, deorſum vero ſenſim anguſtior, et denique in ſuturam amnii excurrit. Haec fouea, ſicuti area pellucida et amnium ſpurium figuram affectabant embryonis, ſimiliter ſitui et figurae embryonis, vel amnii ſpurii conformis, eſt. Superior enim et anterior foueae pars, quam latiorem et rotundam eſſe dixi, capiti reſpondet embryonis, vel vaginae capitis; pars inferior anguſta caudam refert, eiusue inuolucrum; margo foueae ſiniſter, qui conuexus eſt, ſimilis eſt lateri bullae dorſali et margo denique dexter inflexus lateri ventrali embryonis et amnii ſpurii reſpondet. Sicuti porro amnium ſpurium et ipſe intus embryo curuatus eſt; ita tota fouea quoque curua exiſtit, et eo magis, quo magis embryo ſenſim curuatur, vt pars illius latior, capiti reſpondens, verſus latus dextrum ſeu ventrale, anguſtior, quae caudam refert, deorſum tertio die reſpiciat, et in lineam rectam verticalem excurrat. Quando cauda embryonis curuari incipit, tum quoque inferior foueae vertex curuatur. Imo die ſecundo, dum ſolum caput embryonis antrorſum deprimitur, reliquus embryo ideo non rectus extenſus eſt, ſed in formam fere litterae S inuerſae flexus exiſtit, atque tum fouea quoque eiusmodi figuram expri-

exprimit. Praeterea vero quod ſola fouea cardiaca reſpectu ſitus et figurae ſimilis eſt embryoni, alia quoque eiusmodi et accuratior quidem ſimilitudo obtinet inter totam amnii ſpurii ſuturam, quae ex fouea cardiaca, ſutura proprie dicta, et inferiori foueola componitur, et totum embryonem, quam, poſtquam has aperturae partes expoſuero, indicabo.

§. 52. Haec certe inter res adeo diuerſas euidentiſſima analogia illis, quae praemiſi, de generatione animalium principiis generalibus contraria eſſe videtur; et ſuadet, non a pluribus, quale adultum corpus animale productum eſſe videbatur, ſed potius ab vno principio omnia pendere. Nihilominus vero in ſubſequentibus patebit, hanc ſimilitudinem nullam identitatam cauſarum demonſtrare, quin potius inteſtinorum formatio, quae per exprimenta patebit, ſententiae illi praemiſſae accurate conſentit.

§. 53. Dum ergo fouea cardiaca amnio ſpurio et embryoni ſimilis eſt, oblonga ideo erit ſecundum hanc normam, et curuata Vertex ſuperior latior et rotundus ideo eſt, et verſus latus ventrale inclinatus; inferior anguſtus recta deorſum tendit et poſtea curuatur ob eandem cauſam. Ex ſimili denique ratione margo ſiniſter, ſiue dorſalis, conuexus, dexter et ventralis concauus eſt.

§. 54. Ora huius foueae non aequaliter vbique eminet, nec aeque ergo fouea vbique profunda eſt. In parte ſuperiori et anteriori foueae, quae pars

Ora foveae. (Fig. 7. *k.*)

pars capiti reſpondet, maxime ora eleuata eſt, et fouea profundior quoque, quam alibi, quocunque tempore. In hoc enim loco proprie introitus datur ad interiora, et vena adſcendens exit, quem ſingularem huius venae ortum in ſuperioribus iam notaui. Ea nempe (fig. *6. q.*) intra embryonem ex ſumma vena caua orta, retrorſum oblique deſcendit, et in eadem directione ad orificium prouenit; in eo vero dum verſatur, curuari incipit arcu anguſto, et hac ratione cito circa hanc oram ſurſum et antrorſum flectitur, vbi tum porro continuat. Aequali fere eminentia ora continuat per totum marginem dorſalem ad finem foueae inferiorem vsque. Latus vero foueae ventrale vix ora cingitur, ſed plana ſuperficies bullae in hoc loco in foueam continuat, eamque ſenſim declinata conſtituit; quod, aeque ac reliqua foueae figura, a ſituatione embryonis dependet. Nam hac foueae conditione efficitur, vt eius oſtium non recta verſus ſpectatorem reſpiciat, vel, quod idem eſt, in plano cum area eodem ſituatum ſed obliquum potius ſit, qualem hoc tempore embryonis quoque et bullae ſitum eſſe, in ſuperioribus dixi. Denique iſta ora, quo vsque continuat, albiore quam reliqua bulla colore gaudet, et ora ideo quaſi diſtinctum limbum circa foueam in dorſali latere conſtituit.

Eiusdem Conſtructio.

§ 55. Quod conſtructionem foueae cardiacae attinet, oriri eam dicere poſſumus ex vagina capitis,

pitis, quae ad hunc locum tanquam ad centrum ſe colligit et intus ad embryonem ſe recipit. Vaſa vaginae ex vena adſcendente in ipſa fouea oriri vidimus (§. 44.). Inde tanquam ex centro radiatim per totam vaginam diſperguntur, et ſecundum tractum horum vaſorum vagina quoque ad idem centrum colligitur foueamque producit.

§ 56. Haec fouea cardiaca, ſeu orificium cardiacum, ventriculi primum rudimentum eſt. Euentus enim id demonſtrat. Bulla ſucceſſiue adeo mutatur, vt eius pars illa, quae foueam conſtituit, in ventriculum abeat. Qua ratione haec transmutatio fiat, id tum facilius intelligi poterit, quando mutationes, quas bulla ad ſui euaneſcentiam vsque patitur, expoſitae erunt. Sed quae partes de ventriculo in hac foueae repraeſentatione exiſtant, quae adhuc deficiant, et qualis in eadem ventriculi conditio hactenus ſit, id quidem adeo iam explicari poteſt, vt euidentiſſimum epigeneſeos argumentum facile inde capiatur; quod tamen ad finem diſſertationis, cum reliquis, ad theoriam ſpectantibus corollariis, fuſius peragam. Cauitas nimirum foueae cauitatem quoque ventriculi refert; proinde illa quoque membranae pars, quae ad foueam conſtituendam contribuit, ad ventriculum pertinet, ipſamque eiusdem membranam et ſubſtantiam exhibet. Praeterea autem notandum eſt, totam foueam non totum ventriculum referre, ſed partem eius tantum, eamque quidem poſteriorem et ſuperiorem, totam

Foueae cardiacae explicatio.

 vero

vero reliquam, eamque maximam, eius partem, quae in auibus anteriorem regionem occupat, et ex duobus tuberibus componitur, ſuperiori fere ſolido muſculari, inferiori ſacco muſculoſo, adhucdum deficere. Denique ventriculus, qui ſub huius foueae forma nunc exiſtit, in anteriori latere apertus eſt. Generatimque ita ſe res habet, quaſi pars poſtrema, eaque exigua, de adulto ventriculo, anteriori maxima parte reſecta, ſupereſſet, quae ergo neceſſario anterius cauitatem ſuam patentem offerret. Eiusmodi de ventriculo partem haec noſtra fouea cardiaca exprimit. Membrana ſeu ſubſtantia ventriculi ad oram foueae, quo vsque ad ventriculum pertinet, non reſecta quidem exiſtit, ſed continuat in vaginam capitis inde in areae pellucidae et vaſculoſae et denique in vitelli membranam interiorem, ſed hae huius membranae partes, quae in vagina capitis, vel in areis, exiſtunt, minime quid conferunt ad conſtituendum aut ſupplendum ventriculum, ſed primordia ſunt partium plane aliarum, quae in adoleſcentiae ſtatu a ventriculo longe remotae ſunt, adeo, vt ex noua materia introducta, per ſimplicem quidem nutritionem, hanc ventriculi portionem, quae hactenus deficit, formari oporteat.

Scholium de epigeneſi.

§. 57. Ex hiſce iam quilibet facile videt, haud ita naturae inſtitutum eſſe, vt corporum naturalium organicorum partes, infinite paruae et inviſibiles, perfectae tamen et completae prius extiterint;

terint; atque a ſummo Creatore Ipſo immediate productae, tandemque per cauſas accidentes euigilatae quaſi, ſeſe euoluere incipiant, expandant, et ad normam denique adulti corporis increſcant. Non ita dico inſtitutum eſſe videri de natura, ſed ita potius, vt formatio corporum organicorum in vniverſum ſolis viribus relicta ſit naturalibus, quae materiae animali aut vegetabili inſint; eiusmodi vero materia, talibus viribus inſtructa immediate a Deo ex nihilo creata ſit. Nam ſi ex paruo inuiſibili ſed integro et completo ventriculo praeexiſtente maiuſculus ſenſim et viſibilis emergeret; integrum quoque, quam primum videretur, et completum, veraque ventriculi adulti ſub forma et ſpecie, illum, quantumuis exiguum, oporteret videri; nunquam vero dimidium, nunquam apertum, nunquam alienis cum partibus coniunctum. Sed haec in corollariis diſſertationis fuſius pertractabo. Caeterum haec ventriculi prima adumbratio, fouea ſcilicet cardiaca, inter prima totius animalis ſtamina referenda eſt. Primo incubationis die hoc orificium, quod eo tempore late patet, vidi, neque, poſtquam ſemel illud noueram, embryonem vidi, in quo idem ipſum non ſimul apparuiſſet. Sed etiam, quod vulgari opinioni et euolutionis quoque hypotheſi iterum contrarium eſt, ſaepius embryonem vidi, vbi orificium hoc cardiacum quidem, ſed nullum certe cor aderat, vt ergo ventriculus omnino corde prior exiſtat.

§. 58.

Suturae conditio. (Fig. 7. *l*)

§. 58. *Suturam* amnii ſpurii, ſeu raphen, dico longitudinalem, quae in media fere ſuperficie bullae tertio die apparet, lineam depreſſam ſiue rimam, quae ex fine foueae cardiacae inferiori, ſenſim anguſtato, continua recta deorſum producitur, et prope inuolucrum caudae terminatur. Rima vere eſt inter vtrasque partes laterales bullae decurrens, easque a ſe inuicem diſtinguens, tertio quidem die finito; nam margines eius, ſicuti de marginibus foveae cardiacae dixi, ſimili modo ſe tangunt et coaluerunt quoque inter ſe, vt ſtilum intromittere, margines ſeparare et rimam dilatare non liceat. Ante hoc tempus vero, die ſecundo, margines non ſolum ſeparati ſunt a ſe inuicem, ſed late quoque diſtant (fig. 6. *m. n*) adeo, vt tota ſuperficies anterior ſpinae dorſalis, quod mirum certe videbitur, nuda, et ſine vllo cuiusuis generis integumento per hanc aperturam appareat. Orificium cardiacum eodem tempore cum ſimiliter patet (fig. 5. *k.*), totus embryo antice apertus eſt, praeter partem eius ſuperiorem, quae ſuper foueam cardiacam ſita eſt. Haec pars ſupracardiaca (fig. 6. *e.*) tum tubum integrum refert, ſuperne clauſum, inferne per ipſum orificium cardiacum apertum. Sed cor, quod regionem ſupra cardiacam tenet tamen extra tubi cauum ad eius ſuperficiem anteriorem collocatum eſt (fig. 6. *f.*), et nudum quidem. Thoracem hoc tempore non adeſſe puto. Tubus enim thorax non eſt; oeſophagus autem eſſe videtur, de qua re ad §. 128. plura

ra dicentur. Pars infracardiaca autem (fig. 6. *l. s.*) dimidium cylindrum cauum fere repraeſentat. Deinde vero ſucceſſiue labia huius cauitatis contrahuntur et coaleſcunt, vnde ſutura haec, cuius nunc denominationis ratio conſtat, ad tertium diem in amnio ſpurio oritur.

§. 59. Figura ergo ſuturae linearis, ſituatio eius longitudinalis eſt et recta. Situm in media fere ſuperficie eſſe dixi. Paulum enim verſus latus dextrum inclinat tertio die. Die ſecundo mediam ſuperficiem tenet; die quarto magis magisque in latus dextrum vertitur. Iſte nimirum ſitus aeque ac ſituatio a ſituatione embryonis pendet. Dum hic verſus dextrum latus reuoluitur, vt in ſiniſtrum decumbat, ſutura ſimul dextrorſum promouetur; idemque dum contrahitur, ſutura ſimul curuatur et breuior redditur. Figura, ſituatio. (Fig. 7. *l.*)

§. 60. Caeterum limbo ornatur ſutura paulo candidiore, qui ex limbo foueae continuatur in foveolam inferiorem vsque. Hic limbus ſuturae proximus eſt et anguſtior et reſpondet limbo foueae cardiacae, ex quo deriuatur. Sed eum alia zona (fig. cit. *o.*) paulo latior cingit, cuius fouea cardiaca expers eſt, et quae vero itidem ad foueam inferiorem vsque continuat. Denique tertiam (*x. x.*) eamque latiſſimam et communem iterum foueae ſuturae et inferiori foueolae, et quartam (*a. c. a.*) extimam aeque communem admittere poſſumus, quarum illa ab Eius limbi. (Fig. 7. *n. n.*)

embryone transparente, haec vero extima a bulla ipſa, quatenus embryone latior et amplior eſt, reſultat, et quae quatuor zonae fere concentricae totam bullam conſtituunt. Super hos limbos vaſa vitellaria ex rima egreſſa tranſeunt. Ea nimirum vtpote tertio die mere venoſa ex vena portarum ortum ſuum ducunt, inde oblique deſcendunt intra amnium ſpurium, et ad ſuturae mediam partem intus perueniunt; ibi transmittuntur; dextra dextrorſum, ſiniſtra ſiniſtroſum, vbi prodeunt, ſuper limbum flectuntur, et deſcripto ſuperius modo aream pellucidam tranſeunt, in vaſculoſam diſtribuuntur.

Conſtructio. §. 61. Vti a vagina capitis fouea cardiaca ſic ſutura a partibus bullae lateralibus oritur, quae partes membranae oblongae dum vtrinque concurrunt ad embryonem deſcendunt, et ſecum inuicem ſimul cohaerent, lineam coaleſcentiae illam ſeu ſuturam conſtituunt, cum a vagina capitis circumquaque ad commune centrum quaſi collecta fouea potius orietur. Sutura ergo nihil aliud eſt, quam coniuncta vtriusque lateris bullae membrana, quae ſecundum longitudinem embryonis in ſuperficie eius anteriori intus ad embryonem ſe recipit. Fouea cardiaca eſt collecta vaginae capitis in regione cardiaca intus ſe recipiens membrana.

Suturae explicatio. §. 62. Sutura haec inteſtinorum primordium refert. Phaenomena, quae in amnio ſpurio diſſecto in membranae huius ſuperficie interiori apparent, de

de quibus in ſubſequentibus agetur, eorumque euentus hoc docent. Notandum vero eſt, canalem inteſtinorum, qui primus integer et perfectus et inteſtini ſimilis apparet adeo, vt pro inteſtinis agnoſcatur, tamen a tractu inteſtinorum in adultis admodum differre. Perilluſtris *Hallerus* ventriculum poſt dies quinque octodecimque horas, inteſtinum rectum, quod reliquo tubo inteſtinali prius perficitur, die quinto fere finito, inteſtina tenuia ſeptimo die finito primum vidit (Form. du Coeur. II. Mem. Sect. IX.). In elementorum autem phyſiologiae Tom. VIII. Vir perill. monet, in nuperis experimentis, (quae breui nunc, vti ex litteris Perill. et humaniſſimi Viri cognoui, in operum minorum tomo II. prodibunt) ſe has partes priori tempore vidiſſe, ventriculum nempe die quarto finito, inteſtina vel eodem tempore vel ſerius. Circa hoc tempus, die quinto plerumque, canalis inteſtinorum primo integer apparet; nam poſt diem tertium quoque et duodecim horas, integrum canalem vidi, ſed ſemel tantum. Iſte vero canalis huiusmodi eſt conditionis. Ex ventriculo qui integer eſt, inteſtinum vnum ſimplex ortum, recta deſcendit et immediate in inteſtinum rectum abit. Iſte canalis rectus deinde ſucceſſiue dum creſcit antrorſum protuberat, arcumque producit magis magisque increſcentem. Illum ergo canalem rectum totum *inteſtinum primitiuum*, partem, ventriculo et inteſtino recto intermediam *inteſtinum medium* dico, idque die quin-

to apparere ſolet, et pro inteſtino facile habetur. Sed prima inteſtini et ventriculi rudimenta, quae non pro his partibus cognoſcuntur ex habitu conſiderato, ſed ex ſucceſſiuis demum mutationibus et euentu phaenomenorum intelliguntur, longe prius apparent. Fouea nempe cardiaca, ventriculi prima adumbratio, die ſtatim primo vna cum embryone, et prius ipſo corde, prodit. Sutura et fouea inferior die ſecundo finito, vel medio tertio die, comparent.

§. 63. Illi nunc ergo inteſtino primitiuo medio ſimplici recta deſcendenti ſutura, quam explicare inſtitui, reſpondet, eiusque proprie adumbrationem refert hac quidem ratione, vt rima inteſtini illius primitiui, recta deſcendentis, cauitatem referat, vti fouea cardiaca ventriculi cauitatem exhibebat. Membranae pars, quae ſuturam conſtituit eſt membrana inteſtini interna villoſa. Inteſtinum ergo, in vniuerſum conſideratum, inteſtinum apertum eſt, cuius nempe partes laterales, quo inteſtinum illud integrum fiat, antrorſum complecti et coaleſcere oportet; atque hoc, quemadmodum in parte tertia dicetur, a natura vere peragitur. Hactenus autem partes hae laterales inteſtini aperti, quas coaleſcere oportet, dilatatae et in bullae partes laterales continuatae, expanſae ſunt.

Scholium de epigeneſi.

§. 64. Hoc modo formationis inteſtinorum rite conſiderato, nullum fere dubium de veritate epige-

epigeneſeos reſtare poſſe exiſtimo. Si enim inteſtinum prius ſimplex membrana eſt, quae deinde complicatur, vt duplex fiat, et ad aliquod a ſutura ſpatium anterius noua ſutura coaleſcit, vt cauitas inter vtramque ſuturam interque laminas membranae duplicatae ſuperſit; ſi haec duplicatae laminae pars longitudinalis quae aliquod temporis ſpatium plana prius apparet, denique intumeſcit in cylindricam formam, et tum quidem inteſtini primitiui ſimilis euadit; hoc inteſtinum euidenter formatum eſſe, non vero dudum latuiſſe integrum et completum, et nunc demum apparuiſſe, ego quidem pro certo habeo.

§. 65. Denique in parte bullae inferiori, proxime ſuper inuolucrum caudae, foueola reperitur, foueae cardiacae fere ſimilis, quae ſub vaginam capitis reconditur, et quae vti principium eſt ſuturae illa foueola inferior eius finem conſtituit. Huic eadem, quae foueae cardiacae et ſuturae, natura eſt. Die III. finito ſimplex fouea eſt, cuius latera in fundo contingunt et cohaerent, nullumque ſtylum transmittant; licet fouea ſatis profunda et ora eleuata ſit, adeo, vt fundus eius videri nequeat; quod tamen magis ſitui obliquo foueae, quam profunditati adſcribendum eſt. Die vero II, etiam finito; amplam cauitatem foueola refert, et continuam cum larga illa foſſa, quae in ſuturam abit, adeo, vt tanquam huius finis conſiderari poſſit (fig. 5. *v*.) Sicuti eo tempore in rimae patentis, fun- *Foueola inferior. Eius conditio tertio die abſoluto. (Fig. 7. m.)*

do ſpinam dorſalem nudam apparere dixi, ita in foucola inferiori, aeque patente hoc tempore ſimili modo apparet extremitas ſpinae dorſalis, oſſis ſacri et coccygis primordium (fig. 5. *o.* fig. 6. *v.*), quod breui poſt ſub figura caudae conoideae curuatae in conſpectum venit, huiusque imprimis apicem repraeſentat. Globum hoc primordium refert, nonnunquam quoque corpus conoideum, cuius baſis ſuperior, apex inferior eſt. Semper autem haec ſpinae extremitas a cauitate foucolae accurate recipitur.

Quomodo ſecundo die ſe habeant fovea cardiaca, ſutura et foueola inferior. (Fig. 5. *k.* *n.* *v*) (Fig. 6. *m.* *n.* *n.*)

§. 66. Die ergo ſecundo, ſi res, vti ſe habeat, accuratius exprimenda eſt, vna totius bullae continua apertura datur, oblonga, ſatis larga et profunda, cuius finis ſuperior obtuſus rotundus in tubum thoracicum integrum, oeſophagum nempe, continuatus, fouea cardiaca eſt, inferior ſimilis obtuſus rotundus, aeque deorſum oblique aliquantum productus foucolam inferiorem refert. Deinde vero dum ſucceſſiue haec apertura amnii conſtringitur; in tres dictas illas partes, valde diſtinctas, ea diuiditur. Haec conſtrictio in ſuprema ſuturae parte incipit et ſenſim deorſum pergit, ad foueam inferiorem vsque, quae vltima aperta manet, tandemque vero et ipſa conſtringitur. Sicuti ad §. 102-109. vberius enarrabitur, vbi de incremento phaenomenorum ſermo erit.

§. 67.

§. 67. Regionem pubis fere occupat haec ſoveola, ita quidem, vt ſuper eum locum, qui in adulto oſſa pubis tenet, cauitas introrſum deſcendat; et ita ſituata eſt, vt eius ora cum ipſa area pellucida vnum idemque planum efficiat, adeoque in area expanſa in ſitu naturali recta verſus centrum vituli, in area inuerſa verſus obſeruatorem reſpiciat, aliter quam fouea cardiaca, quae ſitum obliquum obtinet. Cuius rei ratio haec eſt, quod embryo parte ſua ſupracardiaca dextrorſum reſpicit, infracardiaca vero pronus adhuc iacet. Situs ſoveolae. (Fig 7. *m.*)

§. 68. Foueola inferior die III. abſoluto figura ſua triangulum aequicrurum repraeſentat, cuius quidem baſis inferior eſt et linea exprimitur curua extus verſa. Crura introrſum curuata ſunt et in oram rimae ſurſum excurrunt, vti cauitas foueolae in rimam ipſam continuatur. Hinc, licet baſis extrorſum curuata ſit, ob nimiam tamen crurum intro verſionem omnes anguli acutiſſimi ſunt. Sed hanc quidem figuram foueola habet certo tantum temporis articulo, quando maxime perfecta eſt, et ſaepiſſime diuerſa inuenitur, ſi vel paulo poſt, vel paulo ante hoc tempus deprehenditur, dum vel magis iam conſtricta, vel magis adhuc aperta reperitur. Ita in ſubiecto paulum iuniori vidi triangularem rectilineam, cuius ergo area maior erat. Et in alio adhuc paulum iuniori figuram oblongam foueola referebat, cuius crura, ad quar- Figura eiusdem. (Fig. cit.)

quartam partem ſuturae ſurſum ſe extendebant, antequam contingerent. Nimirum dum apertura amnii ſpurii conſtringitur et ſutura formatur, conſtrictio a fouea cardiaca incipit et deorſum pergit. Quo ergo minor aperturae pars clauſa eſt, eo breuior ſutura, eoque longior foueola inferior erit et largior. Sed denique conſtrictio verſus hanc foueolam adeo vsque vrgetur, vt nihil de ea remaneret, niſi baſis linea transuerſalis obſtaret, quae in infima parte latera aperturae a ſe inuicem ſeparata retinet. Inde ea latera in arcus intus verſos mutantur. Hae autem mutationes omnes intra breue temporis ſpatium contingunt, dum frequentiſſime foueola aut nimis aperta, aut nimis iam conſtricta deprehenditur. Accedit ad difficultatem harum obſeruationum augendam, quod oua eiusdem aetatis non aeque perfecta ideo ſint. Denique quod neque omnes embryonis partes aequali iure creſcant ac perficiantur. Saepius inuolucra interioribus partibus, et haec rurſum illis praeferri, ſaepius cor cum hepate prae inteſtinis, et contra haec prae corde magis, quam ſolitum eſt, promoueri obſeruatum eſt mihi.

§. *69.* Haec caeterum, quam deſcripſi, orae propria figura eſt, quae extus in conſpectum venit. Fouea ipſa infundibuli fere formam habet, vt latior ſit in extremo ambitu et in ora, anguſtior in fundo. Fundus retrorſum verſus oſſis coccygis regionem oblique deſcendit.

§. 70.

§. 70. Duplici limbo foueola inferior ornata eſt, ſed non per totum ambitum. Interior, vtrinque ex interiori ſuturae limbo continuatus, crura triangularis foueae conſtituit. Haec crura non in limbum baſeos continuant ſed immergunt ſe ſub illum et vltra eum producuntur, videnturque, dum ſimul verſus oſſis ſacri regionem ſeſe retrahunt, eoque modo viſum fugiunt, ſenſim euaneſcere, antequam ad baſin pertigerint, papillasque ſuis extremitatibus formare planiuſculas rotundas. Hunc limbum exterior cingit, ab exteriori ſuturae limbo deriuatus et communis, qui baſin aeque ac crura ambit, illam quidem immediate, haec mediate. Ad crura anguſtior eſt ad baſin latior. Limbi. (fig. cit.)

§. 71. Vti a vagina capitis fouea cardiaca, et ſutura a partibus bullae lateralibus, ita foueola haec ab inuolucro caudae formatur. Haec enim membranae pars, quae inuolucrum illud conſtituit, pedumque tubercula vna cum cauda inuoluit, tum vtrinque a pedibus concurrendo, tum inferne ab apice caudae adſcendendo, huc ad foueolae locum, quem regionem pubis eſſe dixi, quaſi ad centrum ſe colligit, et collecta introrſum ad embryonem ſe recipit, adeo, vt foueam ſeu orificium tale, cuius figuram et conditionem deſcripſi, in centro remanere ſinat. Foueola ergo nihil aliud eſt, quam membrana inuolucri caudae pedumque, ad regionem oſſis pubis collecta, comprehenſaque introrſum pro- Conſtructio.

 ducta.

ducta. Atque haec ipſa ſimul membrana, ea ratione tractata, verum inteſtini recti primordium eſt, vti vagina capitis ſimili modo intus producta, ventriculum, et ſutura inteſtinum medium conſtituit.

Explicatio. §. 72. Foueola ergo inteſtini recti primordium repraeſentat. Sed vt intelligatur, quo modo eiusmodi fouea, cuius ambitus et ora latior, fundus anguſtior eſt, inteſtinum rectum repraeſentare poſſit, et pro eo agnoſci, primus integri inteſtini recti ſtatus antea deſcribendus eſt. Die ſcilicet quinto, dum inteſtinum primitiuum integrum quidem, ſed breuis et ſimplex rectus canalis exiſtit, inteſtinum rectum eius pars eſt inferior, ſed, aeque ac ventriculus, prae reliquo intermedio tubo valde dilatata, adeo, vt pro ſingulari huius tubi parte, et pro inteſtino recto facile agnoſcatur. Hoc inteſtinum rectum eodem tempore, die quinto, duobus tuberculis in ſuprema ſui parte gaudet, quae caecorum principia ſunt et ſucceſſu temporis valde elongantur. Cum hoc igitur inteſtino, quemadmodum die quinto apparet, foueola noſtra infundibuliformis ſatis iam conuenit, vt ex figura et habitu et praecipue ex connexione cum ſutura, quae in illam continuat, quae inteſtini medii primordium eſt, facile cognoſcatur. Sed phaenomena, quae apparent, bulla diſſecta, veritatem euidenter demonſtrant. Ea autem in tertia diſſertationis parte exponentur.

§. 73.

§. 73. Caeterum ſimili modo, quo fouea cardiaca ventriculum et ſutura inteſtinum medium refert, foucola inferior inteſtinum rectum exhibet. Cauitas foucolae cauitas inteſtini recti ipſius eſt, et membrana, quae illam format, eſt tunica villoſa recti. Tota fouea refert de inteſtino recto partem inferiorem anguſtiorem, anum verſus ſpectantem integram et partis ſuperioris portionem poſteriorem, quae cum portione poſteriori tubi inteſtinalis, quae ſola hactenus adeſt, continuat. Portio ſuperior anterior, eaque maxima, qua mediante cum portione anteriori inteſtini medii vniri deberet, deficit. Et ob huius portionis defectum inteſtinum rectum in parte ſuperiori anterius apertum eſt.

§. 74. Totus nunc canalis inteſtinalis, quo modo primo hoc tempore ſe habeat, patet. Ventriculi et inteſtini recti conditio eadem fere eſt; inteſtinum vero medium paulum differt. Oeſophagus et cardia ventriculi integri exiſtunt; de reliquo autem ventriculo exigua tantum portio, quae nempe ad fundum pertinet, adeſt; portio maxima anterior deficit, et ideo ventriculus apertus eſt. Ex portione, quae adeſt, poſteriori portio inteſtini medii poſterior deriuatur; nam haec itidem ſola exiſtit, at portio eius anterior deeſt, et inteſtinum medium ob hanc rem totum apertum eſt. Inde rurſum continuatur portio poſterior inteſtini recti, cuius iterum portio anterior deficit, et hoc inteſti-

Tota apertura amnii ſpurii qua ratione totum tubum cibarium exhibeat eiusque primordium ſit.

num apertum reddit. Inde denique inteſtini recti pars inferior ſequitur ad vnum producta, quae vt oeſophagus integra eſt.

Scholium de hoc primordio.

§. 75. Singulare hoc mihi phaenomenon eſſe videtur. Haud raro quidem viſa ſunt corpora organica naturalia, quibus partes defuerunt integrae; non aeque, quod ſciam, partes, quibus portiones tantum certae deeſſent. Et omnium minime eiusmodi exempla in animalibus adeo perfectis, quam aues aut quadrupeda ſunt, exſtare mihi videntur. Ita embryones innotuerunt ranarum, gyrini dicti, quibus pedes deſunt, qui deinde ſuccreſcunt, quorum hiſtoriam *Roeſelius* iconibus ſuis adeo egregie expoſuit. *Reaumurius* cancros vidit; quibus chelae, quae caſu deſtructae erant, ſuccreuerunt. Trembleius polypos oſtendit ſimplices, qui ramoſi et compoſiti deinde fiant. In plantis quoque partes ſuo tempore exiſtunt, non integrae; foliorum nempe prima rudimenta, quae in ſola coſta primaria conſiſtunt, cui alae deficiunt. (Theoria generat §. 46. Tab. I. fig. 6. p. a.). Et porro in auibus ſpina dorſalis ſine alis, pedibus, viſceribus, quae deinde ſuccreſcunt, et pedes denique ſub forma tuberculorum, quibus nullum digitorum veſtigium ineſt, cum digiti quoque paulo poſt item tuberculorum ſub ſpecie in conſpectum veniunt, de quibus ad §. 165. 167. in parte III. dicetur. Sed pedes ranarum, et chelae cancrorum, polyporum rami, alae quoque foliorum et pedes et digiti auium ſemper integrae

grae partes ſunt, non merae portiones, adeo indeterminatae, quales in ventriculo et inteſtinis deficere vidimus. Praeterea partem, quae intus caua ſit, et vel tubum, vel receptaculum quoddam in adulto corpore referat, in ſtatu primordiali apertam viſam eſſe, et ſimplicis membranae inſtar expanſam, cui opus ſit, vt latera eius concreſcant, eaque ratione integrum tubum denique efficiant, non memini me legiſſe. Caeterum ſingularem hunc modum, quo inteſtina formantur, confirmare ea, quae ad §§. 9. 10. 11. a priori ex conditione partium corporis animalis de modo formationis earundem generatim concludi potuerunt, facile nunc patet. Interim tamen haud omni analogia deſtitutas eſſe partes corporis animalis, ea phaenomena docent, quae ad §. 51. indicaui quidem, nunc autem, vti promiſi, vberius exponam.

§. 76. Miri quid ſubeſt in ea harum rerum ſimilitudine, quod in eo praecipue conſiſtit, quod partes hae, quarum primordia adeo euidenter quoad figuram et ſitum ſimilia ſibi ſunt, toto tamen coelo reſpectu ſuae naturae a ſe inuicem differunt, immo eiusmodi ſunt indolis, vt plane comparari poſſe inter ſe minime videantur. Res enim, quae hic ſimiles ſibi eſſe deprehenduntur, ſunt: tota ſutura amnii ſpurii, inteſtinum porro primitiuum, deinde primordium cerebri cum medulla ſpinali, denique totius embryonis primordium. Dum ſutura Scholium de mira aliqua inter partes toto coelo diuerſas analogia.

 tota

tota inteſtino primitiuo ſimilis eſt, hoc certe nihil miri habet, ſiquidem hanc relationem explicui et illam huius primordium repraeſentare oſtendi. Fovea cardiaca cauitatem ventriculi anterius aperti repraeſentat, ſutura inteſtini longitudinaliter aperti cauitatem, et foucola inferior inteſtini recti, ſuperne aperti, orificium monſtrat; neceſſe igitur eſt, vt figura et ſitu et ſituatione tota ſutura toti inteſtinorum tubo primitiuo ſimilis ſit. Sed nulla eiusmodi relatio inter cerebrum medullamque ſpinalem et ſuturam amnii vel medullarem illum tractum inter et inteſtinum primitiuum, nota eſt mihi; neque vllo modo hae partes aliquid commune inter ſe habere videntur, et tamen euidentiſſima inter eas partes ſimilitudo reſpectu figurae, ſitus et connexionis intercedit. Quicunque rudimenta embryonum in ouis viginti quatuor vel triginta horarum viderit, vel ex *Malpighii* modo delineationibus nouerit, ſimilitudinem hanc facile ſentiet. In his rudimentis pars ſuperior craſſior oualis, quae caput vocari ſolet, cerebri potiſſimum ſtamina refert. Pars media anguſtior et linearis medullae ſpinalis primordium proprie eſt et inferior pars iterum latior, oualis fere, et in finem acutum terminata, oſſi ſacro et coccygis, imprimis vero medullari ſubſtantiae reſpondet, intra illius ſpeluncam reconditae. Eadem ergo figura et ſitus et partium diſpoſitio in prima hac medullari embryonis delineatione, quam in ſutura amnii ſpurii, nec non in tubo inteſtinali primiti-

mitiuo, regnat ſatis quidem euidenter, quod accuratius cognoſcitur, ſi icones horum phaenomenorum ad amuſſium comparantur. Cerebrum via cum medulla oblongata exacte foueae cardiacae figuram exprimit; media pars anguſta linearis, medulla ſpinalis, ſuturae proprie dictae reſpondet, et ex minutiis quoque, quae in iconibus facilius deprehenduntur, quam verbis deſcribuntur, pro ſimili eius re cognoſcitur. Inferior embryonis pars latior foveolam inferiorem et inteſtini recti primordium refert.

§. 77. Eadem nunc quoque figura et partium diſpoſitio in embryone occurrit tres dies incubato, vbi non merum cerebrum cum ſpina dorſali ſed ipſius trunci, capitis et extremitatum primordia exiſtunt. Ergo et hoc totius animalis primordium figuram iterum illis ſimilem refert. Generatim ea ſaepius deſcripta figura, quae in parte ſuprema latior et rotunda, inde ſenſim deorſum anguſtior, in parte media tenuis ſit et fere linearis, et inferne iterum lateſcat, tandemque infinem acutum excurrat, ea figura in omnibus, quae primis quatuor vel quinque diebus apparent, phaenomenis vel partibus, ſiue ad embryonem ſiue ad inuolucra pertinentibus, ſemper eadem recognoſcitur. Obtinet in primo medullari ſyſtemate, quod dixi. Conſpicitur eadem in totius corporis primordio. Adeſt rurſum et cognoſcitur in inteſtino primitiuo et conſequenter, in ſutura quoque amnii ſpurii. Eadem autem porro

porro apparet in vniuerſa amnii ſpurii bulla, quem ad modum in ſuperioribus notaui, et denique ipſiſſima haec figura in areola quoque pellucida, primo embryonis habitaculo, iterum ſe offert.

Corollaria huius obſeruationis de natura animalium, eorumque formatione.

§. 78. Haec non imaginaria, ſed veris ſuis fundamentis innixa et mira analogia in partibus, ſua natura adeo diuerſis, maximam phyſiologorum attentionem meretur, qui facile conſentient, latere in ea aliquid altioris indaginis, quod ad generationem animalium, eorumque ad naturam attinet; videri quaſi repetitis vicibus ſecundum vnam eandemque normam, diuerſa, quae vnum deinde animal componerent, ſyſtemata producerentur, quae ideo ſimilia ſibi euaderent, licet ex diuerſis principiis prodirent. Primum enim medullare ſyſtema producitur, quod certam ſpeciem certamue et determinatam ſuam figuram prae ſe fert. Poſt hoc abſolutum maſſa carnea, quam proprie embryonem conſtituere dicimus, ſecundum eandem normam effingitur, quaſi ſecundum animal, quoad externam figuram priori ſimile, ex repetita eadem generationis actione prodiret. Tum tertium ſyſtema ſanguineum in conſpectum venit, quod certe, licet nullam eius mentionem feci, non adeo prioribus diſſimile eſt, quin communis deſcripta ſyſtematum figura facile agnoſcatur. Hoc ſequitur quartum; viae cibariae, quae iterum, vt totum aliquod abſolutum et prioribus ſimile opus referant, ſecundum eandem normam effinguntur.

§. 79

§. 79. Eadem ergo, aut ſimilis ſub aliquo reſpectu actio in generatione animalis aliquoties repetita obtinere videtur; non vna cauſarum et effectuum, nec plures diuerſae, ſeries. Cum autem producta haec ſyſtemata, licet reſpectu externi habitus ſimilia ſint inter ſe, reſpectu tamen naturae ſuae toto coelo a ſe inuicem differant; facile patet, cauſae quoque, quibus hi analogi actus excitantur ſimiliter vt differant inter ſe, neceſſe eſſe. Hinc ergo conditio corporis animalis, non obſtante hac analogia, tamen longe differt a conditione plantarum (§. 9.) et omnino plura, eaque diuerſa, principia concurrunt ad conſtruendum corpus animale, cum in plantis vnum idemque principium ſit, cuius tantummodo actio per aliquam cauſam accedentem modificatur. In plantis, vt breui dicam, vnum principium plures partes producit, ſed hae a cauſa quadam accedente varie modificantur reſpectu figurae, magnitudinis et diſpoſitionis. In animalibus plura et diuerſa principia plura et diuerſa ſyſtemata producunt, quae vero, quomodocunque hoc fiat, ſecundum vnam normam effinguntur.

§. 80. Ex eadem illa partium analogia ſimul reſpectu naturae corporis animalis patet, non ex partibus quibusdam immediate animalia compoſita eſſe, vt vulgo putantur, ſed ex integris partium ſyſtematibus, cuiusmodi ſyſtema medullare, muſculoſum, ſanguineum, inteſtinale, etc. cenſenda ſunt.

 (§ 10.)

(§. 10.) quae res, licet prorſus innota non ſit, (anatomiae enim diuiſio partim huic fundamento innititur); ab illa tamen ſimilitudine et accuratius indicatur, et euidentius demonſtratur. Similitudo enim horum ſyſtematum, quae in adulto corpore nullo modo ſimilia ſibi ſunt, demonſtrat, vnumquodque eorum abſolutum et perfectum opus eſſe, et independens ab altero, nec alterum alterius partem exiſtimari poſſe. Intelligitur quoque, cur in adulto corpore diſſimilia fiant. Nimia enim ſingulorum expanſio et ſecum inuicem confuſio, aliarum partium conſtrictio in minus volumen, aliarum diſtorſio, ſitus hinc neceſſaria mutatio, cuius rei cor, a Perill. *Hallero* expoſitum, exemplum egregium offert; hae omnes dico mutationes efficiunt, vt primitiuus et originarius horum ſyſtematum habitus, qualem in embryone obſeruamus, non recognoſci poſſit.

Scholium de methodo deſcribendi hiſtoriam ouorum.

§. 12. Expoſita totius amnii ſpurii, eorumque, quae in eo occurrunt, notabilium idea, ad mutationes illius tranſeo. Eum enim ordinem praeter conſuetudinem autorum, qui in formam diarii obſeruationes colligere ſolent, in deſcribendis phaenomenis ouorum incubatorum obſeruare inſtitui, vt phaenomena prius, vt ſe habeant certo tempore, cum maxime vigent, et maxime perfecta ſunt, anatomice deſcribam, ſimulque, quid ſint, definiam, deinde eorum ortum et ſuccedentes mutationes repetam, quae illis ad eum terminum vsque,

ſub

ſub quo definita ſunt, contingunt, et denique reliquas ſubiungam mutationes, quas ſubeunt ad eorum euaneſcentiam vsque. Hanc enim methodum vnicam eſſe reperi, qua intelligibili modo phaenomena ouorum deſcribi poſſunt. Generatim circa hiſtoriam oui incubati notandum eſt, eam diuerſam eſſe a ſimplici anatomica deſcriptione et ſimplici factorum enarratione, cuius vtriusque, dum non combinantur, ordo facilis eſt. Illa nonniſi rerum conſtantium ſimplicem delineationem; haec ſimplicem factorum, quo ordine ſucceſſerunt, recenſionem requirit. In ouis autem vtraque commixta occurrunt. Noua ſubiecta deſcribenda et explicanda ſunt, eorundemque, dum non conſtantia ſunt, ſed continuo mutantur, hiſtoria ſimul enarranda eſt. Cui vtrique ſcopo nullo alio modo ſatisfieri poſſe, niſi quod vterque a ſe inuicem probe diſtinguatur, ſeorſim tractetur, et deſcriptio quidem anatomica ſubiectique definitio, eiusdem hiſtoriae praemittatur, cuilibet facile patet.

§. 82. Quum amnium ſpurium bulla ſit, a membrana areae inferiori, circa embryonem, qui ei incumbit, inflata producta; adfirmari poteſt, primo incubationis die, vel viginti quatuor aut ſex horis elapſis, de eo amnio nihil exiſtere. Membrana enim hoc tempore recta expanſa eſt, et vnum idemque planum cum area pellucida conſtituit. Embryo parte ſua infracardiaca huic membranae pla-

Bullae ortus et ſucceſſiuae perfectiones.

Prima eius adumbratio die 1.

nae ineſt, parte vero ſupracardiaca libera ei incumbit. Die ergo ſecundo prima huius membranae inflatio et proinde bullae formatio incipit. Interim, licet de bulla ipſa nihil exiſtere poſſit, tamen aliqua ipſo primo die, et inter prima embryonis phaenomena, bullae adumbratio circa ſpinam dorſalem, primum embryonis rudimentum, apparet. Oblonga ea area eſt, embryonis rudimento conſormis. Eſt autem haec adumbratio nihil aliud, quam membranae pars embryoni proxima, aliqua craſſitie et mollitie, adeoque maiori opacitate, a reliqua membrana, in aream pellucidam extenſa, ſe diſtinguens, quae bullae figuram exprimit. Bullae delineationem et adeo primordium vere eſſe, hanc membranae partem, euentus docuit; et fateor, hoc phaenomenon admodum euolutionis hypotheſi fauere mihi viſum eſſe, cum, quo tempore de vera bulla nihil adeſt, eius tamen figura, eiusque quaſi imago ad locum conuenientem delineata ſpectatur; praecipue, cum et aliarum partium adumbrationes eiusmodi, verae earum exiſtentiae praemiſſas, iam obſeruauerim. Omnibus tamen reputatis, illa phaenomena et explicari poſſunt, et nihil de euolutione probare intelliguntur. Craſſities huius partis membranae, qua bulla mentitur, a copioſiori affluxu humorum ad hanc partem, cui embryo ineſt, pendet; inde hic locus magis nutritur et craſſeſcit. Cumque vera bullae inflatio ab accumulatione liquoris inter vtramque areae membranam prope embryonem pendeat;

deat; nemini porro mirum videbitur, ſi ab eadem cauſa bullae prius membranae incraſſatio efficiatur. Haec ergo bullae imago primo iam die apparet.

§. 83. Deinde die ſecundo ſere medio vera membranae eleuatio in bullae ſpeciem fieri incipit, ſed in ſolo capite, quam bullae partem vaginam capitis dixi. Ea autem vagina et anguſtior eſt circa embryonis caput, quam eſſe ſolet die III. et minus ad ſuperficiem ſuperiorem embryonis producta. Vix enim frontem embryonis tranſit, quin reflectitur in aream pellucidam, cum die tertio ſuper nuchae et thoracis regionem tranſeat, totumque caput cum thorace inuoluat. Dumque membrana reflectitur, ſingularis plica hinc oritur ſemilunaris in ſuperficie ſuperiori, quae ſynciput embryonis tegit. Ita vagina capitis quae die III. finito integer ſaccus eſt, die ſecundo ineunte aut medio dimidium tantum ſaccum vel magnam foueam refert, in qua embryonis pars ſupracardiaca recipitur. Eaque embryonis pars, dum membrana ſuperior areae ab inferiori detrahitur, quod facile et ſponte hoc tempore ſuccedit, nuda, libera, mobilis in conſpectum venit, vt acu ex ſua fouea eleuari poſſit. Succeſſu temporis autem plica illa ſemilunaris ſenſim ſuper caput, collum, thoracem deſcendit, vnde totus fere embryo denique a vagina et reliqua bulla includitur. Plures bullarum in ſuperficie ſuperiori et embryonum delineationes hunc ſucceſſiuum plicae deſcenſum

Prima vaginae capitis inflatio et quomodo in ſuperficie ſuperiori ſenſim perficiatur. Die II. (Fig. 5.)

ſcenſum et vaginae in ea ſuperficie incrementum demonſtrant.

(Fig. 5.) (*b. r.*) §. 84. In inferiori enim ſuperficie vno actu vagina vsque ad foueam cardiacam eleuatur; modo anguſtior eſt et minus inflata quam die tertio finito, (*b.*) dum partes bullae laterales et inuolucrum caudae merae adhuc adumbrationes ſunt hoc tempore quales §. 82. explicui (*r.*).

Partes bullae laterales et inuolucrum caudae eleuantur die II. finito et tertio ineunte. (Fig. 6.)

§. 85. Deinde circa diem ſecundum finitum, aut tertio die ineunte partes quoque laterales et inuolucrum caudae ſucceſſiue eleuantur. Partes laterales quidem in regione cardiaca incipiunt et ſucceſſiue deſcendunt, ſed cum inferiori harum partium portione inuolucrum caudae ſimul eleuatur. Ad vaſa vitellaria vsque inflatas, (fig. 6. *c. c.*) infra ea planas, (fig. cit. *d d.*) figura docet. Totas autem partes laterales inflatas cum inuolucro caudae plano nunquam vidi. Caeterum, vti de vagina capitis monui, inflatio prius leuior eſt et ſucceſſiue increſcit.

Harum partium conditio in ſuperficie ſuperiori.

§. 86. Quemadmodum vero vagina capitis plicam ſemilunarem ſuper ſynciput embryonis producit, ita partes bullae laterales ſimili ratione ſuper limbum abdominis in ſuperficie ſuperiori transgreſſi reflectuntur in aream pellucidam lateraliter, et plicam longitudinalem vtrinque ad embryonem efficiunt, magis rectilineam. Idem denique de inuolucro caudae valet, quod circa extremitatem ſpinae dorſa-

dorſalis furſum voluitur, inde in aream reflectitur, et ſimilem plicam ſemilunarem, ſuperiori oppoſitam, producit.

§. 87. Si igitur ante diem III. finitum membrana areae ſuperior ab inferiore detrahitur, poſt hunc enim diem finitum ſuperior inferiori et amnio proprio embryonis adeo firmiter adhaeret, vt non facile ſeparari poſſit; tum in ſuperficie ſuperiori huiusmodi membranae inferioris conditio eſt. Pars ſpinae dorſalis dimidia inferior nuda apparet cum caput et thorax vaginae capitis, et apex caudae inuolucro ſuo tecta ſint. In infima regione thoracis, foueae cardiacae oppoſita, plica ſemilunaris ſuperior eſt, quae vero die III. vertente ſemicircularis eſt. Haec plica terminus vaginae capitis poſterior eſt, cum anterior eius finis ad foueam cardiacam ponendus ſit; ex ea plica enim membrana inferior recta in aream pellucidam continuat. Vtrinque ad ſpinam dorſalem nudam plicae laterales poſitae ſunt, quae ergo eadem ratione termini partium bullae lateralium poſteriores ſunt, a quibus membrana ad aream pellucidam pertinere incipit, quae hactenus bullam conſtituerat. Finis partium lateralium anterior in ſutura eſt. Denique ad apicem caudae quarta plica eſt inferior, quae terminus poſterior inuolucri caudae, cuius anterior finis in foueola inferiori. Ex his plicis ergo quae ſpatium oblongum intercipiunt, in quo dimidia inferior pars embryonis nuda continetur, bullae membrana in ſuperficie ſuperi- Superficiei ſuperioris accuratior deſcriptio.

peri-

periori areae ſeu embryonis poſteriori incipit, inde circa reliquas eius partes conuoluitur et in ſuperficie inferiori ad foueam cardiacam, ſuturam et foveolam inferiorem finitur. Si termini poſteriores aeque contingerent, ac anteriores in ſutura contingunt, membrana non bullam ſed integram veſicam conſtitueret.

Quomodo inflatio bullae fiat.

§. 88. Ex his qua ratione membrana in bullam eleuetur accuratius perſpicitur. Membrana prius plana ſenſim leuiter eleuatur; tum in ſuperficie ſuperiori plicae nondum formantur, dum in inferiori ſuperficie bulla parum inflata eſt. Deinde inflatio augetur et termini tamen bullae poſteriores fixi permanent. Inde bulla non modo magis eleuatur ſed eius circumferentia vltra terminos poſteriores fixos vrgetur. Hinc plicae oriuntur, et bulla veſicae ſpeciem inducere incipit.

Quomodo figura bullae ſucceſſiue mutetur.

§. 89. Quando vagina capitis primum apparet, nondum diei tertii figuram habet. Anguſtior eſt, circa embryonem coarctata et oblongior. Prius quam vero partes bullae laterales eleuantur, vagina egregie iam inflata eſt et perfectam ſuam figuram induit. Deinde tota bulla quoque prius oblongiori figura gaudet, anguſtior eſt, magis erecta, fere cylindrica (fig. 2.) quae tota figurae determinatio ex figura et ſitu embryonis hoc tempore intelligitur. Iſte enim ſub initium tertii diei minus curuatus eſt. Inde etiam bulla minus ad regionem cardiacam infl-

flecti-

flectitur, quam die tertio. Denique alarum et pedum tubercula adhuc deficiunt, quibus ad ea loca die tertio finito bulla dilatatur, vnde latitudine vbique fere aequalis et cylindrica igitur priori tempore efficitur.

§. 90. Ad productionem foueae cardiacae, ſuturae et foueolae inferioris duplex momentum requiritur. Primo apertura amnii ſpurii effingitur, et perficitur, (Fig. 6.) deinde ea apertura conſtringitur; (Fig. 7.) eiusque veſtigium in bulla relictum foueam cardiacam, ſuturam et foueolam inferiorem conſtituit. Et potuiſſent vtique haud inepte duo diuerſa phaenomena duoque ſubiecta in hac mutationum ſerie diſtingui et conſtitui; apertura nempe amnii, certo tempore egregia et ſatis ſingulari ſub ſpecie apparens, adeoque a ſutura diuerſa, vt nemo illam pro hac agnoſceret, niſi illius tranſitum in hanc vidiſſet; deinde ſutura, quae ex illa euadit. Verum neque vitium eſſe crediderim, ſi apertura et ſutura tanquam vna res conſiderantur variabilis. Interim in deſcribenda hiſtoria ſuturae ad eam rem attendendum erit, et prius videndum, quomodo apertura oriatur, deinde, quomodo ſucceſſiue in ſuturam conſtringatur.

De ſutura, quomodo ſucceſſiue oriatur, generatim

§. 91. Apertura amnii non in amnio iam facto producitur aliqua ratione, ſed amnium dum fit, in media eius parte defectus relinquitur, qui ipſe illius apertura eſt; proinde vna cum amnio for-

Quomodo apertura amnii ſpurii oriatur, generatim (Fig. 5. *k. p. v.*)

formatur. Amnium nimirum, ſiquidem nihil aliud eſt, quam membranae eleuatio, per eius eleuationem quoque oritur, cum in principio membrana plana fuerit. Iam iſta eleuatio fit vtrinque longitudinaliter ad ſpinam dorſalem infracardiacam, et in tota embryonis parte ſupracardiaca et in apice caudae. In ipſa ſpinae dorſalis facie anteriori nulla fit. Fouea ergo oritur in hoc loco ſeu impreſſio, (*p.*) eo profundior, quo magis vtrinque membrana eleuatur, et longitudinalis, ſecundum ductum ſpinae dorſalis, ex qua ſola nulla membrana eleuatur, et lata aeque ac ſpina dorſalis lata eſt.

§. 92. Et accuratior huius aperturae determinatio et quomodo aliquam notabilem cauitatem obtineat, ex eodem fundamento intelligitur. Nimirum ſicuti (§. 88.) dum vagina capitis et reliqua bulla inflatur eius ambitus vltra membranae terminum poſteriorem vrgetur, ita in hoc quoque anteriori termino membrana vtrinque ad latus ſpinae firmiter adhaeret neque, quantumuis bulla infletur, ſoluitur. Hinc fit, vt partes bullae laterales valde eleuari et vltra lineam adhaeſionis introrſum vrgeri poſſint, vnde cauitas oritur, quae in fundo latior, in ipſo orificio anguſtior ſit.

(Fig. 5. *p.*) §. 93. Tamen haud ſoli bullae eleuationi illa excauatio debetur, ſed quoad aliquam partem iam formatur, priusquam membrana eleuatur. Illa enim prima bullae adumbratio (§. 82.) quae in maiori mem-

membranae craſſitie vtrinque ad ſpinam dorſalem conſiſtit, efficit, vt, cum ſpinae ſuperficies ipſa depreſſior ſit, et maneat, in ea fouea, licet leuior, oriatur.

Hiſtoria aperturae. Primo die eſt leuis impreſſio longitudinalis.

§. 94. Eiusmodi ergo ſpinae dorſalis leuior depreſſio partiumque lateralium eleuatio, a mera membranae incraſſatione facta, vna cum adumbratione bullae ipſius primo iam die apparet, et ſimili ergo modo, vti in bulla producenda factum eſſe vidimus, aperturae amnii futurae adumbrationem aliquam vel imaginem exprimit, veraeque illi aperturae praemittit. In ſpecie vero foueam cardiacam, dummodo quaeſiui, nunquam non facile inueni, cum nullum tamen de corde veſtigium aut vmbra adeſſet in eo loco, vbi, ſi exiſtit, exiſtere illud oportet. Itaque prima haec ventriculi adumbratio inter prima embryonis ſtamina apparet, et diſtinctior quidem, quam reliqua amnii ſpurii apertura. Limbus enim, quo die tertio fouea cardiaca ornatur, non modo adeſt, ſed fere craſſior et euidentior, quam illo die apparet, et magis prominet, adeoque foueam, ſeu orificium quale nunc eſt, cardiacum ſatis euidens reddit. Iſte limbus dimidium annulum, ſeu arcum exprimit, cuius crura parallela deorſum ad aliquod ſpatium producuntur. Proinde orificium quoque et antrorſum apertum eſt, et deorſum in oblongam illam foueam continuat, quae aperturae amnii primordium eſt. Porro orificium hoc vna cum limbo in plano horizontali po-

ſitum, cum tertio die fouea oblique ſituata ſit. Embryo enim hoc primo die plane erectus et pronus ſitus eſt, neque quidquam ad latus dextrum verſus. Crura limbi, quae deorſum excurrunt, cito euaneſcunt, et reliqua igitur apertura nullis limbis cingitur, neque foueolae inferioris vllum veſtigium adeſt.

Inde diſtinctior et profundior fit die ſecundo vertente. (Fig. 5. *p.*)

§. 95. In eodem ſtatu fere ad diem ſecundum finitum vsque apertura permanet. Vagina capitis interim eleuatur. Die ſecundo finito vero notabiles mutationes in apertura contingunt. Primo quidem ab incraſſatione membranae ad latera ſpinae dorſalis qua futurae partes laterales bullae exprimuntur (fig. 5. *r.*), apertura diſtinctior paulumque profundior redditur. Deinde cum embryo iam verti incipiat, orificium quoque cardiacum paulatim oblique ponitur (fig. cit. *k.*). Sed ſingularia praeter haec phaenomena hoc tempore accedunt, quae ſeparatim conſiderare oportet.

Et duplici tandem diſtincto limbo cingitur ad diem II. abſolutum. (Fig. 5. *l. l. m. m.*)

§. 96. In ſuperioribus dictum fuit, futuram tertio die duplici limbo ornari, quorum interior ſit membranae, ex anteriori ſpinae dorſalis facie productae, et extrorſum in partes bullae laterales reflexae, margo aut angulus, qui reflexione efficitur. Exterior eſt limbus abdominis, ſuper quem membrana illa, quae pellucida eſt, tranſit. Notandum enim eſt, eo tempore de abdomine nihil exiſtere praeter anguſtam et teneram faſciolam, vtrinque iuxta

iuxta ſpinam dorſalem poſitam, quae antrorſum ſuo limbo terminatur craſſiuſculo. Inde hoc tempore abdomen non modo apertum eſt anterius, ſed haec apertura quoque cum abdomine ipſo aequalem ambitum habet; totumque abdomen nonniſi leuiorem concauitatem refert. Deinde, prout faſcia increſcit, abdomen profundiorem et largiorem cauitatem nanciſcitur. Denique ea ratione in ſaccum mutatur, anterius apertum, vt apertura conſtrictione limbi orificium fit rotundum vmbilicale. Ille ergo eſt, quem limbum abdominis dico, qui aequali fere cum abdomine ipſo ambitu tertio etiam die adhuc gaudet, per membranam bullae transparet, adeo, vt in ipſa bulla exiſtere videatur, qui iuxta ſuturae proprium limbum et exterior quidem poſitus eſt, et ſecundarium limbum conſtituit, quo ſutura exornatur cuiusque figuram in ſuturae deſcriptione accuratius definiui. Hi ergo limbi die ſecundo finito primum diſtincti et ſeparati a ſe inuicem, quaſi fiſſi, apparere incipiunt.

§. 97. Ad hoc enim tempus vsque membranam inferiorem vtrinque iuxta ſpinam dorſalem craſſiorem eſſe dixi, quam in reliqua circumferentia, vnde valiecula vtrinque iuxta ſpinam formaretur, et ſpina ipſa, profundior hinc ſita, aperturae amnii primam imaginem repraeſentaret. Haec craſſior ergo membranae pars zonam refert, primo die inferne latiorem, in media parte anguſtiorem, deinde

Hi limbi quomodo formentur. (Fig. 5.)

 inde

inde vero die ſecundo vertente, vbique aequalem, (fig. 5. *r.*) caeterum ſine diſtinctis in ea apparentibus partibus. Nunc vero primum in ſuperiori eius parte, in qua regione tubercula alarum propullulant, haec zona alba findi incipit, et linea obſcura longitudinali in duas diuidi ſtrias albas longitudinales, parallelas (fig. cit. *l l. m. m.*). Harum exterior (*l.*) limbus abdominalis, interior (*m.*) limbus proprius aperturae amnii eſt. Ex interiori ergo membrana inteſtinalis, ſeu bullae, exoritur, continuoque reflexa extrorſum, ſuper transparentem limbum exteriorem tranſit in areamque pellucidam expanditur. Atque ſub hac membrana expanſa propter que pelluciditatem ſuam non viſa, illa limbi abdominis ab ipſa membrana ſeparatio peragitur. Nunc ſucceſſu temporis haec membrana, quae huc vsque ſeparata quidem a limbo, ſed contigua eidem applicata adhuc eſt, accumulatione fluidi exhalati ſenſim eleuatur a limbo abdominis, vt diſtet aliquantum, et in perfectam bullam abeat. Separatam enim vere iam fuiſſe hanc membranam a ſubiecto limbo abdominis, experimento cognoui, dum membranulam a limbo eleuaui, eumque tum nudum, glabrum, integerrimum detexi.

§. 98. Ergo ad bullae formationem videmus nihil aliud requiri, quam vt membrana vel a limbo abdominis ſeparetur, et deinde accumulatione ſuccorum infletur; vel tamen, quod idem fere eſt,

vt

vt limbus abdominis, dum producitur, dumque eminere in ſuperficie membranae ſuperiori incipit, ſtatim a membrana ſeparetur, et potius ſeparatus producatur, illam que liberam, vt eleuari et in flari poſſit relinquat.

§. 99. Deinde haec fiſſura, qua zona illa ſuperius in duas ſtrias albas diuiditur, ſucceſſiue deorſum continuatur, adeo, vt ex ſtriis limbi oriantur diſtincti totamque aperturam cingentes (fig. 6.). Valde tamen ſuſpicor, limbos, licet hactenus confuſi in vnam zonam eſſe videantur, prius iam vere ſeparatos ſed adeo contiguos fuiſſe, vt diſtingui non potuerint, nunc vero ſuccorum accumulatione et interpoſitione remoueri a ſe inuicem, primumque ideo diſtinctos apparere. Hac ergo ratione tres actiones circa bullae formationem diſtinguendae ſunt; formatio limbi abdominalis ad ſuperficiem membranae ſuperiorem (§. 98.) quae maximi momenti eſt; deinde huius limbi a principio membranae quo ex ſpina dorſali oritur, et quod limbum interiorem format, remotio per interpoſitum fluidum, quo zona primo in duas ſtrias diuidi videtur; denique continuatae ex limbo interiori, et exteriori ſuper ductae, membranae remotio a ſubiecto limbo abdominali, quo ſimul haec membrana in bullam eleuatur, quod itidem per ſuccos, liquori amnii ſimiles fieri, multorum exemplorum analogia ſuadet.

§. 100.

Singularis, quae hoc tempore, die III. ineunte, obtinet, aperturae facies deſcripta. (Fig. 6.)

§. 100. Interim ſingularem faciem prae ſe fert amnii apertura, poſtquam hi limbi plane diſtincti et remoti a ſe inuicem ſunt. Limbi, qui prius confuſi erant, et tertio die iterum magis coniunguntur, nunc adeo remoti ſunt a ſe inuicem vt notabile ſpatium inter ſe includant et foſſam quaſi recondant. Itaque tres foſſae nunc (fig. *6. r. p. q.*) quatuor ſtriis eminentibus (*l. m. n. k.*) vel parietibus interceptae exiſtunt, quorum tamen binae exteriores a membrana, licet pellucida et vix viſibili, bullae teguntur, cum media, quae aperturam amnii refert, vere aperta et vacua ſit. Tamen notandum eſt, non in omnibus ſubiectis huius aetatis limbos abdominales adeo ab interioribus limbis remotos eſſe, foſſasque illas exteriores tum aut minores longe aut nullas apparere. Vnde eo magis colligere licet, eorum ſeparationem a copia fluidi interpoſiti maiori aut minori pendere.

Limbi interioris conſtructio. (*n. m.*)

Deinde limbus interior qui hac limborum larga ſeparatione egregie in conſpectum venit, quemque nondum ſatis deſcripſi, ita ſe habet: Conſiſtere eum dixi in angulo, quem membrana areae inferior, ex ſpina dorſali orta, dum extrorſum reflectitur, vt ſuper limbum abdominalem tranſeat, producit. Id nunc ſequenti modo perficitur. Ex marginibus lateralibus ſpinae membrana oritur. Superficies ſpinae anterior leuiter excauata eſt; eandemque cauitatem membrana producta perficit. Dum enim ex lateribus antrorſum producitur arcum deſcribit cuius cauitas introrſum,

ſum, conuexitas extrorſum reſpicit; eo facto, ſub angulo, quem dixi, qui limbum interiorem conſtituit, acuto, illico extrorſum in planitiem reflectitur. Hac ergo ratione a ſpina dorſali et membranae parte, ad angulum vsque productae, dimidius tubus oritur, cuius margines ipſi limbi interiores et cauitas ipſa apertura amnii ſpurii eſt. Haec nunc fiſtula inteſtinalis, vt dici poteſt, (primordium meſenterii), interior eſt, et exteriorem ſibi habet, quam fiſtulam dicas hoc tempore abdominalem, ſimilem tubum dimidium, ex ſpinae dorſali parte poſteriori, ex faſcia quam ſuperius dixi (§. 96.) et limbo abdominali compoſitum. Dicta enim faſcia abdominalis ſimili modo ex lateribus ſpinae dorſalis, ſed ex parte magis poſteriori oritur, inde antrorſum curuatur et limbo ſuo craſſiuſculo terminatur. Hic ergo exterior tubus priorem interiorem complectitur; et tota embryonis pars infracardiaca ex duobus his tubis compoſita eſt. Membrana denique ex limbo interiori ſuper exteriorem reflexa, huic immediate incumbit, et cum pellucida ſit, limbumque exteriorem, ac ſi nulla membrana tegeretur, transparere ſinat; facies oritur, quaſi ex meris illis fiſtulis embryo infracardiacus componeretur, et interior quidem ad angulum ſuum ſeu limbum terminaretur, nullamque in membranam porro continuaretur, exterior autem omnino nudus eſſet. Quam primum vero haec pellucida membrana per ſuccos accumulatos in bullae ſpeciem eleuatur, tum et vterque limbus et mem-

Fiſtula inteſtinalis (*p.*) et abdominalis. (*q. r.*)

brana bullae a ſe inuicem diſcernuntur. Haec ergo conditio eſt amnii ſpurii, eiusque aperturae, ſeu ſuturae futurae, ſecundo die finito, aut tertio ineunte.

Apertura per inflationem bullae perficitur.

§. 101. Deinde vera membranae inſerioris pellucidae eleuatio in bullam fieri incipit. Ea nempe ex limbo interiori continuata et extrorſum ſuper exteriorem expanſa, plana hactenus et limbo exteriori contigua, nunc dum eleuatur, primumque ſponte ſe manifeſtat ſub bullae ſpecie, conuexa ſuper limbum exteriorem tranſit. Quo tempore autem et quo ordine variae bullae partes eleuentur in ſuperioribus iam dictum eſt.

Tandem apertura conſtringi et in ſuturam mutari incipit eodem tempore poſt diem II. finitum (Fig. 6.)

§. 102. Denique vltima eodem quidem tempore manus operi admouetur; apertura hactenus deſcripta per conſtrictionem limborum in ſuturam nunc mutari incipit. Quod quidem ita die ſecundo finito peragitur, vt, dum in partibus inferioribus limbi adhuc ſeparantur, in parte media et ſuperiori bulla iam eleuetur et in ſuprema parte, inprimis in fouea cardiaca conſtrictio ipſa iam incipiat.

Quo ordine conſtrictio fiat in variis ſuturae partibus generatim. (Fig. 5. 6.)

§. 103. Et haec quidem non in aliqua determinata parte ſimul efficitur, ſed in ſuprema parte, in orificio nempe cardiaco incipit, indeque ſenſim ſenſimque deorſum producitur. Ita fig. 5. orificium cardiacum ſolummodo anguſtatum, nondum vero clauſum; fig. 6. totum hoc orificium clauſum, inde proximam partem anguſtatam quidem, ſed

ſed

ſed adhucdum apertam, inferiorem reliquam late patentem monſtrat. Sic ſenſim conſtrictio pergit vsque in foueolam inferiorem.

§. 104. Singulari autem modo conſtrictio peragitur, imprimis in orificio cardiaco. Non aeque vtriusque lateris limbi ad ſe inuicem appropinquant, ſed magis dextrum latus (*l. n.*) verſus ſiniſtrum promouetur, ſiniſtrumque immotum videtur in ſuo loco conſiſtere. Hinc illa foueae cardiacae clauſae figura reſultat (§. 53) qua linea concretionis hamuli inſtar verſus latus ventrale curuatur, (fig. 7. *k.*) cum alioquin, ſi latera aequali iure ſe combinarent, linea recta potius, vt in ſutura, efficeretur. Porro autem, dum margo dexter verſus ſiniſtrum attrahitur, idem ſimul ſurſum in directionem obliquam et introrſum trahi videtur. Eiusmodi enim loci mutatio in his partibus obſeruatur. Denique non ſolum eo vsque margo aperturae dexter verſus ſuperiorem et ſiniſtram oram promouetur, donec eam tangat, ſed plane ſub eam oram intra foueam retrahitur, ſeque abſcondit. Et viciſſim vagina capitis vna cum contento embryone ſuper hanc lateralem dextram partem foueae deuoluitur; et eadem porro ratione ſiniſtrum quoque totius bullae et contenti embryonis latus dextrorſum vertitur, et ſuper latus dextrum foueae protruditur, licet membranam ſeorſim non trahi dextrorſum dixerim. Hinc tota figura et conditio foueae cardiacae, vt tertio die finito

Conſtrictio illa peculiari modo abſoluitur. (Fig. 6.)

nito ſe habet, (fig. 7.) intelligitur. Marginem foueae ſuperiorem et ſiniſtrum habere oram eminentem vidimus. Dextrum vero latus planum eſſe. Nimirum vagina capitis cum embryone deorſum; ſiniſtrum latus dextrorſum ſuper marginem dextrum; hoc vero latus contra ſiniſtrorſum intus retrahitur. Hinc ergo in dextro foueae latere planities neceſſario, vel leuis concauitas adeo et in ſiniſtro latere et margine ſuperiori eminens ora producitur. Comparentur fig. 5. 6. 7.

Singulare huius rei documentum. (Fig. 5. *g.* fig. 6. *w.* fig. 7. *q.*)

§. 105. Hanc actionem, quam effectibus deſcriptis determinaui, vere obtinere, ſola vena adſcendens, eiusque ſitus mutatio demonſtrat. Ea enim primo tempore ex vena terminali collectis radicibus deſcendit iuxta vaginam capitis, ad dextrum eius latus. Dum ad regionem baſeos vaginae peruenit, arcu facto verſus embryonem tendit et in ipſa vaginae baſi vel paulo ſuper eam fere transuerſaliter progreditur vsque ſuper limbum foueae; ibi membranae vaginae ſe immergit et euaneſcit (fig. 5. g.). In embryone prouectiori tota haec membranae pars, quae venam continet, vaginam capitis conſtituit ipſam, et vena in media ſuperficie vaginae deſcendit; certo teſtimonio, membranam ex dextro latere ſiniſtrorſum eſſe promotam. Inde iſta vena arcu facto in ipſum limbum foueae ſuperiorem ſe immergit (fig. 6.). Denique in adultioribus ſubiectis (fig. 7.) vena deſcendendo ſuper limbum foueae tranſit

tranſit et arctiſſimo arcu ſurſum reflectitur rectaque in foueam cardiacam intrat. Hinc patet, membranam, quae venam continet, et vaginam conſtituit, non modo ſiniſtrorſum, ſed ſimul deorſum quoque et ſuper limbum foueae denique introrſum eſſe promotam.

§. 106. In ſummo ergo loco orificium cardiacum primo conſtringi incipit, adeo, vt lateribus conniuentibus formetur angulus acutus, cum prius orificium arcu ſuperius terminaretur (fig. 5.) Succeſſiua partium inferiorum conſtrictione, iſte angulus deorſum ſenſim promouetur, et totum orificium cardiacum denique conſuitur, ſutura hamuliformi, quae ſimul foueam ſua curuatura includit, foueamque nunc, loco orificii, cardiacam refert. Quo ordine in ſpecie orificium cardiacum conſtringatur, et fouea cardiaca inde oriatur. (fig. 6.)

§. 107. Inde conſtrictio ad partes bullae laterales, earumque primum ad loca ſuperiora progreditur, indeque ſenſim ad inferiora pergit. Hic eandem conſtrictionis rationem obtinere, quam de fouea cardiaca dixi, fig. cit. 6. facile euincit. In ea enim videmus, latus bullae dextrum ſiniſtrorſum eſſe promotum vsque ad medullam ſpinalem adeo vt dimidia ſuperficies anterior ſpinae dorſalis et globuli vertebrales in hoc latere tegantur, cum bullae latus ſiniſtrum e loco hactenus non motum ſit. Magis ergo limbus dexter verſus ſiniſtrum adducitur; haud ambo aequali iure ſibi appropinquant. Dum autem membrana huius lateris introrſum trahi- Conſtrictio partium bullae lateralium. Formatio ſuturae. (fig. 6. *l. n.*)

trahitur, aeque ac dictum eſt de vagina capitis, ea limbum ſimul abdominis, ſuper quem tranſit, ad ſuum, quem ipſa format, proprium limbum interiorem adprimit, inde limbi in hoc latere proximi ſibi et quaſi compreſſi apparent, cum in latere ſiniſtro non modo, ſed etiam in parte aperturae inferiori, quo vsque conſtrictio nondum propagata eſt, limbi late a ſe inuicem diſtent. Facile ergo patet ex omnibus his phaenomenis, totam aperturam ſecundum easdem regulas conſtringi, quas in orificio cardiaco obſeruauimus.

Foueolae inferioris formatio. fig. 6. *t. u.*)

§. 108. Sero et vltima foueola tandem inferior oritur. Eam praecipue coniunctio limborum abdominalium inferior, primordium nempe pubis (fig. 6. litt. *t.*) perficit. Iſte enim limbus, dum increſcendo magis magisque adſcendit, foueam retro ſe, quae peluis primordium eſt, profundiorem, et eo ipſo aperturam amnii ſimul breuiorem reddit. Dum autem limbus ille inferior ex coniunctione limborum abdominalium ortus, ita ſucceſſiue adſcendit, tubumque quaſi, fundo anguſtiori, orificio ampliori, primordium peluis producit, limbi proprii bullae, interiores nempe, in hanc foueolam deſcendunt, et per eius oram anteriorem transuerſalem, oſſa pubis referentem, quaſi abſciſſa obſeruatori videntur. Dum nunc porro conſtrictio aperturae et ſutura igitur ad extremitatem inferiorem et ad foueolam vsque propagatur, et foueola tamen ipſa ob latiorem limbum

limbum inferiorem, oſſibus pubis reſpondentem, ſuper quem membrana inuolucri caudae in foueam deſcendit, dilatati manet; ea foueolae facies inde oritur, quam ad diem tertium abſolutum deſcripſi, et figura 7. expreſſi, et generatim tota demum bulla eam formam induit, quam ſub dicta figura delineaui et in ſuperioribus ſub nomine perfectae bullae, ſuturae et foueolae deſcripſi.

§. 109. In hac ſcilicet figura, ſi cum priori comparatur, praeter plenariam totius aperturae conſtrictionem, quam hactenus deſcripſi, et praeter embryonis incrementum, hae praecipue ſunt mutationes, quae contigerunt. Pars ſupracardiaca embryonis vna cum vagina capitis antrorſum valdopere inclinata eſt, vt cum parte infracardiaca angulum rectum includat. Pars infracardiaca erecta et ſutura rectilinea eſt; cum in priori obſeruatione embryo, licet capite antrorſum depreſſus, in regione tamen cardiaca ipſa potius reclinaretur et orae aperturae inde figuram fere litterae *ſ* innerſae obtinerent. Ea igitur reclinatio euanuit, et ſutura inde figuram rectilineam obtinuit, ſuperius in fouea cardiaca hamuli inſtar curuatam. Inde demum quomodo bulla reſultet ad diem III. finitum deſcripta. (fig. 6. 7.)

§. 110. Ad decrementum ergo noſtri phaenomeni veniendum denique eſt, cuius hactenus et ſtatum perfectionis et originem et incrementum vidimus. Adeo enim totum amnium ſpurium et fouea cardiaca et ſutura et inferior foueola ſucceſſiue delen- Decrementum amnii ſpurii.

delentur, vt die iam circiter ſexto vix vllum veſtigium harum rerum ſuperſit. Bulla quidem plane exſtinguitur, ſed fouea cardiaca, ſutura et foueola inferior prius confunduntur in vnum orificium rotundum, in quo nihil de foueis illis aut ſutura diſtinguitur. Tandemque illud orificium in canalem mutatur. Priusquam autem haec contingunt, nonnullae aliae mutationes intercedunt, quas ſecundum ordinem pertractare oportet.

Bulla, vti figura et ſituatione mutetur die IV. ineunte.

§. 111. Et bulla quidem, quae hactenus ad diem III. abſolutum vsque parte tota infracardiaca oblonga et erecta fuit, vagina capitis ſola verſus latus dextrum inflexa; ea nunc die quarto ineunte aut medio incipit inuolucro caudae ſiue extremitate inferiori ſimili modo et verti dextrorſum et ſimul curuari. Hanc enim ſitus mutationem embryo ſubit intus contentus inuolucrumque ſuum ſecum ducens. Et ſimul caput embryonis vna cum ſua vagina magis quam huc vsque factum eſt curuatur. Media vero pars a regione cardiaca vsque ad regionem oſſis ſacri erecta adhucdum tenetur.

Et porro die IV. vertente.

§. 112. Die tandem quarto declinante, aut quinto ineunte haec omnia augentur. Embryo adeo dextrorſum vertitur, vt fere prorſus in ſiniſtrum latus decumbat. Et cauda et caput valdopere curvata ſunt. Ipſum dorſum curuatur et totus embryo conuolutus eſt. Praeterea bulla anguſtior eſt et arctius embryonem complectitur, indeque eius figuram

ram eo magis imitatur, et nunquam magis amnium verum, quam hoc tempore, mentitur, vtpote quae aeque ac illud margine dorſali conuexo et ventrali concauo et inflexo gaudet, et reniformem fere figuram prae ſe fert. Denique bulla hoc tempore, licet minus et pulchra ſit, et ſingularis aſpectu; tamen quo propior eſt plenariae ſuae euaneſcentiae, eo perfectior eſt hoc ſaltim reſpectu, vt completam fere et integram veſicam referat. Membrana enim areae inferior ſuper amnium proprium embryonis fere totum tranſit, indeque ad bullam formandam reflectitur; vnde etiam fit, vt totus fere embryo hoc tempore in integro vitello ſub plano areae deliteſcat.

§. 113. Interim vero dum hae mutationes in figura et ſituatione bullae contingunt, fouea cardiaca et ſutura aeque inſigniter mutantur. Et primo quidem dum embryo et bulla dextrorſum vertuntur, ſutura neceſſario quoque ad hoc latus. promouetur, tandemque in ipſo margine dextro inflexo bullae exiſtit. Sed eodem tempore a continua embryonis et bullae contractione, vnde regio foueolae inferioris regioni cardiacae maxime appropinquat, neceſſe iterum eſt, vt tota ſutura longe breuior reddatur. Atque tantum vere valet haec ſuturae contractio, vt vix quarta ei maneat pars ſuae priſtinae longitudinis. Simulque eadem de cauſa ſutura, quae rectilinea hactenus fuit, ipſa neceſſario curuatur; in

Fouea cardiaca, ſutura et foveola inferior confunduntur in vnam foueam maiorem ad diem IV. finitum.

hoc quidem ſubiecto, quod delineatum adiunxi, minus, in aliis vero, quae delineaui, longe magis, et adeo, vt dimidium fere circulum aequet. Denique limbus dexter in tota ſuperſtite ſutura et in ipſa foueola inferiori euanuit, adeo, vt in dextro hoc latere nulla ora, nulla eleuatio ſuperſit, ſed aequalis et depreſſior potius ſuperficies eius loco appareat. His mutationibus omnibus ſimul ſumtis, miro modo, adeoque mutatur, vt niſi ſucceſſus rerum obſeruatus ſit, difficile intelligeretur, quid novum hoc phaenomenon ſit, aut quomodo ex prioribus ortum. Vna enim loco foueae cardiacae, ſuturae et foueolae inferioris, fouea maior ſubrotunda et plana apparet, quae ora ſiniſtra eminente cincta eſt, in dextro vero latere ora deſtituta planitiem fere refert, ſenſim decliuem. Quae, cum ſoli foueae cardiacae olim fuerit conditio, dubium omnino mouere poſſet, nonne forte haec communis fouea ſit fouea cardiaca ſola? ſutura foueolaque inferiori exſtinctis. Sed tranſitus ſucceſſiuus phaenomenorum et ſola conditio ſubiecti delineati ſatis docent, hanc foueam ex contractione foueae cardiacae, ſuturae et inferioris foueae natam eſſe; nam hae aliquomodo in praeſenti ſubiectio ſaltim ex ſituatione adhuc diſtinguuntur.

Euaneſcentia amnii ſpurii. Amnium verum

§ 114. Denique circa diem quintum finitum, vel ſextum, ſingularis mutatio in ouo contingit, qua non ſolum tota bulla reſoluitur, ſed adeo quoque

que noua rerum omnium facies ſuboritur, vt obſeruator nouum prorſus ſubiectum, quod ignoret, ſe intueri credat, prioribus hactenus notis omnibus annihilatis. Embryo enim, qui hactenus ſub merſus in area dependebat, cuiusque vix quarta pars ſuper eam eminebat, totus nunc in fouea quadam, quam in vitello producit, conſpicitur et nouo inuolucro, amnio nempe proprio indutus eſt, annuloque cingitur pellucido, cuius ſupra mentionem feci. Vt breui dicam, embryonis ſitus, ſituatio, inuolucra, partes eum circumdantes, omnia, mutata ſunt. Ab vnica mutatione haec omnia phaenomena noua pendent. Membrana nimirum areae inferior, ſeu interior vitelli tunica, incipit a ſuperiori membrana ſolui et ſponte ſecedere. Incipit quidem primum die circiter ſexto ineunte prope embryonem ſolui, inde cito quaquauerſum pergit; donec tota illa interior membrana ab exteriori ſoluta ſit, propriumque ſaccum vitellarium conſtituat, qui embryonem cum amnio ſuo vero excludit, cum eo tamen intra exteriorem areae membranam, tanquam commune inuolucrum, continetur. Quodſi nunc conſideremus, qua ratione amnium ſpurium ex membrana areae inferiori conſtructum ſit (§. 43.) facile inde intelligetur, cur iſta ſolutione membranarum amnium ſpurium euaneſcat, quomodo annulus pellucidus oriatur, ſimulque amnium verum, quod hactenus a ſpurio obuolutum fuit, denudetur.

cum embryone emergens. Annulus pellucidus die V. finito.

Horum phaenomenorum explicatio.

§. 115. In deſcriptione enim amnii ſpurii (§. cit.) vidimus, hoc oriri, dum membrana areae inferior, ſuperiori adhaerens, per aream pellucidam continuat ſuperque amnium verum ipſum tranſit quoad maximam partem, indeque demum ſub angulo acutiſſimo reflectitur circa amnium verum, bullam producendo largam. Quodſi nunc haec membrana inferior a ſuperiori ſoluitur et ſecedit; neceſſe ſimul erit, vt ab amnio vero retrahatur. Inde ergo hoc denudabitur, et in area viua per ſuperiorem membranam, qua nunc ſola tegitur, pellucidam, transparebit, integrumque in conſpectum venit. Nunc membrana inferior ne limites quidem amnii veri attingit, quod ante fere totum ſuperauerat, quin potius, aliquod iam ab illis ſpatium, laxata a ſuperiori ſecedit, verumque ſub amnium rugoſa deſcendit. Hoc ergo dum fit, ſpatiolum circa amnium verum oritur, ſola pellucida membrana ſuperiori occupatum. Hoc ergo annulum illum pellucidum refert, de quo in ſuperioribus dixi. Denique facile patet, ea ipſa ſeceſſione membranarum bullam euaneſcere, neceſſe eſſe. Nec non, qua ratione a membrana inferiori, ſecedente a ſuperiori, et ſenſim decliuante fouea rotunda producatur, in qua amnium verum recipiatur ſubrotundum, inflatum, pellucidum, liquore repletum, ſuumque continens embryonem.

Quomodo nunc membra-

§. 116. Si nunc area in ſuperficie inferiori examinatur, loco bullae nihil vides praeter membranam

branam ſimplicem, ſuper embryonem explanatam. Caeterum relaxata nunc et vinculis ſoluta contrahit ſe, variasque ſatis egregias plicas producit circa veſtigium veteris bullae ſuturae. Cum enim plana nunc fere eſt, quae ante circa amnium verum volvebatur, et tamen in loco veteris ſuturae comprehenſa intra embryonem per aperturam amnii veri rotundam recipitur; neceſſe eſt, vt in hoc loco plicas et rugas producat.

na areae inferior ſe habeat poſt diem V. finitura.

§. 117. Fouea autem illa maior, ex veteri ſutura orta, adeo nunc conſtricta eſt, ob ipſam membranae relaxationem, quae ideo facilius vi conſtringenti cedit, vt orificium relictum, vix acum admittat, et microſcopio vix detegatur. Multis enim rugis, multisque plicis et tuberculis, quae a corrugata membrana oriuntur, orificinm hoc inſtructum eſt, quae eo magis impediunt, quin ipſum appareat. Labia et parietes interni collabeſcunt et praeterea orificium materia vitellaria obſtructum eſſe ſolet. Ita ergo de tota fouea cardiaca, ſutura et foveola, quod ſupereſt, veſtigium vnum orificium exiguum et obſtructum quidem eſt. Omnes autem hae mutationes, dum primitiua illa apertura amnii (§. 100.) late patens, in foueam cardiacam, ſuturam et foueolam inferiorem, concreſcebat; hae porro in foueam ſubrotundam planam confundebantur, et haec demum in exiguum illud punctum microſcopicum contrahitur, vni eidemque actioni,

Quae foveae nunc ſit conditio. Vltimum foueae cardiacae et ſuturae foueolaeque veſtigium.

conſtrictioni ſcilicet illi debentur, qua prima apertura claudebatur, et quae continuo huc vsque in has partes vim ſuam exercet.

Vſus amnii ſpurii.

§. 118. Vſum amnii ſpurii quod attinet, eum ſatis perſpicuum eſſe puto. Inuolucrum eſt embryonis temporarium. Quemadmodum areola pellucida primo et fere ſecundo quoque die vnicum embryonis habitaculum fuit; ita a die ſecundo bulla pro immediato et proprio eius receptaculo conſtituitur; dum interim areola pellucida exiſtere quidem, ſed nullum adeo euidentem vſum praeſtare pergit. Tanquam exterius forte receptaculum conſiderari poteſt, in quo bulla contineatur, quae embryonem rurſum comprehendat. Bulla enim quaſi impreſſio et profunda fouea eſt in areolae lamina inferiori, in qua fouea embryo recipitur, qui, quo magis ea fouea expanditur, eo magis in eam deſcendit, et quaſi ſe abſcondit; vnde laminae quoque areolae extra bullam, dum minus quam antea volumine embryonis a ſe inuicem diſtenduntur, collabaſcunt, concreſcunt et efficiunt, vt areola pellucida euaneſcat; cuius rei §. 32. mentionem feci. Tum igitur bulla iterum vnicum embryonis inuolucrum eſſet, niſi eodem tempore, dum areola euaneſcit, tertium intra bullam inuolucrum, amnium verum, oriretur. Sic bulla, quae hactenus interius erat involucrum, nunc exterius eſſe incipit, donec interius amnium verum perfectum ſit; tum aeque, ac prius areola

areola pellucida, illa euaneſcit et amnio vero, in conſpectum nunc venienti, locum cedit.

§. 119. Haec ſunt phaenomena amnii ſpurii externi. Si hoc rite diſſecatur, phaenomena interna apparent, ex quibus de formatione inteſtinorum conſtat. Phaenomena interna igitur proxime explicabo.

Explicatio figurarum.

Fig. 1. Area vaſculoſa (§. 14-21.) Eius ſuperficies ſuperior, ex ouo tres dies incubato.

a. area vaſculoſa *b.* areola pellucida §. 22-34.)

c. embryo, in quo caput, ſpina dorſalis et tubercula, quae alarum et pedum primordia ſunt.

d. Cor. *e.* venae vitellariae laterales *f.* vena deſcendens

g. vena deſcendens. *h.* vena terminalis.

Fig. 2. Eiusdem areae ſuperficies inferior, in eaque bulla, ſiue amnium ſpurium. (§. 36-49.)

a. areae ſuperficies inferior. *b.* areola pellucida.

c. amnium ſpurium, in quo. *c. d.* vagina capitis. *d. i.* pars media per rimam longitudinalem in duas diuiſa partes laterales. *i. b.* inuolucrum caudae.

d. fouea cardiaca (§. 50.) *d. i.* ſutura (§. 58.) *i.* foueola inferior (§. 65) *e.* venae laterales *f.* vena

vena deſcendens. *g.* adſcendens. *h.* terminalis, quae eminentem limbum areae in hac facie producit.

Fig. 3. Areae vaſculoſae viuae ſuperficies ſuperior ex ouo 3 dies 12 hor. inc. Vaſorum diſtributio (§. 17 - 20.).

a. embryo *b.* fouea ab embryone in vitello, cui incumbit, producta. *c.* trunci venarum vitellariarum (§. 17.) *d.* rami eorum inferiores. *e.* rami ſuperiores, maiores. *f.* ramuli medii. *g.* ramorum ſuperiorum diſtributio. *h.* vena adſcendens (§. 18) ex ſuperficie inferiori circa vaginam capitis in ſuperficiem ſuperiorem deſcendens, inde reflexa in venam terminalem adſcendens. *k.* eius ſurculi in quos diuiditur. *i.* vena deſcendens (§. 19.) *l.* vena terminalis (§. 20.).

Praeter haec cor, ſanguine rubens, aorta cum duabus ſuis radicibus, vena caua ante illam, et ab ala dextra tecta, veſiculaque vitellaria apparent.

Fig. 4. Area viua. *a.* ventriculus cordis, cui ſuperius bulbus aortae, poſterius auricula adhaeret. *b.* aorta. *c.* vena caua. *d.* vena adſcendens, vti, ex caua orta, circa vaginam capitis reflexa ſurſum tendit. *e.* deſcendens ex vena caua itidem orta.

Fig.

Fig. 5. Areola pellucida cum embryone in ſuperficie inferiori, microſcopio aucta, ex ouo 54. horarum

a. areola pellucida. *b.* vagina capitis (§. 39. 42. 83.).

c. embryonis pars ſupracardiaca. *d.* ſynciput.

e. cor, valde conſtrictum. *f.* amnii veri primum tentamen.

g. vena adſcendens. *h.* vaginae capitis principium *i.* limbus orificii cardiaci. *k.* orificium cardiacum adhucdum apertum licet arctatum (§. 50. 106). *l. l.* limbi abdominales. *m. m.* limbi interiores inteſtinales (§. 96.) *n.* rudimenta vertebrarum. *o.* extremitas ſpinae dorſalis. *p.* aperturae amnii primordium (§. 95) *q.* medulla ſpinalis. *r.* prima adumbratio partium bullae lateralium, quae hactenus nondum inflatae ſunt (§. 94 - 97.) *s.* vaſorum retiformium non rubrorum veſtigia. *v.* inuolucri caudae et pubis prima adumbratio.

Fig. 6. Pars areae vaſculoſae cum areola pellucida et embryone. Superficies inferior. Ex ouo 48 hor. illo tamen (fig. 5.) ſubiectum longe perfectius.

a. a. Areola pellucida. *b.* vagina capitis. *c. c.* partium bullae lateralium portiones ſuperiores inflatae (§. 85.).

d. d. harum partium portiones inferiores nondum inflatae, (§. 85.) *e.* embryonis pars

 ſupra-

ſupracardiaca. *f.* cor. *g.* occiput. *h.* ſynciput. *i.* limbus foueae cardiacae et fouea haec ipſa, adeo iam clauſa, vt ſola rima eius loco ſuperſit (§. 104. 105. 106.) *k.* limbus abdominalis ſiniſter, eius portio ſuperior, aeque ac inferior eiusdem, circa. *d.* a membrana bullae, ex limbo interiori. *p.* orta, ſed pellucida, tectus (vid. §. 100.) *l.* limbus abdominalis dexter, de quo idem valet, cum interiori conſtrictus intraque orificium cardiacum retractus (§. 104. 105.) *m.* limbus interior inteſtinalis, ex quo membrana bullae oritur (§. 100.) proprie meſenterii, nondum formati, lamina altera.

n *n.* dexter, de quo idem dicendum. *o.* medulla ſpinalis *p.* cauitas fiſtulae inteſtinalis, quae fiſtula poſthaec coniunctis lateribus meſenterium producit, nunc patens aperturam amnii conſtituit (§. 100.) *q. r.* foſſae laterales, interſtitia inter fiſtulam inteſtinalem interiorem et exteriorem abdominalem fiſtulam (§. 100.) primordium cauitatis abdominis. *s. t.* Inuolucri caudae adumbratio. *s.* limborum abdominalium coniunctio, primordium pubis. *t.* coniunctio limborum inteſtinalium primordium inteſtini recti. *v.* Extremitas medullae ſpinalis curuata paulum., *w.* vena adſcendens. *x.* ramuli huius venae copioſi. *y.* vena lateralis dextra. *z.* ſiniſtra,

niſtra, quae licet videatur ex foſſa laterali emergere, tamen vt dextra ex fiſtula inteſtinali oritur.

Fig. 7. Pars areae vaſculoſae, quae embryonem continet, amnio ſpurio inuolutum, ex ouo 60. horarum.

a a. Amnium ſpurium integrum (§. 36 - 49.) *b. a. b.* vagina capitis (§. 39.) *c. c.* partes bullae laterales (§. 41.).

d d. inuolucrum caudae (§. 40.) *e. f. i. g.* embryo per membranam bullae transparens. *f.* occiput embryonis. *g.* tuberculum pedis dextrum. *h.* vropygii primordium, idem quod *o.* fig. 5 et *v.* fig. 6. *i.* tuberculum alae ſiniſtrum. *k.* fouea cardiaca et eius limbus (§. 50 - 57.) *l.* ſutura (§. 58 - 64.) *m.* foueola inferior (§. 65 - 73.) *n n.* limbi ſuturae, iidem, qui *n. m.* fig. 6. et *m. m.* fig. 5. *o.* interſtitium inter limbuma bdominalem et illum inteſtinalem, idem quod *q. r.* fig. 6. *p.* limbus foueolae inferioris. *q.* vena adſcendens. *r. r.* eius ramuli. *s.* vena adſcendenti comes, prope foueam cardiacam emergens duobus ramis, altero adſcendente altero deſcendente. *t.* huius ramuli. *u.* vena deſcendens. *x. x.* limbi abdominales, qui. *k. l.* fig. 6 et *l. l.* fig. 5. *y.* regio pubis, ex coniunctione limborum abdominalium orta, quae. *s.* fig. 6.

OBSERVATIONES
ET DESCRIPTIONES BOTANICAE.

Auctore

SAMVEL GOTTLIEB GMELIN.

Quas nouas plantas ſcio, quas obſcuras nec, vt decet, deſcriptas, quasque demum haud ad amuſſim determinatas, ab interitu vindicare atque ad naturam exhibere animus eſt, vtiliores obſeruationes ſubiungendo. Primum ſpecimen ſequens eſto.

I.
Scandix infeſta.

Tab. VIII. Humanae altitudinis planta, in Aegypto habitans, caulem habet dichotomum, angulatum, ſcabriuſculum, inferius lineis rubicundis notatum.

Folia pinnata, pinnis pinnatis vel inciſis, infra glauca, ſupra tenuiſſime piloſa, vt glaberrima maneant, per aetatem vel flaueſcentia vel rubeſcentia.

Inuolucrum vniuerſale fere nullum, vno tantum vel altero foliolo *lineari* praeſente.

Partiale componitur ex foliolis aliquot numero inaequalibus, linearibus, pedunculorum partialium longitudine vel illis longioribus.

Vmbella

Vmbella vniuerſalis difformis radiis circiter duodecim conſtat. Particularis denſa.

Corolla propria *petalis* quinque inſtruitur albis, cordato-inflexis, extimis duobus maioribus, minoribus intimis, vt in reliquis generis huius ſpeciebus.

Partes genitales, vt in vmbelliferis plurimis.

Pericarpium nullum. *Semina* congeſta, ouata, exterioribus hirſutiſſimis, intimis glabris.

Styli perſiſtentes in faſtigio ſeminum, primum recti, poſtea reflexi. Odor plantae nullus; ſed venenatam tamen proprietatem ipſi eſſe, neruos obtundentem et temulentiam inferentem B. FORSKOEHL, qui hanc plantam primus in Aegypto legit, obſeruaſſe dicitur, vt adeo nouo exemplo conſtet, vmbelliferas omnes ſuſpectas ſemper eſſe, quas ipſas ad aquas creſcentes prae aliis noxias cognouimus.

II.

Bunias Aegyptica.

E ſeminibus, Hafnia acceptis, in horto academico prodiit. Tab. IX.

Adpoſito icone adparet, ad Buniades pertinere, ob conuenientiam *floris* et *ſiliculae*, habitumque reſpondentem.

Sed ſpeciem diſtinguunt *folia* radicalia, quae lyrata ſunt et in petiolum decurrentia, caulinis haſtato-

ſtato - trilobis, dentato - ſubſinuatis, tenerrimis, glaberrimis.

Siliculae rotundae, tetraedrae, muricatae.

Caulis teres, valde ramoſus. *Radix* fibroſa, annua. Magnitudo pedis vnius cum dimidio.

III.

Tab. X. Quod III. SLOANE hiſtory of Iamaic Vol. I. pag. 135. deſcripſit Piper longum arboreum, foliis latiſſimis, non ſat bene delineauit Tab. 88. fig. 1. exemplum enim, quod ex ipſa SLOANI collectione in vaſto ſuo omnibusque Europaeis reliquis nihil cedente herbario academia noſtra adſeruat, ad iconem adiectam compoſitum eſt, ſeque ſequente modo habet.

Caulis ad duos pedes adſcendit, teres eſt, nec multum ramoſus, pedunculos tantum emittens et petiolos.

Folia ouato - oblonga acuminata trineruia, dentata, latitudine inaequalia, ſaepe oppoſita, ſaepe alterna.

Spadices floriferi longiſſimi, incurui, ad foliorum latus oppoſitum excreſcentes.

Plura ſiccata planta non adnotare permittit; ſed ſufficit paucis dignoſcere inde ſpeciem, quae in Celeberrimi von LINNE enumeratione plantarum non exſtat, ſufficitque eam amplo generi, ex autopſia caſtigatam, ſubiici poſſe.

IV.

IV.

In determinatione ſpecierum generis Triumfettae, inque ſynonymis, quae illis adpoſuit, minus diſtincte expreſſiſſe ſe Cel. LINNEVS videtur, vt adeo non inanis opera ſit, adnotare, quae melius obſeruaui, iterum ex autopſia et attenta tabularum inſpectione.

Triumfetta ſpicata.

Agrimonia madraspatana, folio rotundo ſingulari, ſubtus incano, PETIV. *Gazoph. nat. t.* 32. *f.* 10.

Caulis teres, erectus, pedis circiter vnius vel vltra, hiſpidus, ſimplex.

Folia orbiculata, petiolata, inaequaliter ſerrata. Supra ſcabra, infra alba lanugine obducta.

Spicae floriferae ſeſſiles, in principio remotae, ad plantae faſtigium in glomerem congeſtae.

Calyces lanuginoſi.

Triumfetta Bartramia.

Lappula benghalenſis tetraſpermos, ribeſii folio, echinis orbiculatis ad foliorum ortum plurimis ſeſſilibus, *Plukn. alm.* 206. *Phyt.* Tab. 41. f. 5.

Bartramia, LINN. *fl. Zeyl.* 174. (vbi BVRMANNI Synonymon delendum, quod huc non pertinet).

Deſcr.

Deſcr.

Habitus Vrenae.

Caulis teres, erectus ſulcatus, fruticoſus, multoque priore craſſior, ramoſus, ſcaber.

Folia vel vni - vel triloba, lobo medio inſigniore, ſerrata, ſubtus aſpera lanugine adſperſa.

Flores axillares, congeſti, calyculati, lanuginoſi.

Triumfetta rhomboidalis.

Triumfetta floribus calyculatis, foliis rhombeo-ouatis, *Iacq. hiſt.* 147. *t.* 90.

Diſtinctiſſima a priore ſpecies, quamuis LINNEVS cum ea confuderit, ob foliorum figuram et flores, qui vel gemini ſunt, vel in ſegregata capitula congeſti.

Triumfetta Lappula.

Triumfetta foliis baſi emarginatis, LINN. *Sp. pl. I. p.* 632. *Ej. Hort. Cliff.* 210 *Ej. hort. Vpſ.* 145. ROY. *lugd.* 476.

Triumfetta fructu echinato racemoſo, *Plum. gen.* 40.

Agrimonia lappacea inodora, folio ſubrotundo dentato, SLOAN. *hiſt.* 1. *p.* 211. *Cat. Iam. p.* 90. Lappula bermudenſis althaeoides, ſpicata, fructu orbiculari maiore, Plukn. phytogr. Tab. 245. f. 7.

Deſcr.

Deſcr.

Folia omnia triloba et aequaliter ſerrata. Flores inferiores axillares bini vel terni, ſuperiores in ſpicam diſticham congeſti.

Caulis teres, glaber, ſimplex.

Calyx nullus.

Capſulae ſeminales valde echinatae.

Triumfetta ſemitriloba.

Triumfetta floribus calyculatis, foliis ſemitrilobis, *Iacq. hiſt. p.* 147.

Hanc ſpeciem non vidi, ſed ex Auctoritate CL IACQVIN adpono, qui tamen fatetur ipſe, non fuiſſe a ſe ad amuſſim deſcriptam.

Priori analogam dicit, ſexpedalem, fruticoſam, erectam, ramoſam, floribusque calyculatis inſtructam. Refert ad illam BROWNII ſynonymon: Triumfettam villoſam foliis inferioribus angulato-ouatis, ſerrato-dentatis, floribus ternatis; faſciculis geminatis, foliis ſuboppoſitis. Hiſtory of Iamaic. 2. p. 233. Ill. von LINNE cum T. Lappula coniunxit.

Triumfetta laciniata.

Lappago amboynica, RVMPH. *herb. Amb. VI. p.* 59. *t.* 27. *fig.* 2.

Conuenit quidem et haec cum T. Lappula multum, vt et LINNEVS ad eam retulerit, diſtinguitur tamen ſequentibus.

Frutex elatus.

Folia non tribola, ſed euidenter laciniata, rugoſa, ſerrata, inaequalia.

Flores non ſpicati, ſed vel ſimplices, vel in capitula congeſti, ſuperius figuram ſubinde racemoſam adſectantes.

V.

Aſplenium Iamaicenſe, Lonchitidis ſalcatis foliis, ramoſum, pediculis ſplendentibus, nigris, ita a PLVKNETIO in Almageſto, botanico, p. n. denominatum, et ab eodem Phyt. t. 53. f. 1. figura vtcunque laudabili expreſſum, a SLOANEO dein iterum in Iamaica obſeruatum, et ſub nomine Adianthum nigrum maius, non ramoſum, pinnulis et ſurculis rarioribus, craſſis et in trapezii modum figuratis, deſcriptum (hiſtory of Iamaic. T. I. p 94.) aſt neque a BROWNIO, ſedulo ceteroquin obſeruatore, neque a Cl. IACQVIN, qui plantas cryptogamas omnes, minus ſibi tum temporis, vt candide fatetur ipſe, familiares, omiſit, vnde Ill. LINNEO incognitum vel certe obſcurum manſit: hoc, inquam, PLVKNETII Aſplenium tanquam ſingularis Adianthi ſpecies recenſeri, atque ab interitu vindicari meretur. Patebit e deſcriptione, ſecundum plurima ſpecimina a me adornata.

Caulem gerit *triangularem*, nigrum erectum, ſuperne piloſum et ramoſum, ramis pariter hiſpidis, ſed

ſed teretibus, longitudine pedis vnius cum dimidio. Euidens inde fit, male PLVKNETIVM caulem teretem et glabrum delineaſſe.

Frondes bipinnatae, alternae, extrema impari. *Foliola* breuiſſimis pediculis inſidentia, vt fere pro ſeſſilibus habeas, trapeziformia vel rhomboidea, ſerrata, alterna, glabra, tenuia, Adianti criſtati L. foliolis duplo maiora, viridia.

Fructificationes in apicibus frondium reflexis, quem ad modum id in omnibus Adiantis obſeruare eſt.

Haec Adianti ſpecies, quae Americam meridionalem et imprimis Iamaicam pro patria agnoſcit, Adianto criſtato L. multum analoga eſt, ſi ad hanc ſuam ſpeciem SLOANII Adianthum nigrum non ramoſum maius, ſurculis raris, pinnulis denſis, craſſis, minimis, criſtatis et trapezii in modum figuratis (Cat. Iam. p. 4.) recte adlegauit, vt omnino videtur. Differt vero luculenter caule ſuo triangulari et hiſpido. Differt foliolis, profundius et inaequaliter ſerratis, viridibus, tenuibus et longis.

Differt denique habitu, qui laetiorem magis faciem exprimit, cum in *Andiantho criſtato* afri quid et triſtis habere ſolet.

VI.

Oſmundae lunariae duas LINNEVS varietates ſubiicit, quas equidem pro talibus agnoſcere vix au-

 derem,

derem, videoque praeterea, circa omnem illius hiſtoriam correctionem locum habere poſſe. Ergo Osmunda lunaria mihi proprie illa eſt, quae gaudet, ſcapo caulino ſolitario, frondeque pinnata ſolitaria. Deſcripſit eam LINNEVS *in hort. Cliff. p.* 472.

Oſmundam ſolio pinnatifido, pinnis lunulatis. Adpellat eam TOVRNEFORTIVS Osmundam ſoliis lunulatis. Extat in hiſtor. plant. Ioan. BAVHINI T. III. p. 709. ſub nomine Lunariae botrytis.

Deſcribit delineatque illam BREYNIVS, pater, in Cent. plant. I. ic. 93. p. 183. ſub denominatione;

Osmundae racemoſae minoris, quod ſynonymon LINNEVS pro varietate aliqua ſingulari nullo iure recenſet.

Haec Lunaria vbiuis in Europa, et circa Petropolin frequentiſſime creſcens, pinnulas habet integras, aut leuiter aut profundius crenatas, ſemper lunulatas, et varietas illius inuenitur, vbi caulis in duos ramos abit, quorum quilibet folio et racemo onuſtus eſt. Innuit hanc varietatem TOVRNEFORTIVS, vocauitque osmundam foliis lunatis ramoſam. Haec Osmundae ſpecies proprie Auctorum Lunaria eſt. Sed ab eadem diſtinguo ſequentes.

Osmunda Lanceolata.

Tab. XI. Fig. 2. Scapum habet caulinum ſolitarium, vt prior. Radicem habet cum illa eandem, paucis; craſſis breui-

breuibusque fibris conflatam, naſcendique modum communem. Quae ipſam diſtinguunt notae, ſequentes ſunt.

Frons ſimpliciter pinnata, pinnae pinnatifidae, laciniae ſemper *lanceolatae*. Simillima eſt Lunariae racemoſae minori, Matricariae folio, BREYN. Cent. I. p. 184. ic. 94. ſi non eadem. Differre videtur pinnulis anguſtioribus, et plerumque longiuſculis, ſed et interdum ſatis breues ſunt, vt a BREYNIANA vix ſeparari mereatur. E foliolis nequidem vnicum lunulae figura donatum eſt, nec in notabili diſtantia oſmundam vulgarem lunato folio inuenire potui, vt adeo omne dubium cadat, illius varietatem eſſe.

Altitudo plantae palmaris et biuncialis. Sapor acceptus ſubdulcis.

Prouenit in humilioribus et ſiccis locis, firma terra nec turfacea coopertis. Menſe Iunii floret.

Osmunda multifida.

Lunaria racemoſa, multifido folio BREYN. Cent. I. p. 184. ic. 95.

Lunaria minor ramoſa, CLVS. *hiſt. lib. V. p.* 119 botrydites ramoſa, ſileſiaca, BAVH. *hiſt.* 3. 711. Haec a LINNEO *in hort. Cliff.* pro varietate oſmundae lunariae vulgaris perperam habita. Species, quod ſpecificum nomen mereatur, ſequentibus characteribus, ipſi propriis euinco. Tab. XI. Fig. 1

Ttt 3 *Caulem*

Caulem habet pedalem craſſum, e viridi luteſcentem, ad exortum leuiter rubentem, glabrum et rotundum, terminatum racemis, compoſitis e globulis floriferis flaueſcentibus.

Frondes binae decompoſitae, pinnis pinnatiſidis, laciniis orbicularibus, vt eas, recte CLVSIVS pinnarum lunariae minoris foliis ſimiles et longiores craſſiuſculasque pronunciauerit. Laciniae vel integrae ſunt, vel leuiter crenatae.

Sapor plantae ſubdulcis eſt, ſed in gula ardorem relinquit.

VII.

Cum Osmunda Virginiana coniunxit LINNEVS Osmundam aſphodeli radice, PLVM. 136. *t.* 150.

Sed priori, quae in betuletis creſcere amat, magnitudo eſt multo minor, ortus foliorum cum ſcapo communis, euidensque diuiſio pinnarum ad vltimas vsque pinnulas. Adeoque differunt.

VIII.

Duas noui e *Pteris* genere ſpecies, quas in Auctoribus non determinatas inuenio vel certe non ita deſcriptas, vt ſapere inde poſſem. Exſtant in Herbario Ammanniano, quod Academia ſeruat, refertque B. Poſſeſſor accepiſſe ſe illas a STELLERO in Sibiria lectas. Sit ergo prima.

Pteris

Pteris Stelleri.

Radix ſibroſa, debilis. Ex ea palmaris aut ſemipedalis cauliculus prodit, tenuis, ad duas tertias vsque ſpadiceus, et eo vsque nudus, hinc folio auctus, tribus aut quatuor pinnarum paribus compoſito, non ex aduerſo, ſed alternatim diſpoſitarum, impari vna. Duo inferiora parca, remota, tripartita ſuperiora cum pinnula impari ſimpliciſſima. fig. 1. *a.* *Foliola* ouato-lanceolata limbo lateſcente donantur, qui farina ſeminali ad maturitatem properante, paulatim reflectitur, vnde folia in adulta planta linearia adparent. fig. 1. *b.* Tab. XII. Fig. 1

Cum Filicula montana vario folio, TOVRN. multum haec Pteris conuenit.

Pteris argentea.

Radix ſibroſa, cirrhoſa, nigricans. Tab. XII. Fig. 2.

Multi ex eadem radice caules, e ſuſco rubeſcentes, vel egregie rubentes, palmares oriuntur, terminati folio, in tres principes partes diuiſo, quarum ſingulae in quinque vel ſex paria pinnularum, verſus extremum paulatim, decreſcentium, vnaque impare, in ambitu ſubtiliter crenatarum, fere ad mediam coſtam vsque diuiduntur. Inferiores autem tarſi, ex inferiore parte quaſi appendiculati ſiue pari pinnarum deorſum ſpectantium, reliquis breviorum, ſimilium cetera donati ſunt, quam ob rem facies emergit quinquangula.

Color

Color frondium ſature laetiſſimaeque viridis, inferne argenteus.

Limbus pinnularum ſimplici ſerie globulorum luteſcentium conſtat, qui planta maturitati proxima in vnum corpus confluunt, antequam colorem cum nigro commutant. Quam primum planta maturitatem nacta eſt, tarſi in globum contrahuntur.

Facies tota Hemionitidis profunde laciniatae, ad oras puluerulentae. Sed ab eadem differt colore foliorum ſaturatius viridi inferne candido, et ſtatura humiliore.

IX.

Tab. XIII. Liquidambaris aſplenifolii, optime a PLVKNETIO *phyt. t.* 100. *f.* 67. delineati, et ſub nomine: Myrti brabanticae adfinis americana, foliorum laciniis aſplenii modo diuiſis, deſcripti curioſiſſima, pariter ac rariſſima varietas datur, quae ab illis, qui multitudinem ſpecierum amant, pro nouo liquidambaris exemplo proponi poſſet. Prouenit in America ſeptentrionali, et folia habet oblonga, aſpleniformia alternatimque ſinuata; ſed tota piloſiſſima eſt, caulemque gerit adeo hiſpidum, vt ſuperne totus lanuginoſus ſit. Folia deinde, quae latiora paullo et latiora illis ſunt, quae liquidambar aſplenifolium ordinarium gerit, pubeſcunt, vt caulis, pilis minimis marginem eorum circumdantibus;

tibus ; ſuperficies ſuperior glabra eſt , infer'or autem hirta , praeter numeroſos pilos a petiolo excurrentes. Caeterum nullam differentiam inuenio , credidique tamen operae pretium eſſe , varietatem hanc peculiari figura exprimere , ad naturam facta.

DE PROPRIETATIBVS PLANTARVM EX CHARACTERE BOTANICO COGNOSCENDIS.

Auctore

SAMVEL GOTTLIEB GMELIN.

Rem hodie, Academici, propono, non nouam, ſed veſtra tamen attentione dignam, quod de ea diſputetur.

Praemitto botanica, ſequentur, quae inde fluunt, medica.

Longa obſeruationum ſerie perſpectum habemus, tales Creatorem plantis ingeneraſſe notas, vt commode diſtinguantur, quaſi ita voluiſſet imbecillitati ſuccurrere humanae. Quis non ſolo cognoſceret adſpectu Saluiam quamcunque ſibi oblatam? quis non Iuſticias, Commelinas, Trifolia, Lotos, Hedyſara, Ranunculos, Parnaſſiam, Maluas, Gerania, Carduos, Hieracia, Ara, Orchides, Lathyros, Gnaphalia, Lychnides, Delphinia, Veronicas, rel.? Omnes hae plantae habent aliquid ſibi proprium, quod vel imperitus animaduertit, characterem quendam, pro diſtinctione ſufficientem. Et quemadmodum quodcunque plantarum genus primo ſibi inſtruitur ſigno, tamen vicinum vicino ita adnectitur, vt

vt charactere ſuo in illud fundatur, inque ordinibus quam maxime naturalibus difficile proinde ſit, genera ſubalterna, arte, vt puto, facta luculenter dignoſcendi. Loquantur gramina, vmbelliferae, plantae floribus labiatis et perſonatis inſtructae, tetrapetalae regulares, compoſitae, aſperifoliae, leguminoſae, etc. Nonne oſtendunt, genera in genera tranſire, ſpecies in ſpecies? Nonne in iis frequens obſeruandi occaſio datur, ita inuicem genera plantarum naturalia cohaerere vt vna nota characteriſtica in propinquiſſimo incipiat, et in altero dein ita in conſpectum veniat, vt limites agnoſcere cogaris, cum ſequens adfinitatem retineat, aliterque tamen iterum conformatum adpareat, varietate modo in hac, modo in illa plantae parte ſe manifeſtante, prouti de genere in determinato ordine agitur? Nonne euidenter concluditur vniuerſalem celebrandam fore harmoniam vinculumque inter omnes plantas nullo hiatu interruptum, ſi omnes et ſingulae detectae, cognitae et ſecundum ipſam naturam propoſitae eſſent. Cauſſas faciei huius harmonicae cauſſasque differentiae non minus harmonicae rimaturi, non poſſumus non tanquam principalem agnoſcere eam, quae a lege petitur, ſecundum quam propoſuit ſibi natura, corpora organiſata omnia, quatenus viua ſunt, ea ſcilicet, quae in globo terraqueo verſantur, et ex inſito quodam actuoſo principio officia ſua peragunt, ita formandi, vt quodvis eorum de omnibus aliquid habeat, accedente

Vvv 2 ſem-

ſemper charactere proprio, determinatam ſpeciem diſtinguente. Foret ergo primaria cauſſa, placitum Naturae, ordinis adeo exactae et tanta pulchritudine procedentis ſtudioſae, vt perfectius quid excogitari non poſſit. Sed accedit altera, humanarum vtilitatum ergo intenta. Ea ſcilicet, vbi manifeſtis exemplis edocemur, proprietatibus plantarum botanicis reſpondere vires earum medicatas, noxias, alimentares, tinctorias. Cuius rei demonſtrationem haec habebit et proxima diſſertatio, primo nunc exponens, quae ad medicinam ſpectant.

Characteres plantarum ſecundum characterem botanicum examinaturis, id praecipue agendum eſt, vt, ab omni characteribus humanis liberi, eos tantum ſemper ob oculos habeant, qui naturales ſunt, quique conſiſtunt in complexu partium omnium, ad plantas ſpectantium, quod praeterea moneo, ne quis putet, ab vnoquoque ſyſtemate abſtrahi poſſe. Atque hoc primum eſt quam maxime obſeruandum. Alterum erit hoc, vt attendas, quae ſint plantis, ſub determinata familia comprehenſis, proprietates communes, quaeque illae ſint, ad diuerſas diuerſe accedentes. Nouit enim natura, vna ſaepe fidelia duos pluresque dealbare parietes, adeo vt vna quoque et eadem planta pro variis, quas habet, partibus varia virtute donetur, re meis ſpeculationibus plane non contraria, vt e ſequentibus abunde patebit.

A plan-

A plantis, *imperfectis* dictis, incipio, ita vocatis, quod partes in illis deficiant, aliis in plantis obſeruabiles. In ſe perfectae ſunt, quin quod ſumma ſua ſimplicitate perfectiſſimae. Illis hic prouoco plantas, quae a gelatinoſo incipientes byſſo, et facie vix adhuc vegetabili gaudentes, ſenſim ſenſimque perfectiores fiunt, tandem *Lichenibus* terminati, vbi maior iam aliis cum plantis obſeruatur analogia. Byſſos ergo, Tremellas, Vluas, Fucorum ordines omnes cum Conferuis, quarum articulatae a globuliferis haud multum abludunt, volo, quae ſane ſingulae cunctaeque plantae vnum proprie genus naturale conſtituunt, rectiſſime a LINNEO ſuo Algae nomine propoſitum, et ſine iure ab ADANSONO, qui Botanicum ſe omnium naturaliſſimum profitetur, in plura laceratum. Harum plantarum characterem non dabo, fuſius enim id a me factum eſt, in hiſtoria fucorum, ſub prelo iam ſudante; at certus adſeuerare poſſum, omnibus his plantis vim *Saponaceam* ineſſe, deobſtruentem, ad vltima in minimis glandulis vaſa penetrantem, aliis in ſpeciebus plus euidentem, in aliis minus, certo tamen in ſingulis praeſentem. En Exempla! *Lactuca Marina*, quae *Tremellae* ſpecies eſt, podagram leuat. Quid autem hunc morbum conſtituit aliter, quam materies calcarea, ſabuloſo-calcarea, vage oberrans, et aucto ſanguinis circuitu partiali exagitata, ſapone ſoluenda? Nonne explicari inde virtus refrigerans poteſt? Febrem effectum ſcimus, qui tollitur ſublata

 cauſſa.

cauſſa. *Sargaſſo* contra vrinae difficultatem ab Americanis adhibetur. Nonne ea a ſpasmo naſcitur, vel a calculo inducta vel quomodocunque aliter? Quidque propterea materia ſaponacea excogitari poteſt efficacius? Eodem ibidem mulieres ſpartum promouent, ſcimus quidem, pellentia hoc in caſu omnia noxios plerumque euentus habere ſibi pediſſequos. Sed obſtaculo tantum, a rigiditate nato, quid tollere illud eſt ſimplicius medicamine non calido. *Quaercus marina* tot tantisque encomiis in ſcirrhis celebrata, et a magnis Viris, e quibus vnicum Ill. GAVBIVM, membrum Academiae noſtrae honorarium digniſſimum, excitare placet, ſingulari cum fructu ideo in frequentem vſum adhibita, quid iterum demonſtrat aliud, quam quod vi agat ſaponacea, qua donata ad minutiſſima penetrat Vaſa, eademque reſerat obſtructa? Fuci vicini, illi nimirum, qui veſiculas gerunt in apicibus frondium vel ſparſim in ſuperficie diſpoſitas, mucifluas, quin ſimili virtute gaudeant, non habemus, quod dubitemus, partim enim eatenus iam comprobati ſunt, partimque experimentorum tantum defectus in cauſſa eſt, quo minus pulcherrima res perſpecta habeatur. Quibus cum iis perpenſis, quae continuo ſequentur, non dubium amplius ſupererit, vigere in omnibus plantis, primo hoc ordine propoſitis, virtutem reſoluentem, ſaponaceam, adeſſe autem in quibusdam gradu eminentiſſimo, in aliis eminentiore, ſenſim ſenſimque dein obſcuriorem fieri. Ita

nouis

nouis olim detectis ſpeciebus e charactere botanico cognoſcemus quaenam illis virtutes futurae ſint, firmiorque coniectura erit, quam quae aliunde deſumitur. Sed alia momenta proſtant, rem confirmantia. Analyſin chemicam primo adduco. Imperfectae, quas adlegaui, plantae, aquae calidae infuſae, reſoluuntur totae in mucilaginem gelatinoſam, tragacanthae vel alio gummati ſimilem; deſtillatione phlegma aquoſum exhibent, poſt acidulum, vltimo olei empyreumatici tantillum. Superſtites in retorta carbones, leniter calcinati ſalſum cinerem relinquunt, vapore albo exhalante, cum odore ſub operatione aſſurgente, foetido, illi analogo, quem hepar ſulphuris habet, in cinere alcalino non penitus euaneſcente, ſalis cubici mirabilisque veſtigiis luculentibus accedentibus. Ita omnibus his in plantis generaliter, proportione tantum pro diuerſis diverſa. Quid animaduertere elegantius eſt, reſpondere adeo characteri botanico principia, ex hiſce plantis elicita? Principium inflammabile habemus, ſali alcalino iunctum. Inde mucilaginis ratio. Inde foetidus hepatis ſulphuris odor. Habemus ergo blandum in plantis his imperfectis ſaponem. Et vnde ille? Fere mihi perſuadeo, vires plantarum medicamentoſas inſinuari in illas extrinſecus, atque dein ab ipſorum fabrica modificari. Virium medicatarum principia pauca ſunt, et forte tantum vnum et alterum, quod varie modificatum, commixtum praeparatumque tot tantisque effectibus par eſt. Salutares

res in plantis, de quibus ago, partes ab ipſa maris, paludumque aqua, in eas peruenire, atque ab illis vlterius perfici et elaborari eo certius mihi conſtat, quo luculentius ſcimus, oleum cum aqua, alcali ope miſcibilem eſſe, hancque mixtionem et in maris occurrere aqua, et in illa ſtagnantium paludum, Tremellarum Byſſorumque patria. Inde forte ſimilis in alcyoniis quibusdam et praeſertim A. Ficus, Pall. El. n. 209. obſeruata facultas deriuanda eſt. Habent ergo, qui inhabitant littora, plantis ſuis marinis efficacia reſoluentia medicamina, ſapone ſuo agentia, adeoque ſtaſes tantum frigidas, reſoluentia, morbos proinde tollentia, illis in regionibus familiares. Nequei mpedit, ſi determinatae ſpecies determinatas adhuc obtinuerint olim obſeruationibus confirmandas, virtutes alias. Sufficit enim ſapanaceas eſſe omnes, hanc que vim odore quoque et ſapore prodere ſuo.

Altera plantarum imperfectiorum familia naturalis eſt, *Lichenes* complectens, plantas, cum fucis quibusdam adeo analogas, vt vix diſtingui posſint. *Roccella* certe habitu adeo accedit, vt ni locum, quo prouenit ſcires, pro fuco haberes. Atque ſic alii ex illis multi, qui *tubercula* gerunt, *fruticesque* aemulantur. Omnes repunt, omnes ſubſtantia gaudent, quae a calcarea non multum abludit; facies omnium leproſa eſt, fructificationes videntur gerere, iam magis euolutas, partes ſcilicet vtrasque genitales, quarum quaelibet ſua ad procreationem conferat. Habitus in genere adeo ſingularis,

laris, vt ſi ab illa ſimilitudine diſcedas, quaecum fucis Lichenibus intereſt, quem cunque oblatum facillime cognoſcas. Vires Lichenum ſalutares nullis fere experimentis indagatae hactenus ſunt, immo noſtris temporibus certiſſimo vſui venit nullus. Neque, quantum ſcio, obſeruationes chimicae habentur, e quibus ſaperemus plus. Sed videor tamen mihi detegere in iis materiem quandam acrem, ſalino-reſinoſam, fixam, vbi ſal, terra, principiumque phlogiſton ea inter ſe intima commixtione puncta ſunt, vt vis emergat, incidens, ſtimulans, ſed magis calida et irritans, vim fibrarum oſcillatorium adaugens, proficua proinde in omnibus illis pathematibus, vbi lenteſcentes infarctus ſtaſes inducunt, morborum chroniorum inſignium, funeſta ſeminia, in quacunque demum corporis humani parte inueniant locum, hepate praeſertim, vel alibi. Neque haec hypothetica putes. *Lichen pileatus paruus, foliis crenatis*, DILLENII, quae eſt *Marchantia hemiſphaerica*, LINNEI in obſtructionibus hepatis et veſicae vrinariae, in hectica, cutaneisque morbis mire olim commendabatur. *Lichen vulgatus maior, pileatus* et *verrucoſus*, qui eſt *Marchantia conica*, LINNEI, in iisdem, cum *Lichene fontano maiori ſtellato aeque ac vmbellato et cyathophoro*, LINNEI *Marchantia polymorpha*. De Marchantia conica MATTHIOLVS in CAMERARIVM habet: arcere inflammationes, impetigini mederi, regium morbum curare, ad Iecinoroſos adfectus praeferri. Nonne

 haec

haec omnia ex principiis ſupra memoratis? *Lichen pulmonarius* ad tabem conducebat, pectoris et pulmonis vlcera, cruentaque ſputa, ad muliebrium profluuia, dyſenteriam, bilioſosque vomitus. Nonne haec e principio balſamico? Surgat *Islandicus*, atque hic internas obſtructiones ſoluit. *Cocciferus* tuſſim conuulſiuam ſedat; nonne iterum ob vim balſamicam, demulcentem? Iteratis certe obſeruationibus magis conſtabit, plures, quam nunc ſcimus, ſpecies iisdem ſimilibusque morbis ex iisdem principiis pares fore, et analyſis chemica, quam inſtituendam mihi Celeberrimus noſter MODELIVS promiſit, lucem, credo, non recuſabit, minorem; modo ſemper maior minorue adtendatur efficacia, inſimulque perpendatur, quod addendum ſemper eſt, determinatas ſpecies determinatam adhuc facultatem aliam, ex alio accedente principio habere poſſe. Ita *Lichen caninus* tanquam ſpecificum hydrophobiae opponitur, et *Roccellae* tinctoria virtus lippis quoque atque tonſoribus non incognita eſt. Vnde Lichenes reſinam ſuam balſamicam accipiunt? Videtur in illis, qui cortices arborum perreptant, coniectura facilis eſſe. Scimus enim hos poſteriores ſemper ſcatentes fluida reſina, arte ab illis extrahenda. Peruenit ergo ex illis in Lichenes, eorumque vaſis continetur. Memorandumque hoc eſt, annoſiores arbores *Lichenibus* praecipue obſitos eſſe; quaſi reſina maxime accumulata opus eſſet, pro accerſendis ſuſtentandisque *Lichenum* ſpeciebus. Illae, quae repunt ad rupes, atque

ad

ad aquas, vnde ſuam hauriant, pronunciare difficilius eſt. Sed ſufficit habere, donec certiora proſtent. Forte e terra ſugitur. Forte tribuit aliquid limus efficaciore, quod continet, principio. Certi nil noui.

Ad *Muſcos* tertio accedo, naturaliſſimum plantarum ordinem, quae vegetabilia ſunt, omni fere anni tempore ſyluas vmbroſaque prata pulcherrimo ſaturoque virore ſuo exornantia, foliis eorum in denſos faſciculos diſpoſitis, et ſuper terra, ligno lapidibusque latis plagis repentibus. Forma eorum et habitus adeo proprius, vt de muſco oblato, quid ſit, nemo dubitet, adeoque de proprietatibus, quibus donantur, neceſſaria tantum moneo. Auſteri omnes ſunt, h. e. acidum in ſe fouent, terrae junctum, indeque competit ipſis *adſtringendi* facultas. Tales chimico deteguntur partes, talesque guſtu deprehendimus. Inde ſi de veritate tantum conſtet, non amplius diſpicies, vbi muſci conducant. Res enim loquitur ipſa. Sed tenendum, principium auſterum non vigere vbiuis aequaliter, in *Bryis*, *Hypnis* e *Mniis* eſſe prae aliis ſenſibilius, torpeſcere in Polytricho, cuius tamen quaedam ſpecies adhucdum valde auſterae ſunt, herbam *ſelaginum* potenter purgare, cum *pollen* adſtringat, quod non tantum de illa valet, *abietis rubrae* facie, ſed de DILLENIANIS fere omnibus, *Lycopodia* reliqua vim muſcularem maiorem minoremque habere, vnde et *clauatum* fulminans interne in Dyſenteria vſurpatum

patum ſuit. Maior autem et in hoc ordine obſervationibus locus datur, quae euidentiora reddant, obſcura.

Filices quarto adfero, certitudinem inſignem offerentes. Hae ſunt e cryptanthemis illae plantae, quae perfectiores et fabrica magis abſoluta plantis phaenanthemis propius accedunt, euidente ſcilicet radice diſtinctisque foliis gaudentes. Haeque illae ſunt, quae proprietatem roborantem, atque ex hoc fonte diuerſimode proficuas alias a natura obtinuerunt. Hae illae ſunt, quae omnis noxiae expertes dotis, in omnibus illis morbis, vbi aperiendum, incidendum, vaſisque reſeratis tonus excitandus eſt, tam ſingularem hactenus praeſtiterunt vſum. Quis ignorat Adianti, quod *Capillum veneris* adpellant, quis Aſplenii, *Ceterach*, *Trichomanes*, *Rutae murariae*, *Scolopendriae* virtutem tonicam? Quis neſcit proinde efficaciam illorum in morbis frigidis lentisque, oedematoſis, hydropicis, cachexiis, natisque inde hypochondriacis, hyſtericisque? Quis medicorum practicorum eſt, qui non iisdem viſcerum ſoluerit obſtipationes? Qui que non blandam eorum indolem laetus ſecunde praedicauerit? Sed tantum abeſt, vt mox recenſitae e filicibus plantae ſolae ſint, memoratis vſibus adaptatae, vt potius ex illis non vnam ſpeciem eximerem, cui non competeret expoſitae efficaciae aliquid? Quamuis enim per omnes experimenta facta non ſint, ſapor tamen omnium et pericula chymica rem ſatis euincunt. Quotquot enim inda-

indagatae ſunt, gummoſas offerunt partes, cum reſinoſis mixtas, quibus terra pro baſi eſt, e qua magnete martiales atomi adtrahuntur. Inde tonica Virtus primaria debet eſſe, neque euaneſcere vnquam, ſed pro varia partium harum inter ſe mixtione aliae debiliores ſunt, aliae fortiores, cum virtus modo ſimpliciter reſoluens, vel diuretica, modo purgans vt in *Polypodio vulgari*, BAVH. modo et anthelmintica, vt in Polypodio *Filice mare*, ſurgat luculentior, omnes autem ex principio vnico, varie tranſpoſito. Generale id eſt: Filices omnes propter principium martiale roborant, et ob ſales deobſtruunt, characterque botanicus hanc intus latentem facultatem, externe prodit.

Graminum ſemina, plantarum, rurſus adeo caule, foliis, gluma, floribus inter ſe conuenientium, vt ordinem ſiſtant, de quo nemo diſputat, omnia farinacea ſunt, ex partibus nempe mucilaginoſo-oleoſis conflata, vnde nutritiua illorum emolliensque virtus pendet. Nemo a me exiget, vt per exempla eam. *Tritici*, *Hordei*, *Panici*, *Zeae*, *Bromae*, *Feſtucae*, *Milii*, *Auenae*, *Secalis*, *Tripſaci*, *Oryzae*, reliquorumque, quis ignorat alimentarem vim, toties in tantum hominum emolumentum confirmatam? Quis non venerabundus agnoſcit prodigioſa naturae bona in tanta alimentorum neceſſitate tantam eorum ſubminiſtrantis materiem? Quisque non exploratum habet, manu quaſi indigitatum eſſe, quo conferat ſe homo, vt homo maneat. Exceptio-

ptionem, fateor, *Lolium temulentum* facit, vi narcotica in neruos agens, eosque actiuitate priuans, ſed tamen et de eo conſtat impune a pecoribus comedi, nec damnum in illa redundare vllum. *Folia* Graminum ſaponaceae indolis ſunt, et quemadmodum iumentis laeta dant pabula, ita in homine, teneriore compage donato, medicamentorum ſuſtinent vices adhibenturque, vbi ſapone opus eſt. Sciendum vero, eſſe hunc in omnibus blandiſſimum, adeoque et non niſi blanda agere efficacia. *Radix* Graminum fortiores effectus edit, e partibus plus reſinoſis conſtans. Inde Virtus ſaponacea fortior, omnes ſecretiones et excretiones promouens, renalem praecipue, vt et calculos ſubinde ſoluant. Ambroſiaci quoque, aromatici, iucundiſſimo nares vellicantis odore principii graminibus quibusdam ineſt, quod vel ſolum comprobat foenum, vnde leuiora deliquia diſſipata ſunt. Id habet Lolium eminentius.

Iungo ſexto *Graminibus* ob virtutem analogam plantas *Leguminoſas*, in quorum ſeminibus et pericarpiis facultas eadem eſt, quae in ſeminibus Graminum datur. Neque differt niſi maiore quantitate olei, vnde virtus emergit magis nutriens. Sed ob hanc ipſam ea nimium vſurpata moleſtant, flatus inducunt, atque proinde mala ab his naſcentia. Quare *Cerealibus* praerogatiua eſt, quae nutrimento corpori humano magis accommodato, parciore, prouida natura inſtruxit. Sed aliae in *Diadelphiis* partes aliam quoque facultatem nanciſcuntur. Folia eorum,

rum, et cum radice flores principiis plerumque ſcatent ſaponaceo - gummoſis, reſinoſis plus minusue intermixtis, fere, vt in graminibus, ſed aliter modificatis, inde vis eorum abſtergens, reſoluens, diuretica ſimilesque. Hunc quidem in finem iam adhibita ſunt eorum aliqua, ſubſtitui poſſunt e reliquis, aequali efficacia praedita, modo ſciatur, vbi toties in medium adductum: *plus minusue* illud, dominetur. Ob mucilaginis copiam Glycirhizae ſuccus demulcens pectoralisque qualitas cognita eſt.

Lilia ſeptimo ſequantur, cum *Graminibus* per iuncos connexa. Haec omnia e partibus acribus compoſita, ſalinis volatilibus fixisque, gummoſis et reſinoſis, intermixtis terreſtribus, vnde facultas aperitiua prouenit. Euidentiſſimum vero Lilia graduum ſiſtunt exemplum, a commixtione principiorum emergentium. Aliqua Lilia tam blanda et parca ea habent, tamque mirifice inter ſe tranſpoſita, vt vel comedantur, Aſparagorum, Liriorum, Tulipae exemplo. Alia phlogiſto maiorem concedunt locum, indeque odor ſurgit ſtimulans, quibusdam nauſeoſus, vt in Allio, fragrans, acceptus, vt in Narciſſo et Hyacintho. Alia leniter purgant, alia potenter reſoluunt, vt Irides. Alia emeſin cient, vt Scilla, gradibus intermediis adeoque et virtutibus plurimis. Sufficit iterum, normam generalem noſſe, charactere botanico perſpiciendam.

Scitamina, calidiſſimarum regionum incolae, aromatica omnia ſunt, aromate feruidiſſimo, modo in

in radice reſidente, modo in ſeminibus, conflata nimirum ex aethereo oleo, vnde volatilitas eorum oritur, cum partibus terreis et reſinoſis mixto. Hac illae plantae comprehenduntur, quas impetum facientes HIPPOCRATES dixit, et quae igne, quod fouent, ſuo torpentes actuoſi principii motus vellicant, excitant, et in actum deducunt, ſiue vaporibus penetrantiſſimis, naribus excipiendis, ſiue ore ingeſtis. At caute cum iis agendum eſt, ne gladius fiant in manibus furioſi. Sub torrida zona hae plantae creſcunt, adeoque hominibus data, illi adſuetis. Sin ergo a regionum frigidarum temperatarumque incolis in vſum trahuntur, trahi vero debere, nemo probabit, ſua enim his et meliora ſunt aromata, parciſſima doſi opus eſt, ne agant nimium.

Vmbelliferae plantae omnes, calidae ſunt, ſudoriferae, e partibus conflatae oleoſis, quibus ſalinae, gummoſae et reſinoſae interm iſcentur. Aromatica hinc ipſis competit proprietas, non tantum in primas vias agens, ſed humores ſoluens. Inde carminatiuae ſunt, alexipharmacae, febrifugae. Inde emmenagogae, diaphoreticae, diureticae. Inde venenatiſſimae inter eas dantur. Venena enim ſunt, niſi medicamenta nimia. Tenendumque hoc eſt, vmbelliferas, ad aquas creſcentes, prae ceteris plerumque ſuſpectas eſſe, quaſi effluuia illius vim augerent.

Com-

Compoſitae plantae ſalutares omnes ſunt, et ex principio, quod continent, ſaponaceo, amaro proprietatem reſoluentem aperientemque obtinent. Hae plantae, vt numeroſiſſimas ſpecies ſiſtunt, ita inſignem medicaminum farraginem ſuppeditant, quae tot tantisque probata vicibus exoptatum ſemper praeſtiterunt effectum. Compoſitae vegetabilia offerunt, quae gliſcentem ſub cinere tabis ignem ſuffocant, obſtructiones ſoluunt, ſolutamque materiem peccantem vel ſubigunt et adſimilant, vel ad organa ſecretoria ablegant. Nolo ad exempla prouocare, quae non loquentur, ſed clamabunt; medicos autem prouoco, vt, occaſione data, Hieracia, Crepides, Sonchos, Leucanthema, Chryſanthema, Obeliſcothecas, Doronica, Conyzas cet. legitimis experimentis proſequantur; deprehendent enim in illis, Taraxaci, Bellidis, Millefolii, Farfarae, Eupatoriique depraedicatas, at numquam ſatis depraedicandas virtutes. Si per omnem familiam transcurrere vellent, ſpe nunquam refragabuntur, quod certus ſcribo ob propria, quae habeo, experimenta, ob Analyſin chemicam, et conuenientiam. Omnes ſunt reſoluentes, plus minus. *Radiatae* blandiſſime agunt, *Capitatae* intenſius, *Corymbiferae* iam innatum ſibi habent calidum, aguntque proinde vehementiſſime.

Cucurbitaceis plantis, vt vndecimum exemplum proferam, mucilago ineſt, qua refrigerant, pomaque ſua eo anni tempore proferunt, quo corpus frigore opus habet. Inde patet eorum finis et

 vſus.

vſus. At quemadmodum nimium ingurgitatae debilitant, tormina et diarrhoeas producunt, ita in medio ipſorum *Bryonia* et *Momordica* collocantur, in quibus cauſſam horum morborum explicitam graduque vehementiore donatam ſiſtit, quod idem in *Feuillea* cordifolia, atque in cucumere *Colocyntide* obſeruare eſt, quae ſcilicet omnia validiſſime purgant, ventriculum et inteſtina fortiter commouentibus, *Elaterio* adeo, tam draſtico, vt hydropicas aquas pellat. Factum hoc videtur eſſe, partim, vt ſciamus, quaenam plantae ſint, tantopere ſaepe a nobis in deliciis habitae, ne illis nimio vſu fallamur, partim vt noua ſui generis purgantia habeantur.

Duodecimo *Orchides* propono, quae hircino, quem ſpargunt, odore quid ſibi velint, iam e longinquo oſtendunt. Nutrit mucilago in ſucculentis omnibus eorum radicibus contenta, partes oleoſae calefaciunt. Quid, quaeſo, proficiſci aliud ex vſu plantarum eiusmodi poteſt, quam iucundus ad venerem ſtimulus. Nutrientes partes, deperditas reſtituunt vires, his redditis amorem prouocant calidae. Inde non tantum conducunt viris, quorum debiliores vel decrepitos orchidum bulbos cum effectu adhibere noui, ſed vterum quoque conſortant, atque ad conceptionem diſponunt Neque id ſolum orchis foliis maculatis praeſtat. Sed ſcimus id a pluribus annotatum, (conf. DALE Pharm. p. 278. ſqq.) cumque Europaeae pleraeque vnum ſpargant et eundem odorem,

odorem, de exoticis non habemus, quod multum dubitemus, praeſertim cum *Vanilla*, excellentiſſimum illud Chocolatae remedium, cordialem efficaciam ſuam ſatis iam confirmauerit.

Plantae *Coniferae*, facie naturali tantopere inter ſe conuenientes, quod omnes in ſe contineant reſinam balſamicam, quodque exinde ſanguinem, labe quacunque corruptum, venerea praeſertim, vt ſint quaſi *Orchidum* antidota, ea imbuant, imbutum ſtimulent, ſtimulatum in maiorem circuitum deducant, motu auctum ad organa excretoria ablegent, atque ſic per vrinam et ſudorem quisquilias morbificas eliminent, id iterum res eſt, multa obſeruationum ſerie comprobata. Reſina vero his in plantis adeo abundat, vt e corticibus illarum vel ſponte exſudet, Therebinthinae exemplo, quam Larix et Abies fundit. Viget in omnibus, in aliquibus tamen adeo efficax, vt vel foetum Sabinae exemplo, qua propterea parciſſime vtendum eſt, quin Taxus adeo venenatus habetur, at tamen reſina illius Iuniperinae non multum abſimilis. Cupreſſi fructus quamuis adſtringant, in eo tamen non minus dominatur reſina, efficaciae ſimilis.

Amentaceae adſtringunt, continentque omnes principia ſalina auſtera et gummatoſa, terrae martiali infixa, quam, qua talem magnes demonſtrat. Amentaceas autem adpellamus plantas, quorum flores in amentis diſtinctis, intra calycem communem

inaequalem et imbricatum reconduntur. Adſtringentem *Platanus* virtutem in cortice habet. *Contrayerva*, quae *Dorſtiniae* ſpecies, in radice. *Ambaiba*, quae eſt *Cecropia* LINNEI, in foliis et medulla arboris, qua Nigritae vulnera ſanant. *Fagus* in Cortice, vt, Quinquinae ad inſtar, febres intermittentes eo curati fuerint. *Caſtanea* in cortice et nucibus, quibus et alui fluxus, et ſanguinis profluuia ſiſtunt. *Carpinus* iterum in cortice et *Oſtrya*. *Alnus* et *Quercus* praecipue in gallis. Decantatiſſima *Simaruba*, quae *Burſera* eſt, in cortice, *Salices* in foliis. *Populus* in gemmis, vt fere omnes. Nolo prouocare ad alias.

Maluaceas plantas emollire omnes ne vnico quidem probabo exemplo, cum ſuperfluum putem, toties cocta recoquere.

Solana omnia venenata ſunt veneno narcotico, ob copioſas, quas habent, ſumme acres ſalinas partes, ſulphureis vaporoſis remixtas, vt facultas exſurgat, opio analoga. Triſtia exempla ſatis luculenta proſtant. Neque ſolanum tuberoſum exceptionem facit, cum ſola ipſius radix eſculenta ſit, et baccae illius iure meritoque ſuſpectae haberi debeant, minori quamuis gradu venenatae, quod vel ideo conficitur, dum fermentatione acris ex illis obtinetur inebrians ſpiritus, indolem plantae redolens, e familia nociua procreatae. Haud tamen obſtat, quo minus Solana medicamina eſſe poſſint, venena enim fortis-

fortiſſima contra diriſſimos morbos auxilia prudenti medico ſubminiſtrant, atque hic iterum repeto, venenum non eſſe niſi medicamentum, vi adauctum, hocque venenum tantummodo mitius. Limites inter vtrumque non noui.

Decimo ſeptimo plantae *aſclepiadeae* noua venena ſiſtunt, ſed acria, conflatae principiis ſalinis valde acribus, fixis volatilibusque, reſinoſis; Hae quae illae ſunt, quae quomodocunque vulneratae ſuccum coroſiuum lacteum fundunt, nonnunquam in viridem colorem vergentem. *Hirundinariae* quidem radix in medicinam recepta eſt, et tanquam medicamentum diaphoreticum laudatur, ſed agit potenter, fortiterque humores commouet, ad calidam, alexipharmacam vsque, vt pateat, dote ſua non abludere, quantumuis debiliore ſed reliquarum omnium virulentiorem indolem ſatis ſcimus.

Oleraceae plantae, a quibus *Amaranthorum* ſpecies non differunt, quod contra Cel. ADANSONVM moneo, ſuis ſaepe in familiis conuenientiam et differentiam inuenientem, quam quidem ſemper detegere, felicitate non fruor; mucilaginoſae ſunt, nitroſae, oleoſae, indeque menſis multoties adponuntur, Betae, Polygonorumque exemplo, vel medicatis vſibus veniunt, vbi digerente, emolliente, temperante efficacia opus eſt. Inde *Bortrys*, *bonus Henricus*, *Atriplex ſylueſtris*, *Parietaria* officinalia ſunt, ſubſtituique illis adfines ad eundem finem poſ-

 ſent.

ſent. In *Vuluaria*, ita dicta, quod vuluae ſingularem odorem habeat, vis aphrodiſiaca praeterea commendatur.

Aſperifoliae eandem oleracearum facultatem poſſident, ne vnica excepta, ſed principia mucilaginoſa fere magis adhuc abundant, vt *Symphytum* et *Pulmonaria*, tanquam pectoralia, *Cynogloſſum*, *Aſperugo*, *Lithoſpermum*, *Bugloſſum*, tanquam medicamenta, acrimoniam humorum obtundentia, celebrentur, *Heliotropia* ipſis febribus profligandis deſtinentur, (Conf. CLVS. hiſt. 2. p. 47.) atque inſuper ad menſtrua promouenda adhibeantur, *Cerinthe* Borragini par habeatur, et *Onosma echioides* amarior, taenias adeo expellere credatur.

Gentianae omnes plantaeque illis vicinae, *Menyanthes* et *Exacum*, ſaporem habentes amarum, odorem aromaticum, e principiis conſtantes martialibus, aethereis, ſalinis, agunt roborando, atque ex hoc vnico principio ventriculum tubumque inteſtinalem tenore ſuffulciunt, acidum debilitant, febres curant, vermes eliminant.

Anagallidibus analeptica virtus ineſt, reficiens excitans; inde ſuus eſt Primulae gratiſſimus odor. Inde Anagallis ſpecificam in melancholia remedium. Inde *Cortuſa* Matthioli grato ſuauique odore praedita, inſtar faui mellis, ſubtiliſſima effluuia ſpargit, qui odorantis, cerebrum permeat, atque reficit. Inde

de Auricula vrſi tanta hortorum decora praebet. Vt alia taceam.

In binis exemplis, deſino, quae enim dicenda amplius reſtant, alterae de plantis tinctoriis diſſertationi praemittam. In plantis *ringentibus*, et *tetrapetalis regularibus*, quae vtraeque vim prioribus addunt maximam.

Ringentes *verticillatae*, quae plantae ſunt, omnium fere fragrantiſſimae, odore aromatico, penetrantiſſimo, caput petente, et neruos mirum in modum reſtaurante, pendente a principiis ſalinis et oleoſis, vtrisque volatilibus. Magnam ergo hae plantae in ſe habent materiae inflammabilis quantitatem, quam an ſpiritum rectorem adpelles, cuiuis determinatam, an vero actiuum per ſe principium, pro varia planta varie modificatum, et modo ſub hac, modo ſub illa aromatici odoris ſpecie vellicans nares, perinde mihi eſt: ſufficit ſcire, phlogiſton, fontem odorum pabulumque eſſe. Vtcunque autem hae plantae volatiles ſunt, eſt tamen in ipſa volatilitate fixitas, ſcilicet in ea conſtantia quaedam, vt non ſtatim diſſipetur, ſed tanta in neruos impreſſione agens, vt retineant, quod receperunt, id quod copiae adſcribendum eſt, minus volumen occupanti. Nihilo minus gradus dantur. Aliquae e *verticillatis* plantae omnium ſunt fortiſſimae, vt *Dracocephali*, *Roſmarini*, *Ocimi*, *Maioranae*, *Meliſſae*, *Mentae*, *Saluiae*, *Ser-*

Serpylli, *Marrubii*, *Clinopodii* etc. ſpecies. Aliquae valde quidem odoratae, ſed odore tamen multo prioribus debiliore, vt *Teucrium*, *Lauendula*, *Monarda*, *Ballota*, *Aiuga*. Aliquae dein, quae odoris principia adeo effoeta habent, vt vix amplius oleant, quemadmodum in *Leonuro*, *Cunila*, *Phlomide*, *Lamio*, *Galeopſide*, *Brunella*, cet. contingit; vt euidentiſſimum nouum proſtet exemplum, demirari quidem in vno eodemque ordine vnam virtutem, at iam modo efficaciſſimam eſſe, modo quam maxime torpentem. Quae autem e principio odorato exſurgere in verticillatis debeat, atque qua talis ab omnibus agnoſcitur, vix recenſere opus habeo. Eſt autem illa calida, roborans, neruina, reſoluens, diaphoretica, diuretica, inde anthelmintica, febrifuga, antapoplectica, et demum vbiuis proficua, vbi indicationes locum inueniunt, per calida aromata explendae.

Plantae *perſonatae*, ſi cum prioribus ſimilem virtutem adſcriptam illis ab aliis legas, mihi tamen aliam longe demonſtrant dotem. Comprehendo autem ſub illis non tantum perſonatas, Adanſonii, ſed et Verbenaceas illius, quin quoque ex Caprifoliis aliquas. Perſonatae omnes principiis gaudent ſaponaceis, ſale ſc. cum oleo vel phlogiſto iuncto, quibus teneriores, terreae, baſin ſuppeditant. Inde reſoluunt, abſtergunt, vrinam et ſudorem mouent, virtutisque tonicae nonnihil inſuper exſerunt, multum ergo cum floribus ſyngeneſiarum corymboſis analogiam

giam habent. Quis *Veronicae* neſcit in obſtructionibus efficaciam? Quis ignorat pectoralem illius virtutem, quam propter tonicam exſerit. Quem fugit, *Verbenas* cum eadem indolem habere ſimilem? Quem *Euphraſiae*, etſi debiliorem? In *Orobanche* ſaponaceam virtutem veteres laudarunt, et tanquam medicamen diaeteticum, oleris loco edendum, commendarunt, quin contra colicam adhibuerunt. *Linnaea* diuretica eſt. *Cymbalaria* ſubadſtringens. *Linaria* anodyna. *Gratiola* purgat. Reliqua ſi quis iuſtis experimentis proſequi vellet, inueniret procul dubio virtutes ſimiles, e ſaponacea maiori minoriue prouenientes.

Tandem *Naſturcina* adſero, tetradynamias *ſiliquoſas* et *ſiliculoſas*, de quibus omnibus, quod plantae plerumque in Europa ſint, certiſſime cognouimus, eſſe excepta nulla, antiſcorbuticas, conflatas ex principiis ſalinis volatilibus, acribus, acidis, quibus alcali, oleo attenuatum iungitur. Inde recenter adhibitas lentes viſcidosque reſoluere humores, curare ſcorbutum, et quascunque acrimonias alcalinas, mundificare, Diureſin excitare, indeque hydropem et calculum, quin et pathemata arthritica ſanare, flatus pellere, incidere et attenuare, atque hinc viſcerum infarctus et obſtructiones tollere. Quoniam id de omnibus conſtat et quidem de omnibus euidentius, pluribus verbis opus non eſt.

 Sic-

Sicque nunc inſignia protuliſſe me exempla puto, quibus pateat quantum in dignoſcendis plantarum viribus valeat character botanicus! Nolim vero haec nimium extendi, ne credat aliquis, illum ſufficere ſolum. Meta datur, vltra quam progrediendum non eſt. Innuit botanica facies, quam oblata planta virtutem habeat generaliter. At quemadmodum ea in determinatae familiae plantis modo ſummopere viget, modo minus efficax eſt, et modo torpet, et quemadmodum diuerſis familiae cuiusdam plantis diuerſae virtutes aliae accedunt, quin quod vna et eadem planta pro variis ſuis partibus varias habeat proprietates ſalutares, ita tunc experientiae locus datur, quae repetitis vicibus euincat, quo in gradu planta, de qua agitur, efficax ſit, quamque forte adhuc aliam iunctam ſibi virtutem habeat. Character botanicus digito quidem monſtrat, quales facultates plantae in genere habere debeant. Experientia certo ſcimus, quales habeant, et quousque extendantur. Neque neceſſe eſt, vt omnes in vniuerſum plantae examini ſubiiciantur, adeoque omnes in vſum medicum trahantur. In Compoſitis v. c. ſcimus nunc Taraxacum, Cichoreum, Bellidem rel. praeditas virtute blanda, reſolvente, ſaponacea. Quid intereſt, num ſciamus, experientia teſte, an habeant eam omnes, hac ſub familia comprehenſae. Augmentum inde caperet cognitio, non hominum vtilitas. Medicus adeo plus

plus ſibi conſulit, ſi ſelectum faciat medicaminum adparatum, quorum qualitates ad amuſſim habet perſpectas. Inſtabis ergo, characterem botanicum, quatenus vires eruit, eſſe quidem ſcitu elegantem, ſed parum frugis adferre, quod tot iam et tanta habeantur in officinis medicamenta. Caue ita ratiocineris. Eſt manebitque res vtiliſſima. Plantam incognitam, de qua ſcire intereſt, quam ſalutarem vel noxiam habeat virtutem, non poteris ad primum intuitum determinare eatenus citius, quam charactere botanico, in conſilium adhibito. Huius ope cognitum tibi reddetur, num noxia ſit, et qualis naturae virus, in illa reconditum, huiusque ope ſcies, quemnam intret medicamentorum ordinem, poſtea experientia edoceberis, quo in gradu agat. Neque hic vtilitas ſubſiſit. Saepe numero oportet remedia variare. Quomodo id fieri poſſet aptius, quam cognitione botanica, qua ſuffultus ſimilia ſimilibus commode ſubſtituuntur. Et plura. Nonne ea, vbi neceſſitas cogit, ad alia medicamina cogitare, vbi ſcilicet eorum copia non datur, quae vulgo rata habentur, facillimam methodum praebet, penuriae ſuccurrendi? Medicus Europaeus Indias Orientales et Occidentales abeat, ibidemque diſcat, quomodo ſuis inde plantis ſuos curare ſoleant morbos, et mirabundus agnoſcat, cuiuis regioni datas eſſe, quibus indiget. Ergo ſua aromata, ſua purgantia, ſua reſoluentia, vel deſumta ex eadem fa-

 milia,

milia, cui noſtra inſunt, vel ex alia. Ita in regionibus aliis. Nosque aliquando ad medicinam Galenicam, quam feliciter VIENNENSES reſtaurant, penitus redituri ſimplicibus noſtris apud nos vigentibus plantis melius, quam praeparatis chemicis, noſtros curabimus morbos, et botanicus character illuminante face praecedet.

DE

DE GLACIE MARIAE RVTHENICA.

Diſſerente

SAMVEL GOTTLIEB GMELIN.

Sibiria noſtra, vt ferax eſt foſſilium omnis generis mater, ita in extimis ſui finibus ſingulare productum offert, quod fuſius eo magis commemorari meretur, cum egregiis vſibus a longis inde temporibus inſeruire ſoleat. Glaciem Mariae volo, quae quidem in toto terrarum orbe notiſſima, nullibi tamen purior praeſtantiorque inuenitur, quam ad fluvium *Witimum*, in *Lenam* effluentem, tribus oſtiis inſignem. B. GMELIN Patruus meus, in Itinerarii ſui Tomo ſecundo, p. 310. ſqq. vbi directionem peregrinationis *Iacutiam* verſus recenſet, aduentumque ad *Witimskaia Sloboda*, vnum ex vetuſtiſſimis ad *Lenam* ruthenorum domicilium refert, fuiſſe ſe de vera glaciei Mariae origine cupidiſſimum docet, atque proinde ſecum conſilium iniiſſe, trans *Witimum* nauigandi, atque hac occaſione illum emetiendi, quod ante ſe factum non fuerat. Quae de Glacie adnotauit, in compendio tradam. Antequam ad riuum *Kolotowka* peruenerit, animaduertebat magnam regionem ad ipſum riui latus fumantem, re-

 ſera-

ferebaturque ipſi, eſſe hunc fumum hominum indicium, glaciem mariae eo loco perquirentium. Hi *Sliudniki* adpellantur, qui regionem, in qua glaciem mariae reperiunt, ignis flamma cognoſcibilem reddunt, vt in eadem matrices alias inueſtigare facilius poſſint. Montes muſcis et arboribus referti ſunt, vt, quid contineat, diuinari ab extus nequeas, muſcis autem arborumque radicibus reſectis, ſplendente ſole ſuo ſe glacies ſplendore quoque prodit. Quum ad ipſam fodinam acceſſerit, glaciem Mariae videbat, iam ad effodiendam praeparatam. Lapis, qua recipiebatur, partim quarzum erat, ex albo flaueſcens, partim gryſeus fluor, in hoc lapide, ratione diuerſa iacebat. In venis haud creſcit, ſed hic et ibi inueniebatur lamina, quae in quadrato modo vlnam cum quarta illius parte, modo dimidiam tantum, modo et minus, in quadrato habebat, et aliquot vncias ruſſ. craſſa erat. Laminae hae vel integrae erant, vel per multas venas transverſales fiſſae. Raro plus, quam ad tres vlnas petrae perfodiuntur, aut propter earum duritiem, aut quod longo homines fatigentur labore. Aliam Cl. KRASCHENNINIKOW fodinam viſitabat, et ſimilia deprehendebat, aliamque a riuo *Kolotowka* remotiorem ipſe PATRVVS, in qua glacies iam reſecata habebatur. Pergit idem l. c. p. 332. illam optimam eſſe, quae clara ſit, aquae ad inſtar, pretio multo minorem, quae in viridem colorem vergat. Reſpicitur dein magnitudo. Reperta fuit, quae duas

vlnas

vlnas in quadrato habebat, vna tantum quarta parte excepta. Ea vero exempla rara ſunt; pretiumque adeo glaciei illius iam ſatis magnum, quod tres tertias vlnae partes explet, libra enim huius loco natali vno et duobus etiam Rubellis ſoluitur. Omnium ordinaria eſt, quae *Tſchetwertnaia* dicitur, inde nomen nacta, quod quartam vlnae partem in quadrato expleat. Vnum Pud octo ad decem Rubellis conſtat. Omnium viliſſima eſt *Schitucha* adpellata, magnitudinem habens, priore minorem, quaeque acubus, vnde denominatio oritur, coniungi inuicem ſolet. Hactenus PATRVVS, qui vberiorem glaciei disquiſitionem edere ſecum conſtituit, at praematura, quam boni dolent, morte, grauiſſimosque et diuturnos illius prodromos detentus fuit, vt cum plerisque contigit. Credo proinde, rem me Mineralogis haud praeſtare ingratam, ſi curioſiſſimi obiecti hiſtoriam ita tradam, vt qualiscunque diſſertatio monumentis Academiae non indigna ſit, illi ea adiiciendo, quae ab optimo PATRVO et indefeſſo STELLERO inueni adnotata.

Glacies Mariae Ruſſis, Sliuda, Germanis Frauen-Eis, das Ruſſiſche, das Moſcowitiſche Glas, dicitur. *Glacies* dicitur, ob transparentiam. *Mariae* nomen ab Hiſpanis imponebatur, qui res, quascunque pulchras diuo ſanctae Virginis cognomine inſignire ſolent, vt pretium innuant, quo illas proſequantur. Aequiuoce aliis *Phengites* dicitur, a Graeco

co Φαίνω, transpareo, denominatione certe vaga, cum materiae omnes pellucidae phengitae ſint. *Argirolithos* aliis audit, quod ſit quaſi mercurius, in lapidis formam redactus. Mineralogi *glaciem Mariae* inter illos lapides enumerant, qui *apyri* dicuntur, tales nimirum, qui violentiſſimum ignem ſuſtinent, absque quod vel in calcem, vel in vitrum mutentur, quae vero dos in glacie noſtra cum grano ſalis accipienda eſt. Inter lapides apyros ad *Micae* genus refertur, quae lapides comprehendit, quorum partes conflatae ſunt e tenuibus, flexilibus ſplendentibusque ſquamis ſiue laminis, igne friabilibus, violentiore, inuicem commiſtis, atque ſub hac conditione ad fuſionem diſpoſitis. Molles deinde micae ſunt, et tactu aliquantum pingues, Borace ſoluuntur et cum eodem in puriſſimum vitrum funduntur, purae tamen micae difficilius. *Glacies Mariae* micarum ſpeciem illam conſtituit, quae membranacea eſt, lamellis magnis, pellucidiſſimis, albis, parallelis. Cronſt. verſ. einer neuen Mineralogie pag. 100. Ea, quatenus integra effoditur, opaca eſt, coloris fuſceſcentis, atque imaginem hominis, veluti ſpeculum, reddit, findi patitur in tenuiſſimas et aequales laminas, ita diaphanas, vt pelluciditate a vitro et chryſtallo vix diſtinguatur, adeoque micam *puram* ſiſtit, hocque ſibi peculiare habet, quod obiecta libero aëri expoſita diſtinctiſſime oſtendat, id quod minime contingit oculis, in clauſo loco per illud obiecta intuentibus. Flexilis eſt et elaſtica, rubi-

rubiginem tractu temporis contrahit, et ab illa eroditur. Micas igni reſiſtentes WALLERIVS Mineral. p. 173. pronunciauit, at quemadmodum Cel. CRONSTEDT, eas eo ignis gradu, quo quarzum, calx et ſpatum immutata perſiſtunt, in vitrum fluere experimentis didicit, ita et *mariae glacies* et per ſe fortiſſimo igne vitreſcit, et ferro adiecto facilius. His recenſitis dotibus mirari certe ſatis non poſſum, quomodo factum fuerit vt glaciem Mariae cum *ſelenitide* ſ. *lapide ſpeculari* Auctores confuderint. Hic enim, quemadmodum iam patria differt, in variis Germaniae locis, Sileſia, Thuringia et alibi copioſe proueniens, ita *Gypſi* ſpecies eſt, craſſus, in lamellas quidem fiſſilis, ſed neutiquam in tenues et tenuiſſimas, ſed craſſas, rhomboidales, ille dein in minoribus tantum fruſtis diaphanus eſt, in calcem vritur, et cito deſtruitur. Differt ergo glacies euidentiſſime. Sequitur, vt charactere illius rite tradito, modum oſtendam, quo effoditur, quem in finem omnia cum labore collegi, quae partim in codicibus PATRVI et STELLERI inueni, partim mihi aliter innotuerunt.

Aduenae ex Ruſſia in Sibiriam, Promyſchleny dicti, in ſocietates coëunt, quarum maximae quadraginta, mediae viginti, minimae ſex circiter hominibus componuntur. Societates ſocietatibus iunguntur, et decem interdum, paucioresque non infrequentius ex *Ircutia*, *Ilimsk*, cet. ad effodiendam

Mariae glaciem proficiſcuntur. Vnaquaeque ſocietas vnum e ſui medio eligit, cui omnes poſtea obedire tenentur, Peredowſchtſchik adpellatur, qui loca noſſe debet, omnia ad iter cum inſtrumentis neceſſaria procurare, nummos a membris colligere, iis impetratis nauigiolum, panem, carnem, puluerem pyrium et reliqua coëmere, omnia diario inferre; oportuit ergo, laboribus ſaepe adſuiſſe. Hic a ſumtibus et labore immunis, ortas forte lites dirimit, priuilegia et mandata ſocietati procurat, eo praeſente, nemini iurare, vel alteri male dicere licet, ſecus mulctatur, atque reduci et querelas ad Cancellariam deferenti fides adhibetur maior, quam alii cuicunque. Vnicuique talem laborem defert, cui maxime idoneus ipſius Iudicio cenſetur. Finita opera duplici nanciſcitur parte, quam Pái vocant. Si iniustum imperium geſſit, integrum eſt ſocietati, illum accuſare. Altera ab illo perſona *oeconomus* eſt, ſtaroſta dictus, qui diarium ſcribit, nummorum curam habet, ſumtus computat, omnia neceſſaria emit, cuſtodit, ſocietatique determinato pondere et menſura quotidie largitur et notat. A labore immunis eſt, vnam portionem Pái accipit, et eligitur, cuius fides, ſobrietas, ſcribendi et computandi peritia prae aliis praecipue cognita eſt. Tertiam publicam perſonam *Faber ferrarius* conſtituit, qui incudem et inſtrumenta neceſſaria, ſuis ſumtibus emta, adfert, et, ſi quae forte, durante labore franguntur, vel aliam labem contrahunt, reparat.

rat. Hic nummos antea debitos pro ſua parte exſoluens, ab aliis laboribus immunis eſt, et duplicem Pái portionem accipit. Quartus *coquus* eſt, qui nihil tribuit pecuniae, et dimidia tantum *Pai* parte fruitur. Reliquorum ſociorum officia ſunt ſequentia. Indagatores glaciei bini ſemper vna emittuntur, metu ferarum, et Tunguſorum, de quibus poſtea. Quodſi locum feracem inuenerunt, vnus ibi manet, inſtrumentum illi imponit et cuſtodit; alter abit, ſocietati nunciat, et operarios vocat. Quam primum aliquis inuenit nidum, et inſtrumentum ſuum eo repoſuit, nullus ex alia ſocietate ſuperueniens memoratum locum vindicare ſibi poteſt; ſed accedunt ex eadem alii, lapides remouent, et glaciem effodiunt. His accedunt tertii, qui effoſſam auferunt, atque in exſtructa in ſyluis domicilia adportant. Interea temporis, dum fodiunt, indagatores nihiloſecius continuo rimantur, vt, nido vno exhauſto, alii in promtu ſint. Immo plures ſimul effodiuntur. Quin quod et inuenti rurſus negligantur, ſi remoto tecto, quod Barka vocant, glacies vel corrupta adpareat, vel vitioſa, vel nimis parua. Societates autem eiusmodi plures, obtento quotannis mandato ad *Lenam* proficiſcuntur, ad Witimum ſingulis diebus certisque horis preces fundunt, et maximam inter ſe pacem et concordiam alunt, adſcendunt dein Witimum vsque ad Mama fluuium, Witimum intrantem. Eo vbi peruenerunt, aedes ligneas et balneum ſtruunt, quo peracto indagatores

plerumque iam nidum inuenerunt. Iter vero ita dirigunt, vt circa Feſtum Petri et Pauli fluuium Mama iam attingant. Vlterius autem rimando nondum peruenerunt, neque ad oſtium Witimi abire auſi ſunt, ob rupes et montes ibi altiſſimos, aeternaque in vertice niue tectos. Piſces capiunt, qui in exſtructis aedibus reſtitant. Indagatores feras inſectantur. Societates reditum parant circa initium Septembris, ſed ſubſiſtere coguntur ad pagum trans *Lenam* extructum, e regione *Witimi* oſtii, ibique a viſitatore quodam, Jacutia miſſo, expectantur, qui ſummam glaciei inquirit ac computat, decimas ab illis ſumit, vel nummis vel ipſa glacie ſoluendas; hincque et minerale hoc perperam nomen glaciei Mariae Iacutenſis ſortitum eſt, cum infra *Witimum* illud prorſus exſpiret, neque veſtigium amplius tam ad oceanum ſeptentrionalem vsque, quam orientalem abhinc adpareat. Inſtrumentis vtuntur Goſtina, malleo ſcil. ponderoſiſſimo, quo matricem glaciei diffringunt 2) Bini ſemper ferrum Kerka habent. 3) Vnusquisque ſpatha inſuper ferrea inſtruitur, qua remoueant terram et lapides 4) Mallei praeſto ſunt 5) Fuſtibus vtuntur, ad lapides grandes e loco mouendos.

Tantum de modo, quo glaciem mariae in Sibiria effodiunt. Sequitur, vt de locis diſpiciamus, e quibus, itineratoribus noſtris teſtibus effoditur. Rupes ingentes ſunt, concatenatae, ſyluis vmbroſae, irriguae, haud ſcilicet procul a fluuio remotae, et prae-

praegrandibus ſaxis extantibus aſperae, in quibus glacies Mariae occurrere ſolet. Verius omnes quidem plagas occurrit, ea tamen, quae ſeptentrioni obuerſa eſt, gignit eam ſola laminis compoſitam magnis, larga copia et conſtanter; meridionalis e contra rubiginoſam ſiſtit, quin ſaepiſſime vltra maturitatis terminum conſtitutam, molliorem, fragiliorem interitui adeo propiorem. Nonne recte rationem in eo ponimus, quod vapores a ſole eleuati continuusque proinde naſcens mador texturam glaciei deſtruant, et ſubſtantiam illius diſſoluant? Effoditur autem, vt GMELINVS olim noſter adnotauit, non e venis, tractum quendam regularem et ordinem ſeruantibus, ſed variae diſpoſitae laminae hic et ibi nidum glacialem offerunt, ita, vt vno euacuato, nulla amplius mica ſuccreſcat, neque illius quaquaverſum veſtigium detur vllum. Inde quoque fit, quod glaciem effodientes nulla pericula incurrant, quodque nullus halituoſus vapor hiſce in locis perſentiſcatur, neque niues deliqueſcant citius, quemadmodum id in locis metalliferis contingere ſolet. Glaciei nidi rariſſime in vertice montium inueniuntur, vel, ſi occurrunt, parum et parui momenti illius fouent. Optimae notae eſt, quod in medio rupium et radices eorum, in conuallibus datur: neque enim tantum illi nocet, quantum vapores humidi, et conditio loci, ſicca modo, modo humida.

Rupes, e rudibus cinereis ſaxis, vel arenariis conſtantes, glaciei parum vel nihil exhibent. At

luteſcens eorum color, alabaſtri vel ochrae praeſentia copioſior, ſpem, glaciem inueniendi, incutiunt maximam. Matrix ipſa lapis eſt, candidiſſimus, quarzeus, ita durus, vt nulli ſaepe ferro obſequatur, accenſo ligno et ſuper adfuſa aqua poſt magnos labores rumpendus et comminuendus.

Signum vero proximum certiſſimumque materia quaedam friabilis praebet, in lamellas diuiſibilis, phengitico, termino technico Barga vocatur, ex albido luteſcens, tanquam cruſta in ſuperficie effloreſcens, inter muſcos deliteſcens, ac veluti medium quid inter talcum et mariae glaciem conſtituens, quae manu tractata in fruſtula minutiſſima argentea, tanquam in totidem haſtulas dehiſcit. Absque hac materia glacies in ſuperficie numquam deprehenſa fuit, ſed ea praeſente ſemper, ſiue bona ſit, ſiue mala. Bargae materia late diffuſa, glaciei optimae praegrandisque ſpes augetur; interrupta et exigua peioris ſignum eſt. Latitudine ſpatium ſaepe occupat vnius vlnae ruſſicae plus minusue, longitudine tres explet, craſſities quinque vel ſex vnciis aequalis eſt. Ea, tanquam tecto, remota, glaciei ſtrata in conſpectum veniunt, quae non vnam et eandem faciem ſeruant, verum ſaepius ad perpendiculum in nido erecta cernuntur, interdum eo ſitu ad horizontem ſaltem inclinantur, interdum vero ita diſponuntur, vt lamellae ad horizontem parallelae ſint. Haec autem quomodocunque ſe habeant,

beant, terra, lapides, barga quaquauerſum remouentur, atque, vbi glacies extremitatibus matrici adhaeret, diligenter ſeparatur, atque aufertur. Strata craſſitiem ſaepe tantam habent, vt viginti et vltra Pud glaciei ruthenica inde eliciantur, interdum adeo tenuia, vt vix vnum. Differt deinde eorum numerus. Vno in nido centum ſaepe inueniuntur, ſaepe pauciſſima. At quo numeroſiora ſunt, eo vilior eſt glacies, et ex centum nonnumquam ſtratis vix quatuor aut quinque Pud glaciei eximuntur, cum ex altera parte vnus nidus, in quo pauciſſima ſtrata dantur, centum Pud largiatur. Optimae glaciei viginti ad quadraginta effodiuntur. Vno ſtrato exhauſto, iterum materia Bargae occurrit, aut ſubſtantia farinaceo-gypſea, glaciei mariae primo intuitu ſimillima, ſed manu ſublata corruens et in fruſtra fatiſcens, quae aciculis aut ſetis ſimiles ſunt, eadem ratione, ac glacies, verno tempore a radiis ſolis perpendicularibus diuiſa. Barga hacque ſubſtantia iterum remota glacies denuo ſequitur, atque ſic vlterius, donec vniuerſus nidus exhauſtus ſit. Nidi tamen numquam profundius iacent, quam ſex vlnas ad ſummum. An, quod ad generationem glaciei aëris externi requiratur adceſſus?

In nidis alia ſaepe cum glacie immixta inueniuntur heterogenea, vt chryſtalli octaedrae vel aliter anguloſae, vel cum glacie rubiginoſa, corrupta, vitioſa, ipſa puriſſima ochra, vel lapis manganenſis,

ſis, Magneſia, Wall. Min. p. 345. An haec vicinitas ferri rubigine glaciem inducit, vti ab humido vapore molleſcit et corrumpitur? Supra dixi, terram martialem, glaciei mariae purae, refractariae, in crucibulo additam, diſponere illam, vt fluat, atque in vitrum multo citius commutetur. Arena cum glacie nullibi inuenitur coniuncta.

Ex antecedentibus fluit, Glaciei Mariae varietates multas, neceſſario debere eſſe. En eorum ſummam!

Eſt *a*) Glacies mariae in magnis fruſtis, pura, ſumo veluti conſpurcata, diuiſa, aequei coloris, omnium optima atque pretioſa. Eſt

b) Glacies mariae alba, nullius momenti, maturitatis vtpote terminum iam ſupergreſſa, in putredinem prona, ſubſtantiae proinde laxae, minime diaphana, friabilis, inaequaliter diuiſibilis. Haec plane abiicitur. Habetur,

c) Glacies mariae viridis, vel cum virore opaca, inſtar vitri vulgaris, minus diaphana. Haec quidem colligitur, ſed viliori pretio venditur. Eſt

d) Glacies mariae rubiginoſa, rubigine oras extremas occupante, de qua iam dixi. Plebeiis ſolum in vſum cedit. Inuenitur

e) Gla-

e) Glacies mariae in medio rubigine exeſa, rubigine martiali ſimili, mollis, laxa, friabilis, inaequaliter diuiſibilis, indeque nullius momenti. Eſt

f) Glacies mariae e nigris maiusculis maculis ac arcis impura, ortum trahens a ſcaturiginibus vicinis limoſis. Eſt

g) Glacies mariae, picis ad inſtar, tota nigra, eadem de cauſſa. Vtraeque tamen colliguntur, et ciſtae intus illis exornantur. Eſt

h) Glacies mariae ſtriata, colligitur, et viliori pretio venditur. Eſt denique

i) Glacies mariae Woloſez dicta, quae attactu in fruſta acuta collabitur.

Remedium habetur, cuius ope vetuſta et rubiginoſa glacies reparari, et puriſſima reddi poteſt.

Fac lixiuium e cineribus in vanna. Hanc superne obtege bacillis, ſuper bacillos pone lamellas glaciei rubiginoſae, dein vannam et glaciem panno obtege, ſpatium relinquendo, per quod candentes lapides in vannam iniicere poſſis, et vaporem excitare, a quo ſudare incipiet glacies. Sudorem abſterge, quo facto omnis intus antea occulta immunditíes auſertur.

Tunguſi foſſores glaciei, eo quod accenſis crebris ignibus animalia fera, zobellinas, muſtelas,

vulpes, cet. in fugam agunt, multum arcere ſolent, et praelia caedesque haud raro inter vtrosque oriuntur, negari vero non poteſt, hanc rationem eſſe, cur ad *Lenam* ferae rariſſimae ſint, ante ſexaginta annos ibi frequentiſſimae.

Geneſin glaciei foſſilis rimaturi, non poſſumus non agnoſcere, materiam illius proximam conſiſtere in ſubſtantia terrea, a gypſea non multum abludente, quae ab humiditate ſubterranea emollitur, ſoluitur, elutritur, cum interim ſubtiliſſima leuior cum portione ſua acido - ſalina, cremoris forma, ſucceſſiua elutritione ſurſum emergit, concreſcit, atque ob id, quod concretio ſucceſſiue et longo tantum tempore contingat, parsque humida exhalare nequeat, lente quidem, ſed arctiſſime vnitur, ob continuitatem flexilis fit, elaſtica, fixa ignique reſiſtens; eo autem violentiore partes terreo - ſalinas diſſoluente, patet, calcem remanere debere, quae nec cohaereat, nec per ſe in corpus abeat, ſimilemque in ſtatu naturali materiam impuriorem huic eſſe, quae loca ſtratorum intermedia occupat, et in ea enim cohaeſionis principium deficit, vnde laxa et diſſoluta iacet. Diuiſibilitas et elaſticitas lamellarum contingit a forma minimarum partium conſtitutiuarum, horizontaliter ſe contingentium. Elaſticitas a diuiſibilitate et continuitate ſimul pendet, pelluciditas ab illa ſola, integrae enim laminae nondum diuiſae, opacae ſunt, radiosque inſtar ſpeculi refle-

reflectunt. Quod chryſtalli quoque cum glacie ſimul deprehendantur commiſtae, analogiam modi teſtatur, quo vtraque generari videntur, non diuerſa ab illo gemmarum et fluorum. Hoc autem, quod corpora luci obiecta cognoſcamus per glaciem Mariae, ſecus ac ea, quae immediate a radiis lucis colluſtrari nequeunt, ſatis ſuperque oſtendit, perſpicuitatem a ſola tenuitate partium oriri, adeoque eam, vt in vitro gemmisque, haud reciproca ſit, eſſe magis paſſiuam, quam actiuam, indeque fieri, quod noctu non ſcintillet, neque glacies ad feneſtras caldariorum conducat, ſolis quidem lumen transmittens, ſed nec reflectens, nec ſuſtentans, adeoque calorem haud augens, aptiſſima proinde aeſtiuo tempore ad frigidaria.

Witimenſis ergo Mariae glacies ea eſt, vnde maxima et optima illius copia in imperio Ruthenico habetur, e quo in omnes Europae Prouincias transfertur. Petro *Goiero* et *Kaiſero* in der Chineſiſchen Geſandſchafft tradentibus, ſinenſis quoque originis eſt. Quae ad Kirengam, ad Werchniia Angaram, in montibus Aralicis et circa Archangel prouenit, ea et copia differt et bonitate. Immatura tantum eſt, quam Germania exhibet, et ea ipſa circa Kaſanum cum ſulphure virgineo diaphana commixta deprehenditur, terra pinguiore, recipiendo acido aptiore, in ſulphurem concreſcente.

Vſus oeconomici quos glacies praeſtat, his in terris eminentiſſimi ſunt, breuiterque a PATRVO l. c. recenſiti. Sinenſes puluerem illius pro excitanda diaphoreſi cum vino propinant. In Sileſia olim contra epidemicas febres, eodem, vt puto, ſcopo adhibebatur, nunc vero penitus exoleuit.

Ab Ao. 1689. per mandata publica in Sibiria perquirere eam inceperunt, de quo, cui placet, saepius memoratum PATRVI itinerarium T. II. p. 328. ſqq. euoluendum eſt.

DE-

DESCRIPTIO
TVBVLARIAE FVNGOSAE
PROPE WOLODIMERVM MENSE IVLIO 1768. OBSERVATAE.

Auctore

P. S. PALLAS.

Zoophyta aquarum dulcium, Hydrae, (*Polypes à bras*) Brachioni (*Polypes en bouquet*), Tubulariae (*Polypes à panaches*), hucusque obſeruata, minutiſſima omnia deprehenſa ſunt et tenerrima. Vt Brachionos, imperceptibilem paene exercitum nunc taceam, quem Lynceus ROESELIVS Zoologiae ſignis integrum ſubiecit; quis Tubularias lacuſtres neſcit etiam tenerrimis inter marinas ſoliditate haud eſſe pares, Hydris autem nil fere dari mollius aut magis fluxum. Si quis dixerit, marina ſolidiora ideo a Natura inſtituta fuiſſe, vt inquieti oceani fluctibus melius reſiſterent, is non cogitat multo maioris molis animalia marina, Meduſas natantes, et adfixas rupibus Actinias, moliſſimam ſuam in tempeſtuoſo elemento tueri ſubſtantiam. Deinde vero in tranquillo fluuii mediterranei ſinu quare Natura Tubulariam, quam hic breuiter et fugitiuo, vt itineratori licet, calamo deſcripturus ſum, adeo inſi-

gnem in maſſam auxit et ſolidauit, vt Alcyonia marina fere ſuperet. Et omnino quidem tantum et tale Zoophyton, quod mecum gnari omnes mirabuntur, in aquis dulcibus nunquam expectaſſem. Inventor huius Tubulariae nominandus mihi eſt vnus e ſtudioſis meis. Nicetas Sokolof, qui aliquot illius ſpecimina d. 19. Iul. quum extra vrbem, comite vno e ſtudioſis Dn. LEPECHIN M. D. et Acad. Adiuncti, (cuius mihi in hac vrbe per aliquot dies ſocietati frui licuit), deambulaſſet, curioſe adtulit. Percepi ſtatim aliquid noui eſſe et a Badiaga ſ. ſpongia fluuiatili diuerſiſſimam ſubſtantiam; ideoque ad locum, vbi reperta narrabat illa ſpecimina, ſine mora me contuli, comite etiam mox laudato Dn. LEPECHIN, qui tunc abitum iamiam parabat. In ſpeciminibus recens aqua extractis et vitro aqua pleno impoſitis illico animaduerti veſiculas e ſingulo fere poro albidas, ſimillimas iis, quibus polypi *Tubulariae coralloidis* aut *gelatinoſae* a ROESELIO et TREMBLEIO deſcriptarum, ſeſe produnt, quando tubulis primo exſeri occipiunt. Ex harum facie, et ſubſtantiae totius quadam cum maioribus glomerulis *Tubulariae coralloidis*, quorum in *Elencho Zoophytorum* mentionem feci, ſimilitudine, concluſi nouiter detectam hancce ſubſtantiam affinem eſſe huic ipſi Tub. coralloidi, magnitudine tamen glomerum et creſcendi modo diuerſiſſimam. Neque fefellit expectatio; requieta enim aqua prodiere tandem ipſa plumoſa, vt infra dicetur, Polyporum

porum Capitula, iis omnino ſimilia, quibus reliquae aquarum dulcium Tubulariae floreſcunt.

Detecta autem fuit *Tubularia Fungoſa*, (quam ſic ob ſubſtantiam ſpongiis ſuberoſis ſubſimilem iure appellari poſſe credo), in ſtagno quodam, via vltra tres quatuorue paſſim pedes vllibi profundo, quod ſeptingentis fere ab vrbe Wolodimero, verſus auſtrum, paſſibus, in Klasmam fluuium, qui inde facta quaſi inſula ad ipſam vrbem tendit, effunditur, magnisque ambagibus, per limoſum primo ſolum, et inter cliuos tandem arenoſos ſeſe extendit, fluuio, quam lacui ſimilior. Vocatur hocce ſtagnum ab vrbanis (старица) *Stariza*, diciturque olim flumen hunc ipſum curſum tenuiſſe, quem poſtea rectiori via direxit, ita vt ſuperius antiqui ſinus oſtium, ventorum vt videtur effectu, harena late nunc obrutum ſit, et in ſtagnum totus ille aquarum tractus abierit.

Fundus ſtagni in loco inferiori maximam partem limo molli conſtat, et imprimis luxuriat Tubularia Fungoſa, vbi limus abundat; in ſuperiore ſtagni loco arenoſo, et in ipſo fluuio ne vnum quidem eius ſpecimen inuenire potui. Aqua ſtagni tranquilla eſt, neque renouatur, niſi quum ventus e flumine impellit, aut collectam relaxat aquam. A ſole praeterea ſemper tepidula eſt, neque inclementiore tempeſtate, vt in ipſo flumine friget. Habitant in ſtagno Lucii, Cyprini varii, Idus nempe, Rutilus, Naſus, Orſus, Ieſes; Cancri etiam paſſim, Oniſci

Oniſci aquatici, Nepae, Dytiſci varii occurrunt. Laruae rubrae Tipulae plumoſae atque littoralis, Ephemerae etiam paruulae, magnaque vis minutarum Hirundinum, depreſſarum, et praeter creberrimas rugas ſemini Pſyllii ſimillimarum, in ipſis Tubulariae noſtrae glomis abundat. Mytuli anatini porro, Helices viuipari et limoſi, et Tellina cornea crebra adſunt, et Laros, Anates atque Scolopaces varias adliciunt. Obſeruaui etiam paſſim Hydram vulgarem, Brachionum campanulatum mucoris inſtar antiquioris Tubulariae noſtrae maſſas obducentem, et Brachionum ſocialem adhaerentem ſoliis Potamogetonis ſerrati, quod cum Chara vulgari, Myriophyllo ſpicato, Trapa natante, Alismate natante et Callitriche verna plurimum in ſtagno creſcit. Singularem Acari aquatici ſpeciem, arenula paulo maiorem, et longis piloſisque pedibus egregie natantem, quae frequentiſſimus pariter, nec adhuc deſcriptus ſtagni hoſpes eſt, in Tabula obiter delineandum curaui
Tab XIV. Fig. 7. (fig. 7.). Maxima denique in limoſis ſtagni locis eſt copia ſpongiae fluuiatilis, quae hic, vt in aquis tranquillis omnibus, ramis craſſioribus, conico ſubulatis, erectis luxuriat, truncis antiquis limo demerſis ſuſtentata, vel mytulis, quos cruſta obducit, innata.

Tubulariae noſtrae in locis ſtagni limoſis tanta eſt copia, vt plauſtrum ea facile onerari poſſit. Innumerae *maſſae* Helici viuiparo circumcretae, *haemiſphaericae* partim, partim *agariciformes*, in ſuperficie

ficie anfractuoſae ſiue tuberculatae, longeque plures in mytulorum extremitate ilia, quae extra limum prominet, luxuriantes, *oblongae*, craſſiſſimae occurrunt. Priorum ſpecimen paruulum diſſectum et integrum aliud fig. 4. 5. expreſſi, poſteriorum inſignius vnum fig. 3. a latere ſiſtit. Nonniſi bina inueni ſpecimina, quae circa ligni putridi fruſtulum, ea ſpecie, quam fig. 2. imitatur, excreuerant. Mytuli in quibus huiusmodi maiores maſſae reperiuntur, fere omnes vacui ſunt; at vero Helices, quantumuis magno glomere onerati, vix non omnes vigent, ſed in limo demerſi, captiui quaſi pondere, medio in alimento retinentur. Fig. 3. 4. 5. Fig. 2.

Maſſae omnes verſus baſin, cui circumcreſcunt, laeues ſunt, ſuperne tuberibus inaequales et hiulcae. Minores tamen aequabiliores ſunt, et pleraeque tota ſuperficie polypis vigent; cum contra maiorum pauciſſimae reperiantur, quarum non bona pars, et ſaepe maxima emortua, imo ſemicorrupta ſit. Dum aqua repletae ſunt maſſae, e viridifuſco nigreſcunt, ſunt molles, ſpongiaeque maceratae inſtar, facile manu comprimuntur et conquaſſantur; neque tunc ad recuperandam formam ſatis elaſticitatis habent. Corruptae ſunt molliſſimae, manibusque tractatae dilabuntur. Siccatae autem omnes duritiem inter ſuber et ſpongias marinas ſiccatas mediam, et colorem quoque ſuberis aut ſpongiae ſordidiorem gryſeum induunt. Maiori etiam tunc elaſticitate gaudent, facile tamen ſecundum fibrarum vel tubulo-

 rum

rum directionem diffringendae. Interior tamen et tunc ſubſtantia multo eſt mollior, et alburni plantarum ad ſpeciem facile comprimenda.

Fig. 4. Diffractarum maſſarum omnis ſubſtantia compoſita apparet ex innumeris tubulis corneo-fuſcis, a baſi, cui maſſa increſcit, recta adſcendentibus, vix flexuoſis, verum ſubramoſis, conſertiſſimis et conglutinatis. Oriuntur hi tubuli e ſurculis (Fig.
Fig. 6. 6.) reptantibus mytulorum vel cochlearum ſuperficiei adglutinatis, qui primum quaſi maſſarum primordium, et ſimillimi ſunt ſurculis, quibus *Tubularia coralloides* a ROESELIO deſcripta in ſuperficie plantarum paluſtrium reptitat. Inueni hanc Tubulariam coralloidem in foſſis olim prope Goettingam et in lacu ſubſalſo Rakanienſi, prope Brillam Belgii adeo craſſa et denſa cruſta, e contextis ramulis, obducentem ligna atque ſaxa, vt minori gradu *Tubulariam Fungoſam* referret. Nollem tamen ideo adfirmare, hanc noſtram prioris eſſe varietatem luxuriantem; nimis enim conſtans noſtrae eſt creſcendi modus, multoque ſolidior ſubſtantia; neque reptantes eius tubulos in plantis ſtagni deſcripti vllos inueni, ſed collectam ſemper in glomeres, conchylia fere ſola ſungoidea cruſta obuoluentes.

Tubuli in maſſis ita denſi ſunt, vt compreſſi ad inuicem quaſi angulati euadant, vnde ſuperficiales quoque *pori* fauum ſubtiliſſimum referunt, plerique pentagoni vel ſexangulati.

E ſingulo ſuperficiei poro effloreſcit *polypus*, plane non diſtinguendus ab iis, quos TREMBLEIVS nomine *chriſtatorum* (Polypes à panaches) et ROESELIVS *pennatorum* titulo (Federbuſch - polypen) delinearunt. Quando maſſam polypis ſuis inſtructam in phiala aqua plena, loco quieto repoſui, apparebat primo in quolibet poro quaſi *veſicula* albido - pellucida, obtuſa, nucleo albido, magis opaco notata. Hae veſiculae ſenſim magis et magis protuberabant, tandemque *cylindri* truncati in ſpeciem apertae emittebant *polypum* lunatum, *radiis* tenerrimis, patentibus, ſubreflexis, circiter 36, pectinatum; qui forma a TREMBLEII et ROESELII figuris egregiis ne hilum differre videbatur. Magis tamen torpidi ſunt hi polypi, neque vt deſcripti ab iſtis ad minimum quemlibet motum retrahere criſtam ſolent, imo ſaepe, ex vno vaſculo celeriter in alterum aqua repletum translata maſſa, exſerti manent; tacti tamen telo ocyus in tubulum redeunt. Fig. 1. a. b. c.

Laceratis maſſis copioſe in aquam enatant *granula* depreſſa, oualia, duriuſcula, opaca, fuſco - nigra, analoga illis, quae etiam in *Tubularia coralloide* et *gelatinoſa* obſeruantur. Huiusmodi etiam integri polypi in aqua diu relicti, ſed parcius ſenſim excernunt granula; quae an ouula dicenda ſint, ego hoc loco diſputare nolo: excrementa certe ob nimis regularem formam, et conſiſtentiam duriuſculam, vix eſſe dixerim.

Cccc 2 Sub-

Subſtantia maſſarum, quae ſatis tenax eſt, ſi contra tubulorum directionem lacerare tentes, tamen in quaedam quaſi ſtrata diſcerpi poteſt, adeoque tunicatim creſcere videtur; quod clarius in putreſcentibus maſſis apparet. Et hoc ſane momentum analogiam ſtructurae ſummam prodit Tubulariae noſtrae fungoidis, cum *Fungitis* vulgo dictis petrefactis, ſtriatis, per ſtrata quaſi tunicatis et in ſuperficie anguloſe poroſis, qui in lapidem corneum vel pyromachum cinereo flaueſcentem mutati in agris per Europam paſſim leguntur, et a me inſigni nuper copia, praecipuaque mole pariter ac pulchritudine in arido campo prope monaſterium S. Nicolai ad Twerzam fluuium lecti fuere. Non quidem ideo dixerim petrefacta illa eſſe noſtrae Tubulariae, quanquam et haec ſententia multis forte arridebit; ſed ſimile debet eſſe Zoophyton marinum, cui originem ſuam fungitae illi, qui aliis teſtaceis et coralliis marinis immixti reperiuntur, debent. Qua de re alio loco fuſius agere animus mihi eſt. Dab. Wolodimero d. 27. Iul. MDCCLXVIII.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

ANIMADVERSIONES
IN SVPPLEMENTVM CEL. *PINGRE* AD DISSERTATIONEM EIVS DE PARALLAXI SOLIS.

Auctore

STEPHANO RVMOVSKY.

In Volumine LIV. Tranſactionum Societatis Londinenſis in annum 1764. edito pag. 152. legitur ſupplementum Cel. *Pingre* ad diſſertationem eius de parallaxi Solis, Commentariis Academiae Scientiarum Pariſinae inſertam: vbi inter caetera conſtituta Longitudine vrbis Selenginsk a meridiano Pariſino verſus ortum $6^h.57'.50''$ maiori ſc. $36''$. ac ego ex obſeruationibus meis deduxeram, aſſerit obſeruationem Veneris Selenginski inſtitutam, collatam cum obſeruatione Rodriguenſi parallaxin Solis itidem praebere $10'',1$. Cum vero non niſi ob auctam Longitudinem huius loci tantam Solis parallaxin Cel. *Pingre* obtinuerit, e re eſſe iudicaui rationes, quibus ſtatuta ab ipſo Longitudo vrbis Selenginsk innititur, examini ſubiicere.

Immerſiones, ait Cel. *Pingre*, I et II Satellitis Iouis Selenginski obſeruatas praebere Longitudinem illius $6^b.57'.13''$. $6^b.57'.21''$. $6^b.58'.31''$ inſtituta comparatione obſeruationum mearum cum Tabulis

bulis correctis per obſeruationes Pariſiis et ad Caput Bonae Spei captis, nec non habita ratione diuerſitatis tuborum.

In inueſtigatione parallaxeos Solis, quae anno 1764. typis euulgata eſt, oſtendi quantam obſeruationes Satellitum Iouis a me in vrbe Selenginsk inſtitutae praebeant illius Longitudinem. Immerſio II die $\frac{20}{31}$. Iulii obſeruata $14^h.58'.35''$ dat $6^h.57'.17''$ Immerſio I. die $\frac{14}{25}$. Aug. obſeruata $10^h.46'.24''$ dat $6^h.56'.39''$. Ex Immerſione II. Sat. eadem die obſeruata inuenio $6^h.57'.21''$ et denique Immerſio I. Sat. die $\frac{21.}{1.}\frac{Aug.}{Sept.}$ obſeruata $12^h.43'.9''$, quam Dnus. *Pingre* ignorare poterat, quia non comparet illa in expoſitione obſeruationum Selenginski habitarum, dat Longitudinem $6^h.57'.0''$.

Omnia haec fuſe perſecutus ſum in inueſtigatione mea parallaxeos Solis, neque perſpicio, qua ratione alia et tanta Longitudo ex obſeruationibus Satellitum, praeſertim ex Immerſione II. die 14. Aug. obſeruata elici poſſit. Vnum eſt, quod ſuſpicari licet, quod nempe Cel. *Pingre* alias et mihi ignotas cum meis comparauerit, vel ad corrigendas Tabulas adhibuerit obſeruationes.

Ex occultatione φ ſagittarii a Luna die $\frac{4}{15}$. Iulii $11^h.24'.51''$ Selenginski obſeruata, Longitudinem huius loci paucis ſecundis diuerſam eruo a determinatione Dni. *Pingre*. Ille inuenit $6^h.57'.21\frac{1}{2}''$ ego vero eandem reperio $6^h.57'.13''$. Exigua, quae

quae hic cernitur, differentia vix meretur, vt in cenſum veniat.

Peruenio nunc ad determinationem differentiae meridianorum ex obſeruatione Eclipſeos Solis die $\frac{25.\ Maii}{5.\ Iunii}$ Selenginski habita, quae collata cum obſeruatione Tobolii et Caianeburgi inſtituta, iuxta Cel. *Pingre* differentiam medianorum inter Selenginsk et Caianeburg dat $5^h.16'.41\frac{1}{2}''$, inter Selenginsk et Tobolsk $2^h.34'.30''$, conſequenter $6^h.58'.22''$ inter Selenginsk et Lutetiam Pariſiorum.

Cel. *Pingre* procul dubio computum ſuum, ex quo Longitudinem iſtam adeptus eſt, inſtruxit, aſſumtis pro baſi iis, quae in Commentariis Pariſinis in annum 1761. editis pag. 434 et 435. de Eclipſi hac diſſeruit. Ne vero ad manus habere Tomum hunc neceſſe ſit, liceat mihi ea, quae ille de Eclipſi hac commentatus eſt, ex diſſertatione illius depromta et latino idiomate donata hic inſerere.

„Dnus. *Plammannus* obſeruauit Caianeburgi ſub „Latitudine $64°.13'.30''$ finem et plures alias phaſes huius Eclipſeos. Ecce obſeruationes, quas „ſelegi ad mutuam earum comparationem inſti„tuendam

I $14^h.53'.50''$ t. v. Diſtantia limborum Solis et Lunae $10'.14''$, cui ad corrigendum effectum refractionis addenda ſunt $21'',8$.

II	15^h. 1.′42″	Eadem diſtantia 7′.0″, correctio a refractione oriunda + 14″,0.
III	15. 3. 59	Eadem diſtantia 6′.55″. Correctio a refractione profecta + 13″.4.
IV	15. 6. 6	Diſtantia 6′.53″. Corr. + 13″.
	15. 52. 27	Finis.

„Ex obſeruatione ſolius Immerſionis primi „Satellitis Iouis die 8. Sept. Caianeburgi inſtituta „9^h.23′.40″ et eadem die Viennae a P. Hell 8^h. „37′.45″ obſeruata, credidi me Longitudinem Ca„ianeburgi ſtatuere poſſe 1^h.41′.5″ a meridiano „Pariſino verſus ortum. Facta hac poſitione, ſta„tuta figura Telluris ad polos compreſſa, motum „horarium Lunae apparentem in Longitudinem ac „Latitudinem ſumendo ex Tabulis *Maieri*, motum „Solis ex Tabulis de *la Caille*, parallaxin Lunae „deducendo ex formula ſupra relata, et reducendo „illam per methodum ibidem memoratam inuenio „combinando primam obſeruationem Dni. *Planmanni* „cum fine Eclipſeos, errorem Tabularum *Maieri* „in Longitudinem eſſe − 28″,1 et in Latitudinem „− 4″,2. Secunda obſeruatio eodem modo combi„nata errorem in Longitudinem dat − 36″,5 in „Latitudinem + 17″,7. Tertia in Longitudinem „praebet − 30″,8 in Latitudinem + 3″,25, deni„que iuxta quartam error in Longitudinem eſt „− 30″,8 et error in Latitudinem + 2″,85. Vl-

„timas

„timas binas determinationes amplector 1) quia il-
„lae concordant, 2) quia ex illis profluit conſecta-
„rium, quod tenet medium inter duo reliqua 3)
„quia ob diſtantiam limborum tunc parum varian-
„tem, obſeruator maiori cum praeciſione eas capere
„potuit 4) quia ob maiorem tunc Solis ſupra hori-
„zontem altitudinem incertitudo a refractione pro-
„manans diminuebatur, et contra certitudo augeba-
„tur. Conſtituo itaque tempore huius Eclipſeos
„Tabulas Lunares *Maieri* Longitudinem Lunae prae-
„bere 30″,9 iuſto occidentaliorem, et latitudinem
„3″, iuſto borealiorem. Corrigo hunc in modum
„tabulas, et inuenio calculum alias non poſſe con-
„cordare cum obſeruatione Toboliensi, niſi vrbs iſta
„orientalior $2^h.42'.11\frac{1}{2}''$ ponatur Caianeburgo.

Incertam autem hanc eſſe errorum determinationem patet praeſertim ex eo, quod Cel. *Pingre* in indagatione illorum differentiam meridianorum Caianeburgi et Lutetiae Pariſiorum $1^h.41'5''$ aſſumſerit. Immerſio Caianeburgi die 8. Sept $9^h.23'.40''$ obſeruata, ſi conferatur cum obſeruatione eiusdem Immerſionis Pariſiis $7^h.42'.7''$ inſtituta, differentia meridianorum prodit $1^h.41'.33''$, quam confirmat Immerſio eiusdem Satellitis die $\frac{19}{30}$. Aug. obſeruata, ſiue illa conferatur cum obſeruatione Grenouici, ſiue ad Caput Bonae Spei inſtituta.

 Immer-

Immerſio I. Sat. Iouis $\frac{19}{30}$. Aug. obſeruata eſt

Caianeburgi	$12^h. 58'. 50''$		$12^h. 58'. 50'$ t. v.
ad Cap. B. S.	12. 21. 32.	Grenouici	11. 7. 58
Diff. merid.	37. 17		1. 50. 52
Long. Cap. B. S.	+ 1. 4. 15	Grenouici	— 9. 16
Long. Caian.	1. 41. 33		1. 41. 36.

His momentis inductus concludo Longitudinem Caianeburgi a meridiano Pariſino $1^h. 41'. 34''$ ſtatui debere, maiorem 26'' ac Cel. *Pingre* in computo ſuo aſſumſerat, erroresque Tabularum *Maieri* a Dno. *Pingre* erutos non omnimodam fidem mereri. Vt igitur conſtaret, quam diuerſi errores Tabularum prodituri ſint, ſi haec, quam nunc deduxi, et quae et Cel. *Wargentino* quam proxime ſtatuitur Longitudo Caianeburgi, in computo adhibeatur, combinaui finem Eclipſeos Caianeburgi cum fine Eclipſeos Tobolii obſeruato; et cum comparatio iſta ad diuerſas a Dni. *Pingre* deduxerit me concluſiones, reuocaui ad calculum Dni. *Planmanni* obſeruationes Caianeburgi habitas et ſupra relatas, quae omnia Academiae ſcripto hoc exponenda eſſe iudicaui.

DISQVISITIO.

Errorum Tabularum Lunarium Maieri ex obſeruatione Eclipſeos Solis Anno 1761. $\frac{23.\ Maii}{3.\ Iunii}$ inſtituta.

Differentia meridianorum Tobolii et Caianeburgi certiſſime concluditur ex introitu Veneris in diſcum

ſcum Solis. Vtrauis parallaxis Solis ſiue 8″,2 ſiue 10″,2 aſſumatur eadem fere eruitur differentia meridianorum horum locorum. Si parallaxis Solis aſſumatur 8″,2 Longitudo Tobolii a Caianeburgo inuenitur $2^h.42'.12''$; ſumta vero parallaxi Solis 10″,2 Longitudo obtinetur $2^h.42'.9''$. Quam ob rem Longitudinem Tobolii a meridiano Pariſino verſus ortum tuto $4^h.23'.44''$ ſtatui poſſe exiſtimaui. Quoniam mihi propoſitum fuit non ex fine tantum Eclipſeos Caianeburgi et Tobolii obſeruato, verum etiam ex aliis Dni *Plummanni* obſeruationibus errores Tabularum Lunarium inueſtigandi, quaeſiui loca Solis et Lunae ad ſequentia momenta, vt inde pro quouis alio loca illorum deduci poſſint.

1761 2. Iun.	13^h t m. Par.	$13^h.20'$	$13^h.40.$	14^h	$14^h.20'$
Long. med. ☉.	71. 40′. 50″	71°. 41′. 39″. 3	71°. 4′. 28″. 6	71°43′. 17″, 8	71°. 44′. 7″, 1
Long. ☉. vera	72. 32. 30, 7	72. 33. 18, 6	72. 34. 7, 0	72. 34. 54, 2	72. 35. 42
Semid. ☉.	15. 48, 7				15. 48, 9
aequat. temp.	— 2. 24, 5	vt ex vero	prodeat	medium	— 2. 24
Long. ☽ vera	72. 6. 38, 2	72. 19. 12, 5	72. 31. 46, 1	72. 44. 18, 8	71. 56. 51, 1
Lat. ☽ Bor.	1. 6. 27, 2	1. 7. 36, 3	1. 8. 44, 5	1. 9. 52, 8	1. 11. 0, 2
Parall. aequ.	61. 9, 2		61. 9, 6		61. 10
Diam. ☽ hor.	33. 21, 3		33. 21, 5		33. 21, 8

Laterculum hunc eo lubentius hic adiicio, vt ſi forte in computum error alicubi irrepſerit, facilius origo illius detegi poſſit.

Cum finis Eclipſeos Tobolii obſeruatus ſit $18^h.11'.8''$ t. v. Caianeburgi $15^h.52'.27''$ et Latitudines horum locorum a meridiano Pariſino verſus ortum ſint $4^h.23'.44''$ et $1^h.41'.34''$, momenta

ta obſernationum ad meridianum Pariſinum reducta fiunt $13^h.47'.24''$ et $14^h.10'.53''$, quae per aequationem temporis $-2'.24''$ in medium conuerſa prodeunt $13^h.45'\ 0''$, $14^h.8'.29''$. Ex laterculo itaque ſupra propoſito deducitur.

	ad $13^h.45'.\ 0''$	$14^h.\ 8'.29''$ t. m.
Long. Sol. vera	72°.34'.18'',8	72°.35'.14'',5
Semidiam. Solis	15. 48, 8	15. 49, 9
Longit. Lunae vera	72. 34. 54, 3	72. 49. 37, 9
Latitudo Lunae Bor.	1. 9. 1, 4	1. 10. 21, 2
Parall. Lunae aequ.	61. 9, 6	61. 9, 8
Semidiam. Lunae	16. 40, 8	16. 40, 9.

Statuta iam Latitudine Tobolii 58°.12'.12'', Caianeburgi 64°.13'.30'', obliquitate Eclipticae aſſumta 23°.28'.17'', parallaxi Solis 8'',5 computavi iuxta formulas *Maieri*, in quibus figurae quoque Telluris ſphaeroidicae ratio habetur, pro vtroque loco parallaxes Lunae in Longitudinem et Latitudinem. Computo peracto reperi

	Pro Tobolsk	Caianeburg
Parall. Lunae in long.	+26'. 1'',9	+15'.17'',1
Parall. Lunae in lat.	−50. 44, 4	−58. 18, 2
Long. Lunae apparens	73°.00'.56'',2	73° 4'.55''
Diff. long. Sol. et Lun.	26. 37, 4	29. 40, 3
Latit. Lunae appar.	18. 17, 0	12. 2,
Augment. ſemid. Lun.	6, 1	2, 2
Summa ſemidiam.	32'.35'',7	32'.32'.

Pona-

Ponatur nunc pro fine Eclipſeos differentia Longitudinum Tobolii viſa $=x$, et Latitudo Lunae apparens $=y$: differentia Longitudinum Caianeburgi viſa erit $=x+3'.\ 2'',9$ et Latitudo $=y-6'.15''$. Cum vero eo momento, quo finis Eclipſeos euenire apparebat, diſtantia centrorum aequalis eſſe debuerit ſummae ſemidiametrorum Solis et Lunae, quantitates x et y ita debent eſſe comparatae, vt ſit

$$xx+yy=(32'\ 35'',7)^2=(1955,7)^2 \text{ et}$$

$$xx+365,8x+33452,41+yy-750y+140625=(1952)^2.$$

Facta reſolutione harum aequationum obtinetur $x=1647'',6=27'.27'',6$; $y=1053'',7=17'.33'',7$. Ex obſeruatione ergo Caianeburgenſi collata cum obſeruatione Tobolii habita ſequitur peccare Tabulas in Longitudine in defectu $50'',2$ et in Latitudine in exceſſu $43'',3$. Inſtituamus nunc combinationem obſeruationis tertiae et quartae cum fine Eclipſeos Caianeburgi obſeruato, et videamus vtrum combinatio iſta eosdem an diuerſos ab iis, quos Cel. *Pingre* reperit, praebeat Tabularum errores, aſſumta Longitudine Caianeburgi $1^h.41'.34''$.

Momentum temporis $15^h.3'.59''$, quo diſtantia limborum apparens fuerat $7'\ 8'',4$ per aequationem temporis $-2'.24''$ in medium conuerſum, et ad meridianum Pariſinum reductum eſt $13^h.20'.1''$, pro quo reperitur Longitudo Solis $72°.33'.18'',6$ Longitudo Lunae vera $72°.19'.13'',1$ et Latitudo eius Borealis $1°.7'.36'',3$. Per *Maieri* formulas,

mulas, quibus conſtanter vſus ſum, parallaxis Lunae in Longitudinem inuenitur $+11',33'',5$ et parallaxis in Latitudinem $-59',33'',9$. Quare Longitudo Lunae apparens eſt $72°,30',46'',6$ et Latitudo $8',2'',4$. Aſſumto ſemidiametro Solis $15'.48'',7$, ſemidiametro Lunae $16',40'',7$ eiusque augmento $0'',9$ pro altitudine $3°\frac{1}{2}$ diſtantia centrorum apparens erit $= \frac{1}{2}$ diam. ☽ + diſt. limb. app. $- \frac{1}{2}$ diam. ☉ $= 8',1'',3$. Quodſi pro hoc temporis momento Longitudo Solis ponatur $= l$, Longitudo Lunae apparens $= x$ et Latitudo apparens $= y$, Longitudo Solis pro fine Eclipſeos Caianeburgi obſeruato erit $= l + 1',55'',9$ Longitudo Lunae apparens $= x + 34'.8'',4$ et Latitudo apparens $y + 3',59'',6$. Quare pro definiendis valoribus ipſorum x et y nanciſcemur ſequentes aequationes

$$(l-x)^2 + yy = (8'.\ 1'',3)^2 \text{ et}$$

$$(l-x-32',12'',5)^2 + (y+3',59'',6)^2 = (32'.\ 32'')^2$$

quarum reſolutio praebet $y = 467'',9 = 7'.\ 47'',9$ et $l-x = 113'',2 = 1'.\ 53'',2$: vnde concluditur error tabularum in Longitudinem in defectu $38'',8$ et in Latitudinem in exceſſu $14'',5$.

Similem in modum combinaui cum fine Eclipſeos quartam obſeruationem Dni. *Planmanni*, eamque vt ad calculum reuocarem reperi primum Longitudinem Solis huic tempori competentem $72°.33'.23'',7$ Longitudinem Lunae $72°.20'.32'',8$ parallaxin in Longitudinem $+11'.44'',5$. Latitudinem

Lunae

Lunae 1°. 7′. 42″, 5 parallaxin in Latitudinem − 59′ 31″, 3. Dein poſita vt antea Longitudine Solis $= l$, Longitudine Lunae apparente $= x$ et Latitudine apparente $= y$, Longitudo Solis pro fine Eclipſeos erit $= l + 1'. 50'', 8$; Longitudo Lunae apparens $= x + 32'. 37'', 7$ et Latitudo apparens $= y + 3'. 50'', 8$, ac tandem ſequentes aequationes reſoluendae obtinebuntur

$$(l - x)^2 + yy = (7'. 58'', 9)^2$$

$$(l - x - 30'. 46'', 9)^2 + (y + 3, 50'', 8)^2 = (1962)^2$$

Ex quibus deducitur $l - x = 27'', 3$ et $y = 476'', 9 = 7' 56'', 9$. Conſequenter error tabularum in Longitudinem eſt $- 39'', 1$ et error in Latitudinem $+ 14'', 3$.

Quanquam ex his abunde perſpici poſſit, errores, quales Cel. *Pingre* Tabulis tribuit, minime in illas quadrare; attamen quantum illae reuera a coelo tunc aberrauerint, cum certitudine vix pronunciari poteſt. Fine Eclipſeos Caianeburgi obſeruato ad exquirendos illarum errores nec *Pingre* ipſae dubitat, obſeruatio vero Tobolienſis ab Abbate *Chappe* pro perfecta exiſtimatur: Quare determinatio errorum ex combinatione hac reſultans magni ponderis foret exiſtimanda et procul dubio in computo adhibenda, niſi conſenſus errorum, qui prodiere ex combinatione binarum reliquarum obſeruationum, indicaret eorum quoque habendum eſſe rationem. Ne igitur plus alterutri determinationi tribuamus,

 tutiſſi-

tutiſſime nos acturos exiſtimo, ſi medium ex his determinationibus pro vero Tabularum errore ſpectemus, ſc. Tabulas Lunares *Maieri* in Longitudinem peccare in defectu 42″, 7 et in Latitudinem in exceſſu 24″, praeſertim cum ſimilis combinatio ſecundae obſeruationis *Planmamianae* hos ipſos quam proxime largiatur errores; in Longitudinem nempe -43″, 6 et in Latitudinem + 26″, 1.

Poſito itaque errore Tabularum in Longitudinem − 42″, 7 in Latitudinem + 24″, 1, differentia meridianorum Pariſienſis et Selenginskenſis inuenitur $6^h.57'.15''$, longe diuerſa ab ea, quae prodiret, ſi errores Tabularum a Cel. *Pingre* definiti in computum traherentur. Praeterea notari hic conueniet, vtramuis praecedentium determinationem aſſumere lubeat, nullatenus tanta Longitudo vrbis Selenginsk, quanta a *Pingre* ſtatuitur erui poterit. Facta ſuppoſitione, quod Tabulae peccent in Longitudinem in defectu 50″, 2 in Latitudinem in exceſſu 43″, 3. differentia meridianorum prodit $6^h.56'.43''$: poſito vero errore in Longitudinem − 38″, 9 in Latitudinem + 14″, 4, eadem obtinetur $6^h.57'.35''$. His omnibus in vnum collatis exiſtimo longitudinem vrbis Selenginsk, quanta a Cel. *Pingre* ſtatuitur minime veritati eſſe conſentaneam, atque ex obſeruatione Rodriguenſi collata cum Selenginskenſi parallaxin Solis 10″, 1 obtineri non poſſe.

OBSER-

OBSERVATIONES NONNVLLAE IN OBSERVATORIO IMPERIALI PETROPOLI HABITAE.

Auctore

STEPHANO RVMOVSKI.

OBSERVATIO Altitudinis Solis tempore ſolſtitii aeſtiui Anno 1763.

Motu penduli aſtronomici probe perſpecto, deduxi planum quadrantis tripedalis in talem ſitum, vt filum verticale micrometri quam minime diſtaret a plano meridiani. Quoties vero caepi altitudines Solis meridianas, annotaui appulſum vnius ex limbis ad filum verticale micrometri, atque ſic in qualibet obſeruatione conuictus euadebam, planum quadrantis tam parum a plano meridiani diſteтiſſe, vt error, ſi quis inde obſeruationibus ſeſe implicuerit, omnino ſit contemnendus, praeſertim cum ex tribus minimum ſemper obſeruationibus micrometro captis, et vix inter ſe differentibus concluſerim altitudines. Filo quadrantis e centro pendulo vnum idemque diuiſionis punctum nempe 53°. 50′ conſtanter quatiente ſequentes obſeruaui altitudines.

	Die $\frac{8}{19}$ Iun.	Die $\frac{9}{20}$ Iun.	Die $\frac{10}{21}$ Iun.	Die $\frac{11}{22}$ Iun.
Altit. limb. Bor.	53° 48′ 34″,7	53° 49′.19″,7	53° 49′.38″,[illegible]	53°.49′.27″,2
Error quadr.	− 1. 7, 1	− 1. 7, 1	− 1. 7, [illegible]	− 1. 7, 1
Alt. err. quad. corr.	53. 47. 27, 6	53. 48. 12, 6	53. 48. 31, 7	53. 48. 20, 1
Refr. parall.	− 45, 0	− 45, 1	− 45, 2	− 45, 1
Altitud. Correcta	53. 46. 42, 6	53. 47. 27, 5	53. 47. 46, 5	53. 47. 35, 0
$\frac{1}{2}$ Diam ☉'is.	− 15. 46, 8	− 15. 46, 8	− 15. 46, 8	− 15. 46, 8
Altit. Centr. ☉lis.	53. 30. 55, 8	53. 31. 40, 7	53. 31. 59, 7	53. 31 48, 2
Reductio	+ 55, 2	+ 14, 5	+ 0, 2	+ 10, 4
Altit. Solſtit.	53. 31. 51, 0	53. 31. 55, 2	53. 31. 59, 9	53. 31. 58, 6

Media itaque ex omnibus concluditur 53°. 31′. 56″, 2
Quodſi itaque obliquitatem Eclipticae
ſtatuamus huic tempore competentem 23. 28. 19, 0

prodibit complementum Alt. Poli Petr. 30°. 3′. 37″, 2
Et ipſa Poli altitudo - - - - 59. 56. 22, 8
Id quod optime concordat cum eo, quod ex obſeruationibus *Griſchouii* eodem quadrante inſtitutis deduxeram, pro vt videre eſt in ſummario diſſertationum Tomo VIII. Commentariorum praefixo.

Ex obſeruatis *Griſchouii* eidem Tomo inſertis patet, arcum huius quadrantis 90 graduum iuſtae eſſe magnitudinis. Quare cum purgato a ſordibus ante obſeruationes micrometro, fila illius in debitum ſitum reſtituiſſem, ſupererat tantum verificatio quadrantis ad horizontem inſtituenda, qua repetita reperi errorem quadrantis eſſe 1′. 7″, 1 ab altitutinibus obſeruatis ſubtrahendum. Mentionem huius rei ideo potiſſimum iniiciendam eſſe duxi, quod *Griſchouius* errorem eiusdem quadrantis 40″ circiter ſtatuerit.

OBSER-

OBSERVATIONES
Satellitum Iouis Anno 1766. habitae.

Poſtquam domicilium prope obſeruatorium ab Academia mihi conceſſum eſt, inuigilaui, quantum ſerenitas caeli aliaeque occupationes permittebant, obſeruationibus Aſtronomicis; ac pro certius definienda longitudine obſeruatorii ſequentes inſtituere hoc anno mihi licuit.

	Temp. horol.	Temp. verum
Die $\frac{21.\ Febr.}{4.\ Mart.}$ Ex altitudinibus Solis correſpondentibus meridies verus ad horologium a Charoſt elaboratum, moderatore Grahami et virga ebena inſtructum, quo in omnibus obſeruationibus vſus ſum, prodiit.	$11^h.55'.1'',2$	
Die $\frac{22.\ Febr.}{5.\ Mart.}$ Tnbo Gregoriano 24 pollices longo obſeruaui Emerſionem I. Sat. Iouis; Satellitem debili lumine ſplendentem conſpicere incipio	$9^h.41'.42''$	$9^h.45'.36''$
ſat clare conſpicio	41. 52	
Eodem ſplendore ac reliqui lucet	42. 44.	

	Temp. horol.	Temp. verum
Die ☽/12. Mart. Caelo ſereno eodem tubo obſeruaui Emerſionem I. Sat. Iouis.		
Satelles prodire videtur in conſpectum	11^h. 42′. 44″	11^h. 41′. 56″
Pleno fulgore radiat.	43. 23	

Occultatio Pleyadum a Luna.

Die ♃/15. Mart. Obſeruaui tranſitum Lunae per Pleyades tubo Dollondiano ſex pedes longo.		
Immerſio ſub limbum Lunae inſtantanea		
Seleno	11^h. 4′. 6″	11^h. 1′. 24″
Taygetae	4. 37½	1. 55½
l. k.	22. 25	19. 43
Maiae	24. 18	21. 36.

De emerſionibus obſeruandis ſollicitus non fui, quia illae ad limbum Lunae lucidum, et Luna ſupra horizontem nubibus inquinatum per paucos gradus eleuata contingere debebant.

Vt ex hac obſeruatione, ſi forte correſpondens alicubi fuerit inſtituta, minori impoſterum opera Longitudo obſeruatorii deduci poſſit, e re eſſe exiſtimaui obſeruationi huic tantiſper immorari ac non

non nulla elementa a me ſubducta hic apponere Aſſumta obliquitate Eclipticae e Tabulis *de la Caille* huic tempori competente 23°. 28′. 19″, 5, aſcenſionibus rectis et declinationibus ſtellarum a Luna tectarum ex Catalogo Ephemeridibus eiusdem pro annis 1765 - 1775 praefixo, quaeſiui earum Longitudines et Latitudines ad 1766 diem $\frac{4}{15}$. Mart. ac reperi

	Long. praec. corr.	Latitudinem
Seleno	56°. 10′. 14″, 5	4°. 20′. 14″, 7 Bor.
Taygetae	56. 18. 1, 8	4. 29. 32, 3
Maiae	56. 25. 14, 9	4. 22. 46, 3.

Correctio in Longitudinem ex nutatione oriunda omnibus communis reperitur +9″, 2 et ex aberratione −9″, 6. Correctio in Latitudinem ex aberratione oriunda itidem omnibus communis eſt +1″, 3.

Poſita differentia meridianorum Petropolitani et Pariſini 1^h. 52′, et aequatione temporis +9′, 1″. computaui locum Lunae iuxta Tabulas Maieri ad ſequentia momenta, non habita ratione nutationis.

Die $\frac{4}{15}$. Mart. ad Mer. Pariſ.	Longitudo Lunae	Latitudo Lunae Bor.	Parallaxis aequat.	Diameter Lunae
9^h. 0′. 59″. t. v.	56°. 36′. 31″, 2	5°. 13′. 54″, 3	55′. 51″, 2	30′. 28″
9. 10. 59	56. 41. 57, 5			
9. 20. 59	56. 47. 10	5. 13. 55, 8		
9. 30. 59	56. 52. 20, 9	5. 13. 56, 2	55. 50, 7	30. 27, 7

His

His datis nil niſi calculus parallaxium expediendus ſupererit.

	Temp. horol.	Temp. verum
Die $\frac{5}{16}$. Martii meridies verus ex altitudinibus Solis correſpondentibus eſt.	0^h. 3′. 1″,1	
vnde acceleratio horologii eſt 54″, 4.		
Die $\frac{10}{21}$. Mart. Obſeruaui Emerſionem I. Sat. Iouis, caelo optime ſereno, ſed Luna ſplendente et parum a Ioue diſtante; Satellitem conſpicere incipio.	8^h.15′. 3″	
Die $\frac{15}{26}$. Mart. Obſeruaui Emerſionem II. Sat. Iouis. Satelles prodire videtur in conſpectum.	10^h.44′.54″	10^h.34′. 3″
Die $\frac{16}{27}$. Meridies verus ex altitudinibus Solis correſpondentibus.	0^h.11′.15″,7	
Vnde acceleratio horologii ſupra diem ſolarem medium eruitur 1′.3″, 4. Horologium motu vniformi inceſſiſſe compertum habui ex obſeruationibus alio tempore captis, idemque ex mox referendis patebit. Cau-		

ſam

	Temp. horol.	Temp. verum
ſam ob quam hic tantam diffotmitatem oſtendat, indicare non valeo: in eruendo tamen tempore vero Emerſionis II. Sat. Iouis die 15. Mart. obſeruata tuto accelerationem 1′. 3″,4 ſtatui poſſe exiſtimaui; nam ducta in computum meridie nunc reperta, Emerſio iſta non niſi ad pauca ſecunda dubia euadit, ſiue haec ſiue illa acceleratio in computo adhibeatur. Aliter vero res ſe habet cum Emerſione I. Sat. die 10. Mart. obſeruata.		
Die $\frac{24.\ Mart.}{4.\ Apr.}$ Satelles I. emergere viſus eſt.	$12^h.18'.17''$	$12^h.\ 1'.37''$
Die $\frac{1}{12}$. April. Meridies verus ex altitudinibus Solis correſpondentibus - - -	$0^h.21'.33'',5$	
Vnde acceleratio colligitur $56'',4$		
Die $\frac{9}{20}$. April. Satellitem I. emergentem conſpicere incipio - - - - -	$10^h.50'.30''$	$10^h.23'.\ 9''$
Eundem ſat bene conſpicio.	50. 50	

 Die

	Temp. horol.	Temp. verum
Die $\frac{10}{21}$. Ex altitutinibus Solis correſpondentibus meridiem verum obtinui.	0^h.27$'$.52$''$,5	
Vnde acceleratio horologii reperitur 56$''$, 4.		
Die $\frac{16}{27}$. April. caelo admodum ſereno Sat. II. ex vmbra prodeuntem conſpicere incipio.	11^h. 3$'$.36$''$	10^h.30$'$.47$''$
Clare eundem lucere video	4. 17	
Eadem die obſeruaui Emerſionem I. Sat. Iouis Satellitem ex vmbra eluctari incipientem conſpicere videor.	12^h.52$'$.20$''$	12. 19. 38
Sat bene eundem conſpicio.	52. 52	
Alius idem phaenomenon tubo Dollondiano decem pedes longo obſeruans ſatellitem vidit prodeuntem.	12^h.52$'$.36	12. 19. 44
Die $\frac{17}{28}$. April captae ſunt altitudines Solis correſpondentes, ex quibus meridies verus prodiit	0^h.33$'$.15$''$	
et acceleratio horologii ſupra diem ſolarem medium 57$''$, 1.		

Die

	Temp. horol.	Temp. verum
Die $\frac{2}{13}$. Maii Emerſionem I. Satellitis in Diario obſeruatam fuiſſe reperio.	$11^h.23'.43''$	$10^h.37'.3''$.
Aſt momentum iſtud multum diſſentit a momento e Tabulis Wargentini elicito.		
Die $\frac{3}{14}$. Ex altitudinibus Solis correſpondentibus meridies verus repertus eſt	$0^h.47'.12'',5$	
vnde acceleratio horologii elicitur $57'',2$.		

OBSEVATIO
Eclipſeos Solis Die $\frac{25.\ Iulii}{5.\ Aug.}$ 1766.

Appropinquante Eclipſi Solis, quia horologium plus quam par eſt accelerabat, depreſſi aliquantum lentem penduli, ac die $\frac{24.\ Iulii}{4.\ Aug.}$ caepi altitudines Solis correſpondentes.

Ante merid.	Altit. ☉lis	Poſt merid.	Meridies.
$10^h.33'.20''$	$40°.20'$	$3^h.25'.\ 3''$	$12^h.59'.11''\frac{1}{2}$
34. $26\frac{1}{2}$		23. $57\frac{1}{2}$	59. $11\frac{1}{8}$
10. 36. $59\frac{1}{2}$	40. 40	3. 21. 24	59. $11\frac{3}{4}$
38. 8		20. 16	58. 12
10. 40. $39\frac{1}{2}$	41. 0	3. 17. 43	59. $11\frac{1}{4}$
41. $48\frac{1}{2}$		16. $34\frac{1}{2}$	12^h. 59. $11\frac{1}{2}$
Meridies medius			12. 59. 11.36'''
Correctio meridiei			+ 16. 7
Meridies verus			12. 59. 27.42

 Die

Die $\frac{25.\ Iulii}{5.\ Aug.}$ denuo caepi altitudines Solis correſpondentes.

Ante merid.	Alt. ☉lis.	Poſt merid.	Meridies.
$10^h.44'.9''$	$41°.0'.$	$3^h.15'.33''$	$12^h.59'.51''$
45. 17		14. 23	59. 50
10. 48. 1	41. 20	11. $40\frac{1}{2}$	59. $50\frac{3}{4}$
49. 12		10. 30	59. 51
10. 57. 9	42. 0	3. 2. 32	12. 59. $50\frac{1}{2}$
Meridies medius			$12.59.50.39'''$
Correct. meridiei			+ 16. 3
Meridies verus			$1^h.0'.6'.42'''$.

Obſeruationi Eclipſeos Solis, quae in hanc ipſam diem incidit caelum non adeo fauit. Cum horologium monſtraret $8^h.16'.40''$ vidi iam exiguam partem diſci ſolaris defeciſſe, ſic vt verum initium Eclipſeos Solis $10''$ aut $20''$ praeceſſiſſe aeſtimauerim, et cum per altitudines Solis correſpondentes pateat, horologii ſupra diem ſolarem medium accelerationem fuiſſe $44''\frac{1}{2}$ momentum obſeruatum ad verum tempus reductum ſit $7^h.15'.54''$.

FINIS.

INDEX DISSERTATIONVM.

Mathematica.

L. Euleri, Integratio aequationis etc. pag. 3.

Eiusdem, De arcubus curuarum aeque amplis eorumque comparatione pag. 17.

Eiusdem, Euolutio generalior formularum comparationi curuarum inſeruientium p. 42.

D. Bernoulli, De vſu algorithmi Infiniteſimalis in arte coniectandi pag. 87.

Eiusdem, De duratione media matrimoniorum, pro quacunque coniugum aetate, aliisque quaeſtionibus affinibus pag. 99.

Phyſico-Mathematica.

L. Euleri, Methodus facilis motus corporum coeleſtium vtcunque perturbatos ad rationem calculi aſtronomici reuocandi p. 129.

Eiusdem, Diſquiſitio de vera lege refractionis radiorum diuerſicolorum pag. 166.

Eiusdem, De nouo microſcopiorum genere ex ſex lentibus compoſito pag. 195.

Eiusdem, De teleſcopiis quatuor pluribusue lentibus inſtructis eorumque perfectione pag. 224.

I. A. Euleri, De rotatione ſolis circa axem ex motu macularum apparente determinanda pag. 273.

Phyſica.

I. A. Braun, De caloris communicationis exceptione phaenomena noua experimentis elicita, et explicationes pag. 289.

F. V. A. Aepini, De electricitate barometrorum disquiſitio pag. 303.

Eiusdem, Examen theoriae magneticae a celeberr. *Tob. Mayero* propoſitae pag. 325.

Eiusdem, Deſcriptio noui phaenomeni electrici detecti in chryſolitho ſiue Smaragdo braſilienſi pag. 351.

I. G.

I. G. Lehmann, De vitro foſſili naturali ſiue de achate Islandico pag. 356.

Eiusdem, De cupro et orichalco magnetico pag. 368.

Eiusdem, Specimen oryctographiae Stara-Ruſſienſis et lacus Ilmen pag. 391.

C. F. Wolff, De formatione inteſtinorum praecipue, tum et de amnio ſpurio, aliisque partibus embryonis gallinacei, nondum viſis, obſeruationes, in ouis incubatis inſtitutae pag. 403.

S. G. Gmelin, Obſeruationes et deſcriptiones botanicae pag. 508.

Eiusdem, De proprietatibus plantarum ex charactere botanico cognoſcendis pag. 522.

Eiusdem, De glacie mariae ruthenica pag. 549

P. S. Pallas, Deſcriptio tubulariae fungioſae prope Wolodimerum menſe Iulio 1768. obſeruatae pag. 565.

Aſtro-

Aſtronomica.

St. Rumovsky, Animaduerſiones in ſupplementum cel. *Pingre* ad diſſertationem eius de parallaxi ſolis pag. 575.

Eiusdem, Obſeruationes nonnullae in obſeruatorio Imperiali Petropoli habitae pag. 587.

Nov. Comment. Acad. Sc. Petropol. Tom. XII. Tab. I.



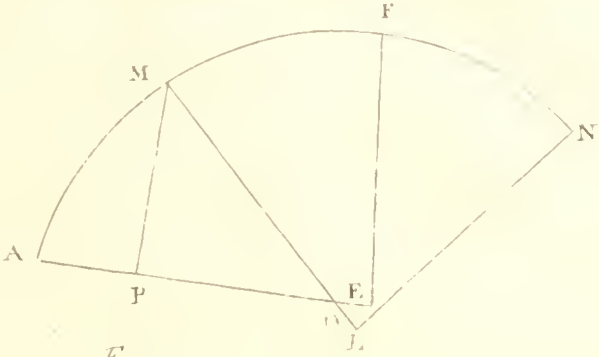
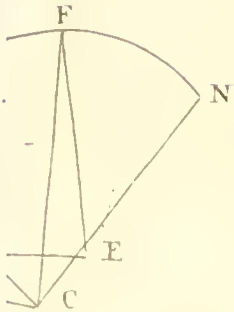


Fig. 2



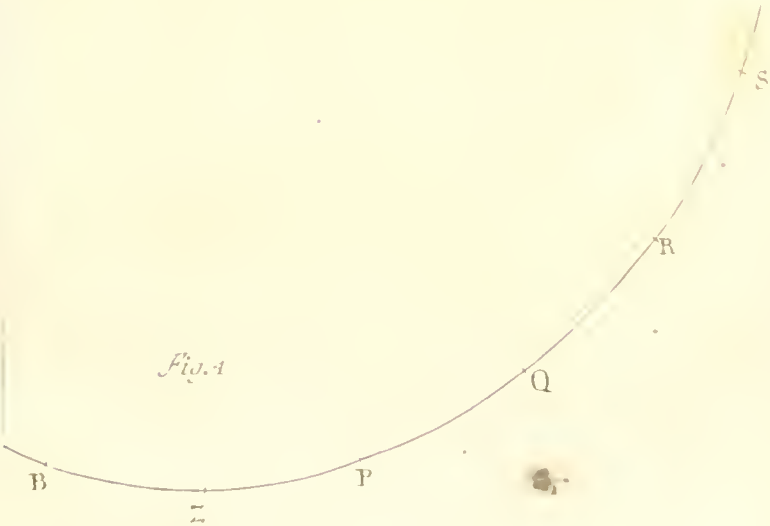


Fig. 1

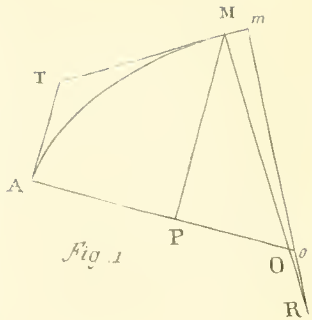


Fig. 1

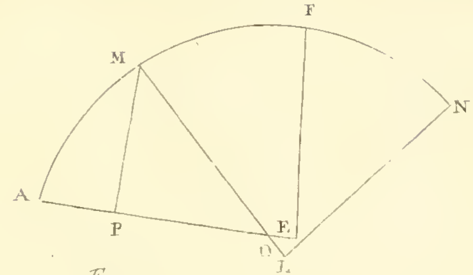
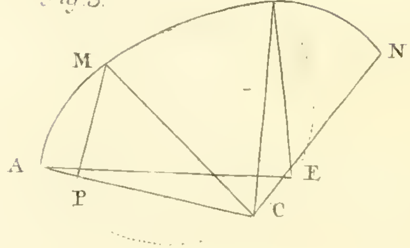


Fig. 2

Fig. 3



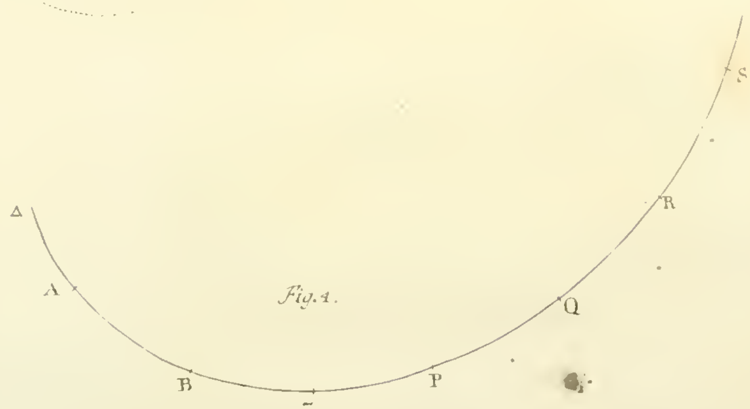


Fig. 4

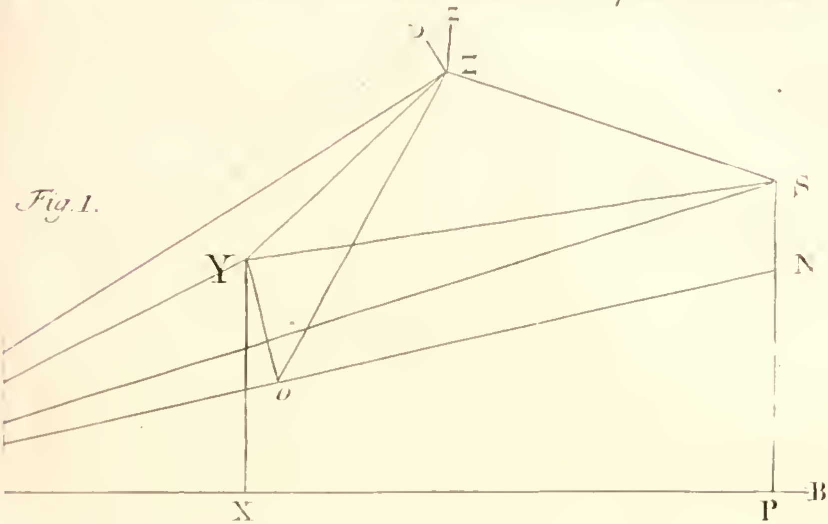


Fig. 1.

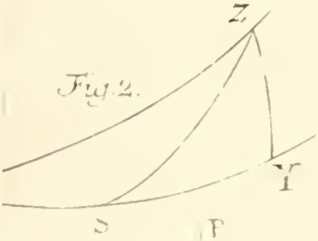


Fig. 2.

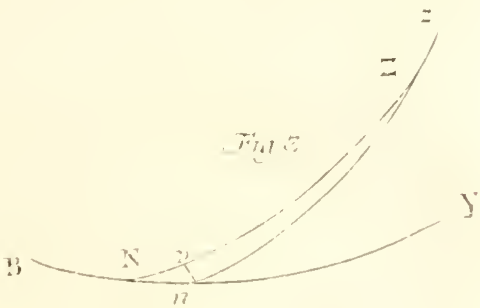


Fig. 3.

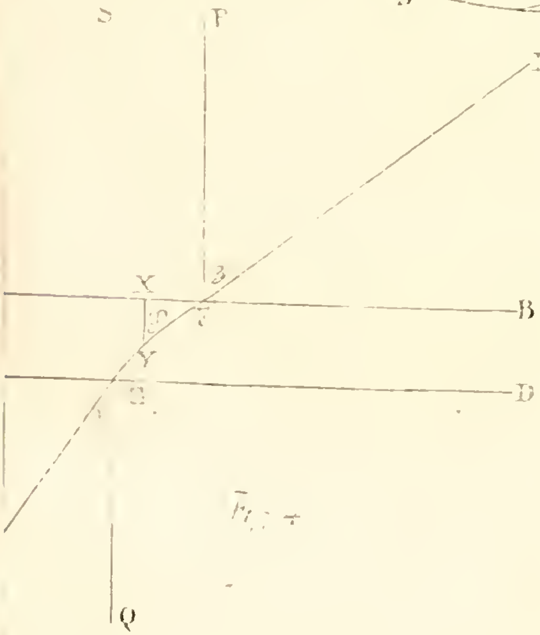


Fig. 4.

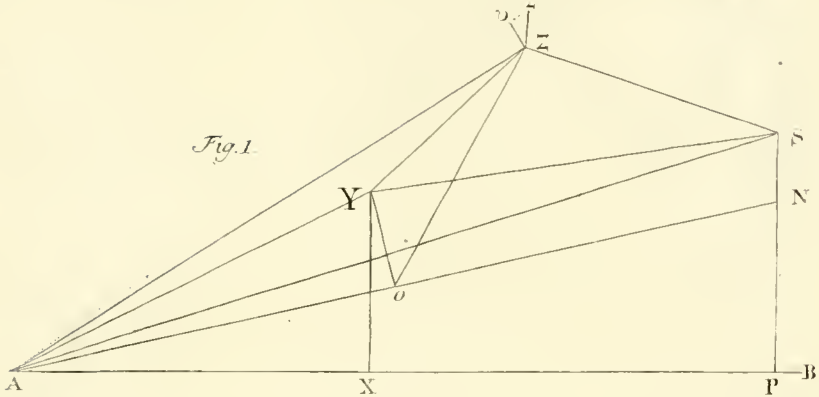


Fig. 1.

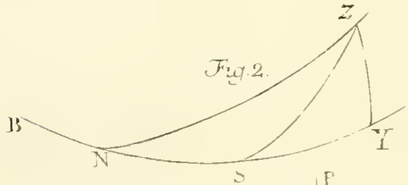


Fig. 2.

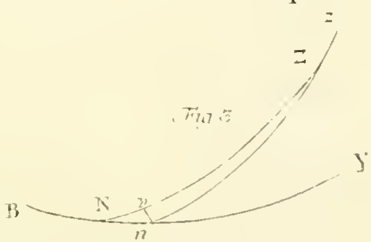


Fig. 3.

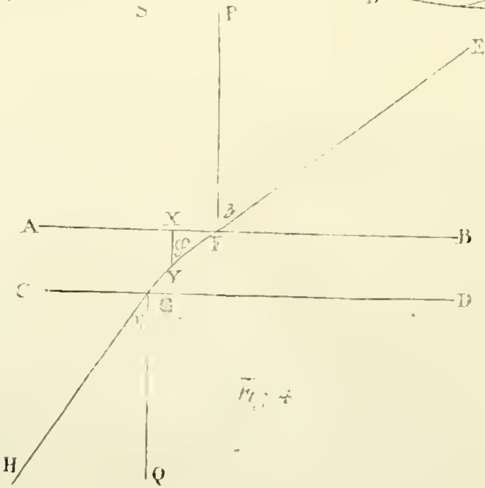
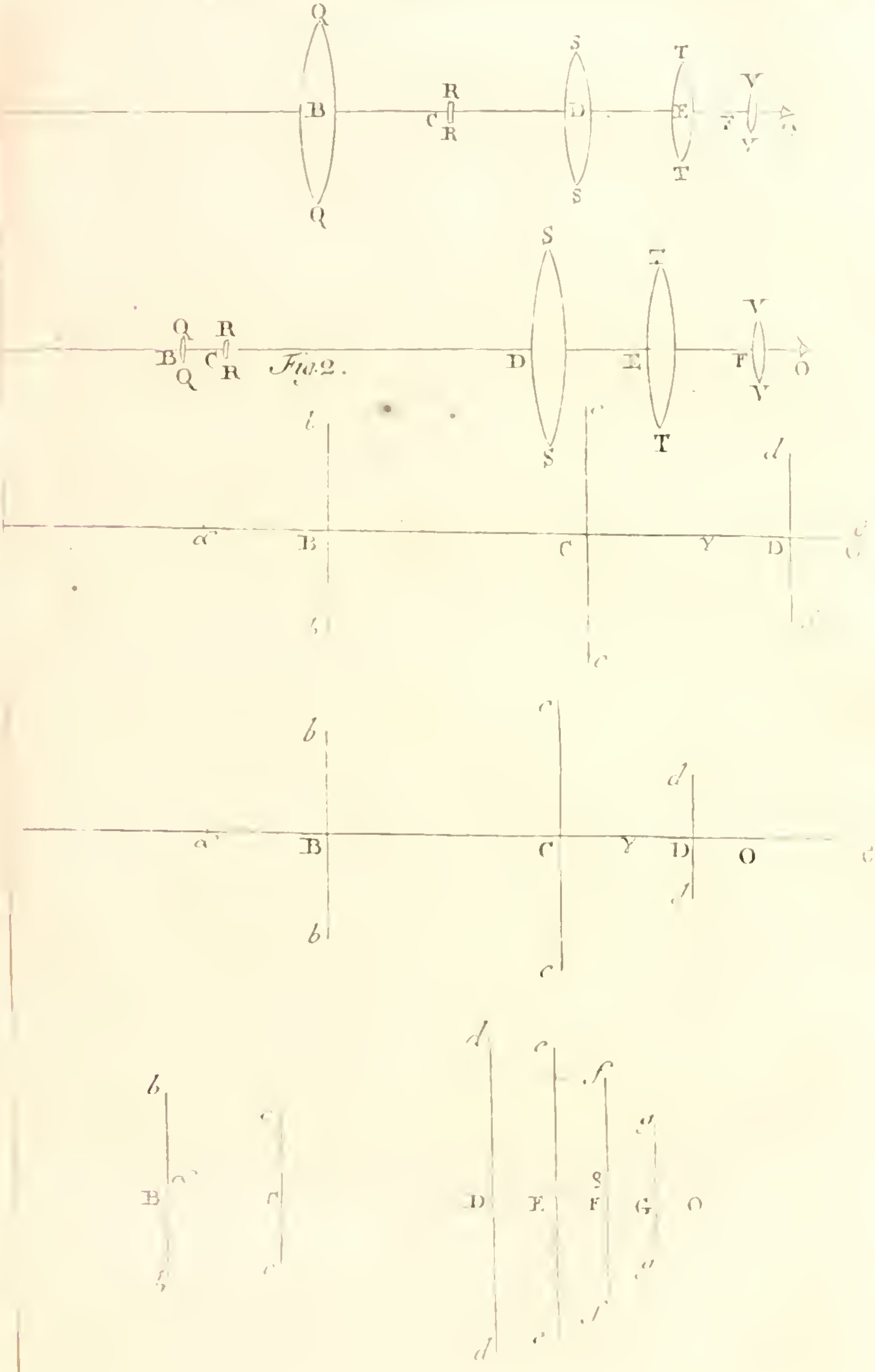
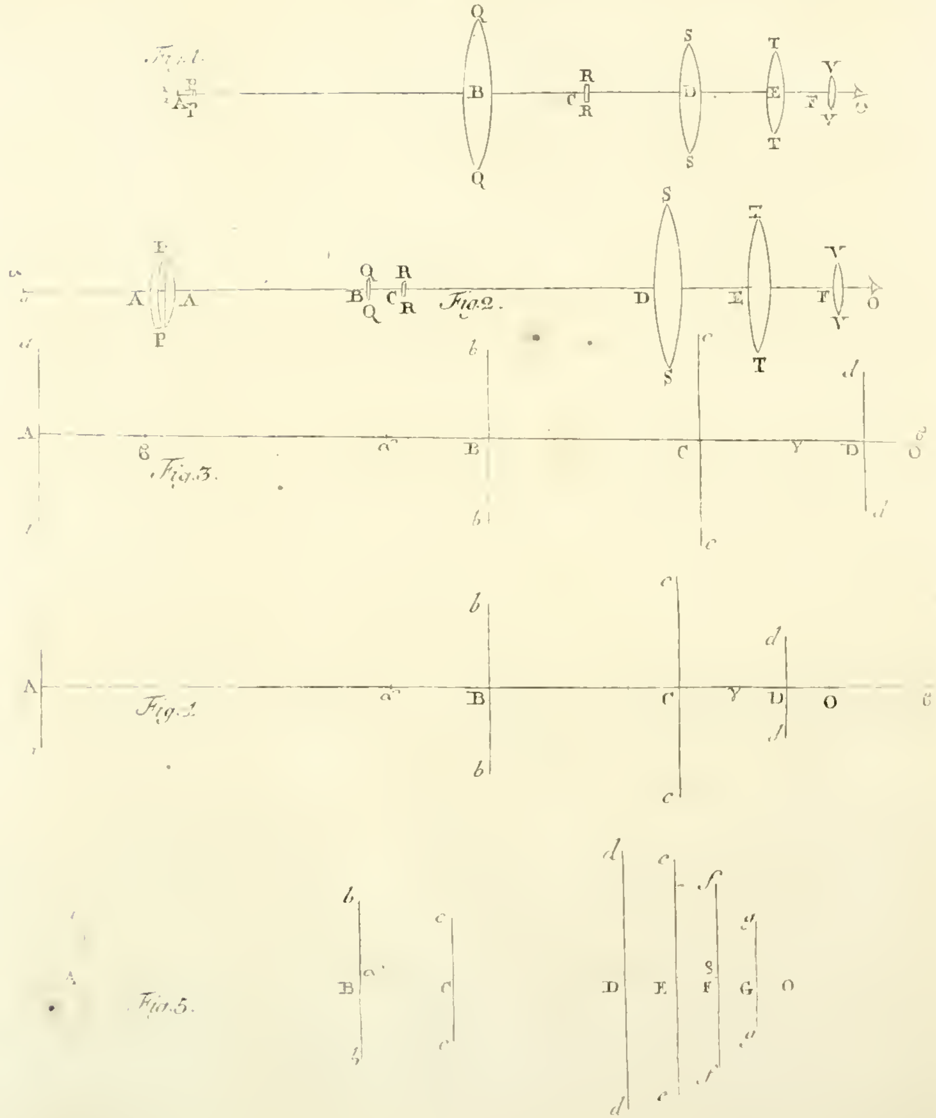
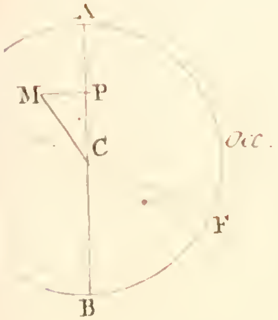


Fig. 4.


Q B Q R C R S D S T E T V F V
Q B Q R C R D S S E T T F V V O
Fig. 2.
b α B b c C c γ D d
b α B b c C c γ D d O
b B c C d D e E f F g G O


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 5.



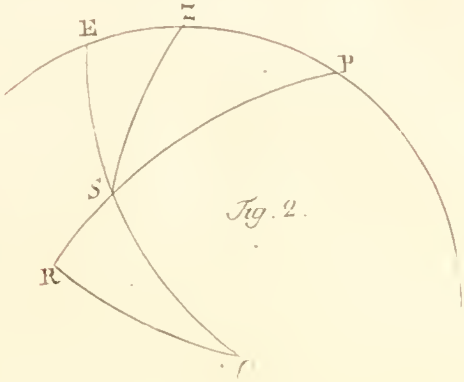


Fig. 2.

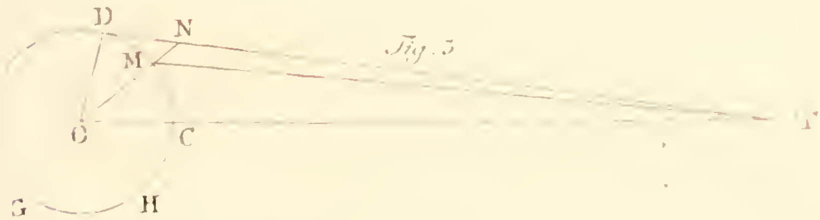


Fig. 3

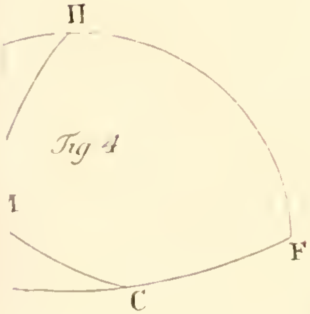
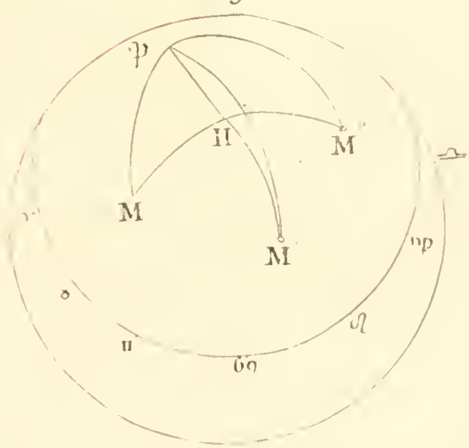


Fig. 4

Fig. 5.



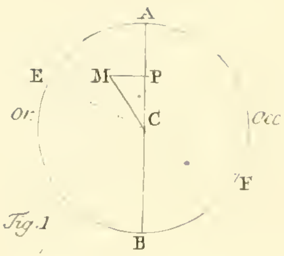


Fig. 1

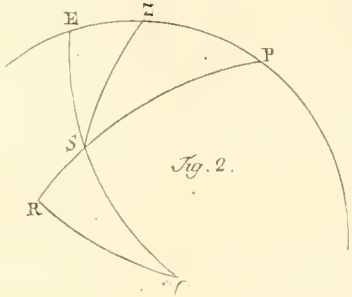


Fig. 2.



Fig. 3.

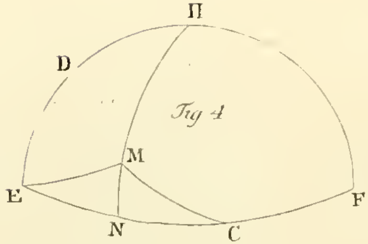
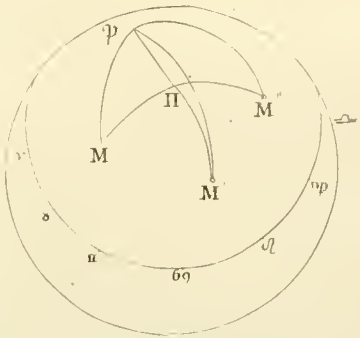
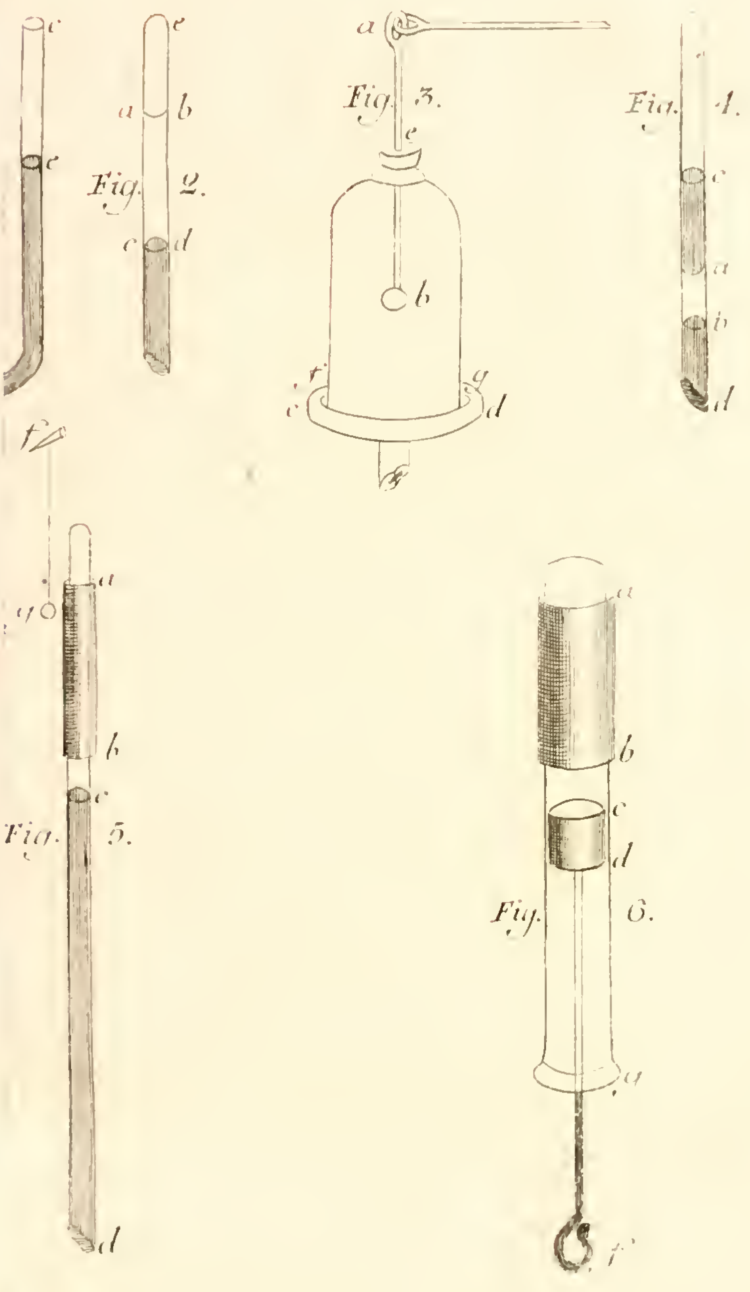


Fig. 4

Fig. 5




e
e
a b
Fig. 2.
c d
Fig. 3.
a
e
b
f g
c d
Fig. 4.
c
a
b
d
f
a
g
b
c
Fig. 5.
d
a
b
c
d
Fig. 6.
a
f

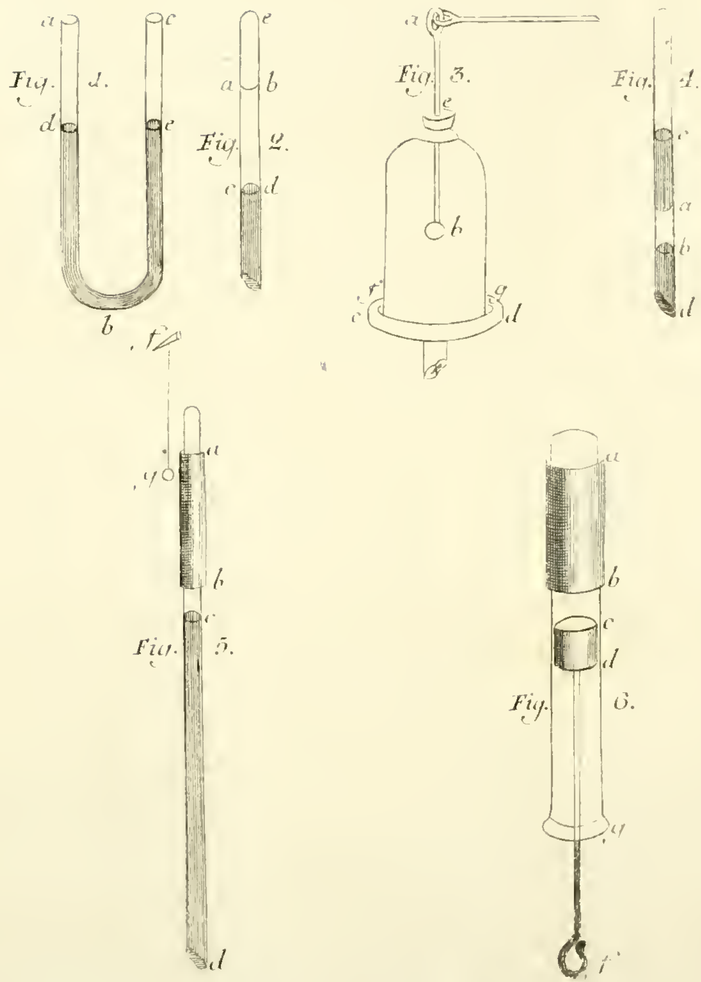

Fig. 1.
a
c
d
e
b
Fig. 2.
e
a
b
c
d
Fig. 3.
a
e
b
f
g
c
d
Fig. 4.
c
a
b
d
Fig. 5.
f
a
g
b
c
d
Fig. 6.
a
b
c
d
g
f



Fig. 2





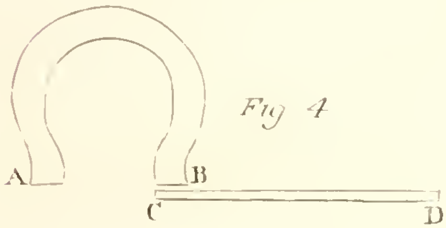


Fig 4

5



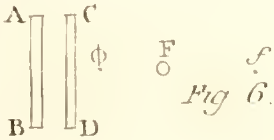


Fig 6.

Fig 7.

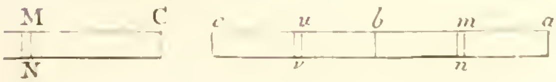






Fig. 8.

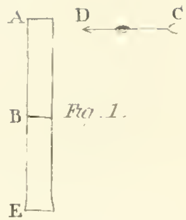


Fig. 1.

Fig. 2



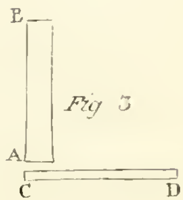


Fig 3

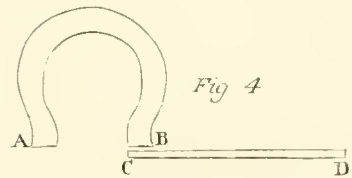
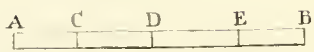


Fig 4

Fig 5



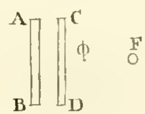
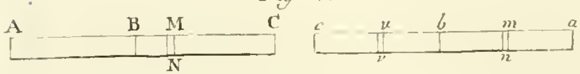


Fig 6.

Fig 7.



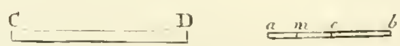


Fig. 8

Fig. 5.

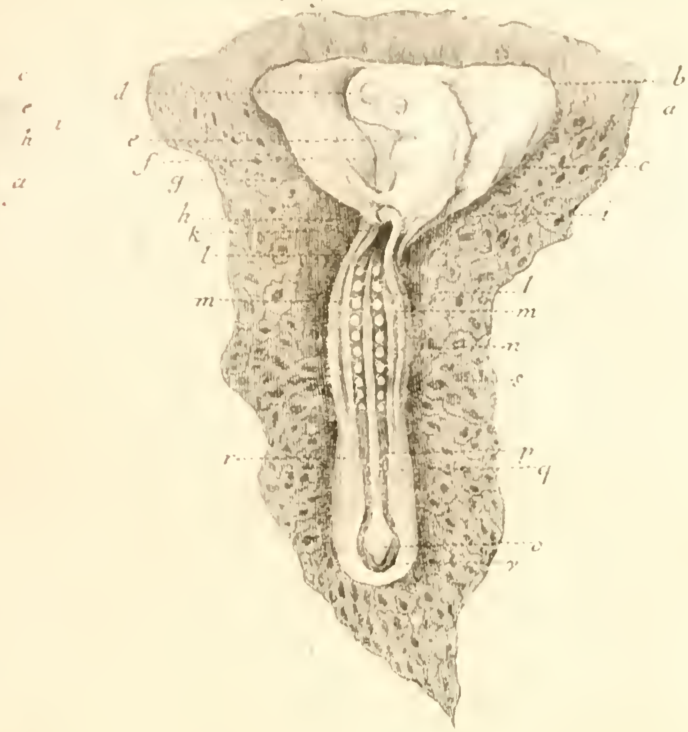


Fig. 4

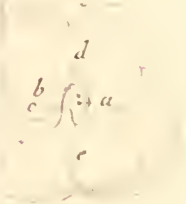


Fig. 7.

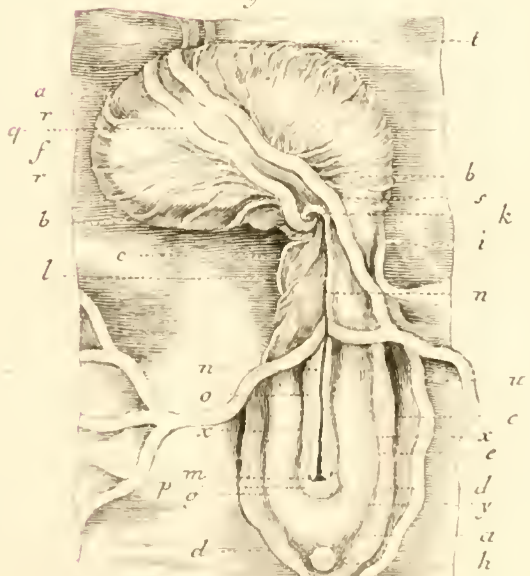


Fig. 1.

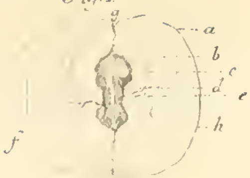


Fig. 2.



Fig. 5.

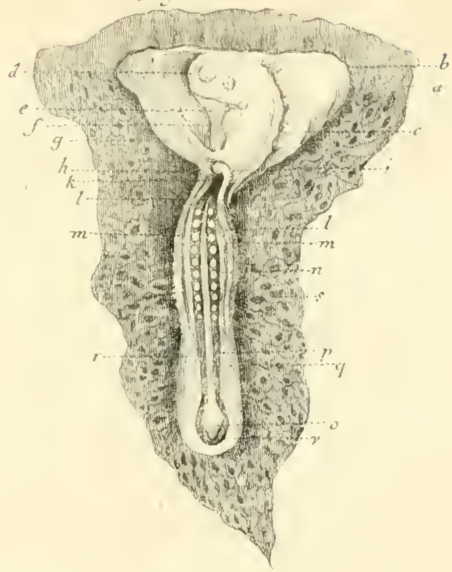


Fig. 3.



Fig. 4.

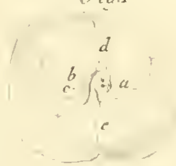


Fig. 6.

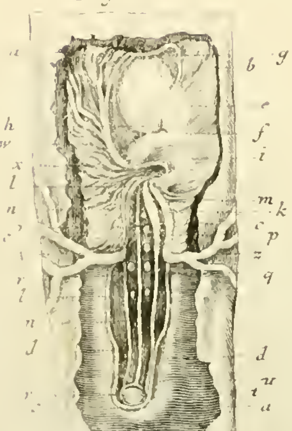
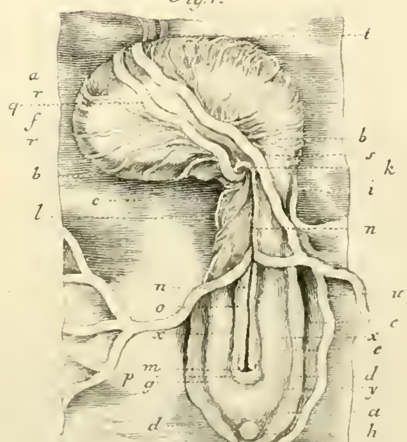


Fig. 7.





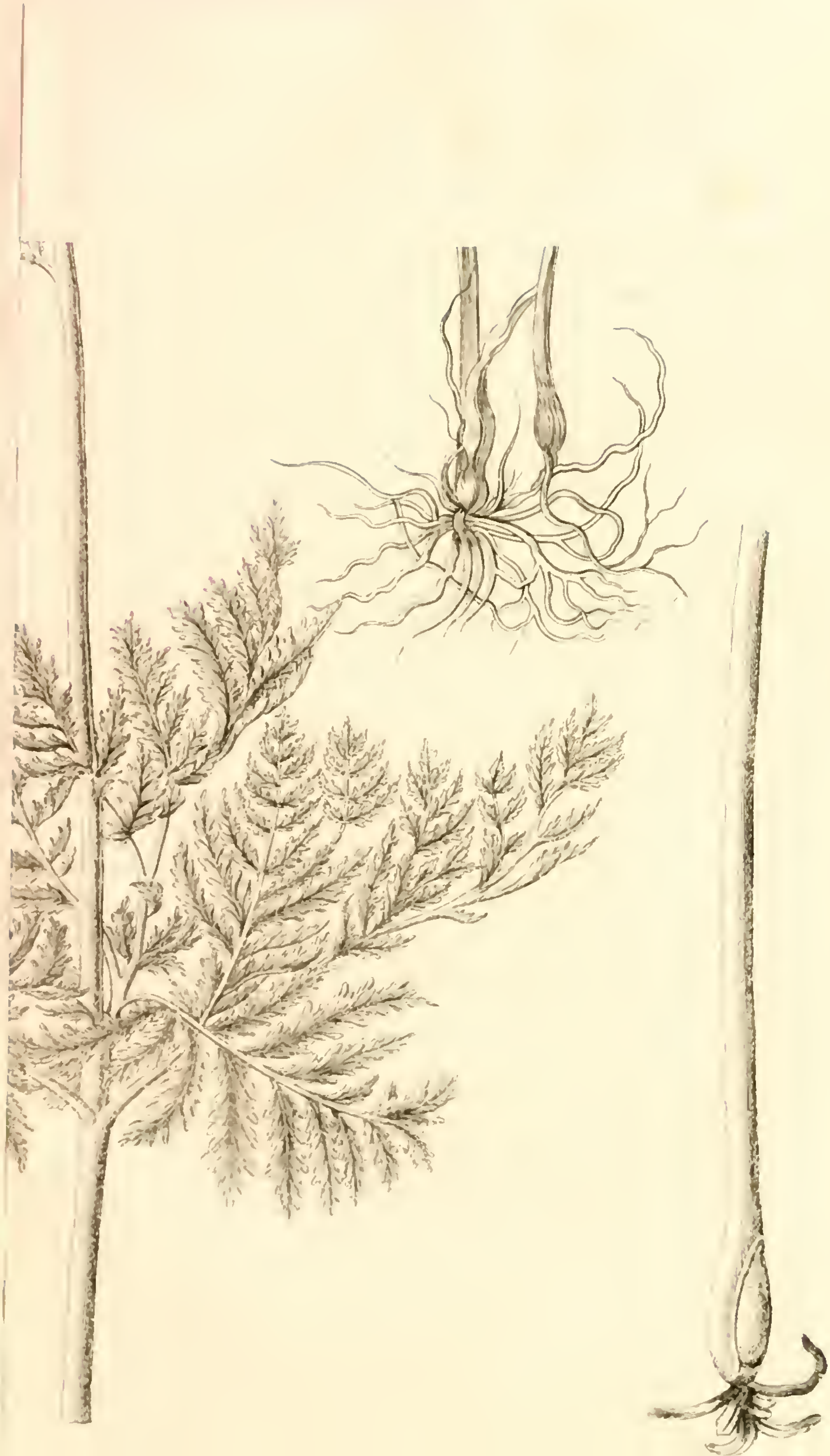












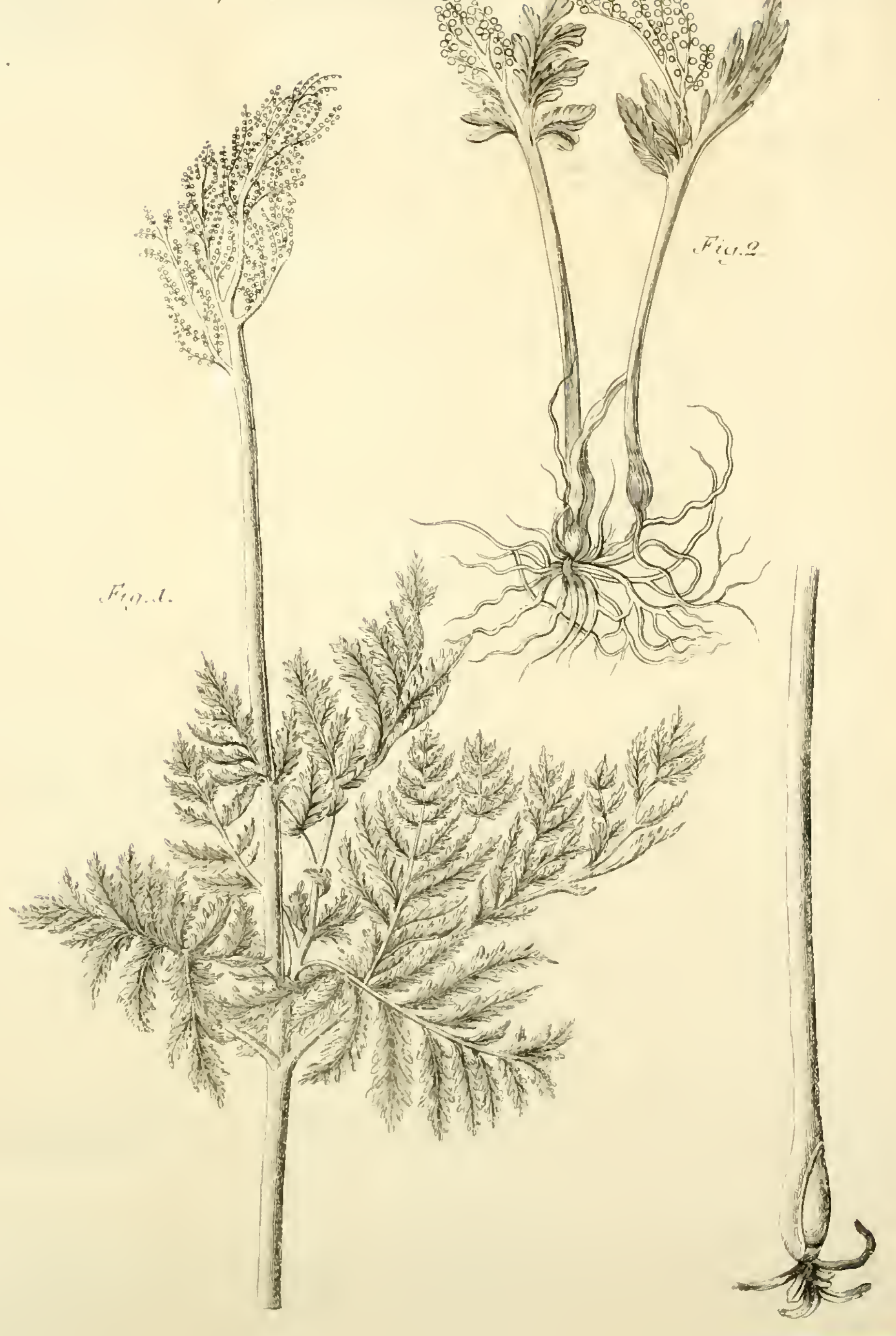

Fig. 1.
Fig. 2





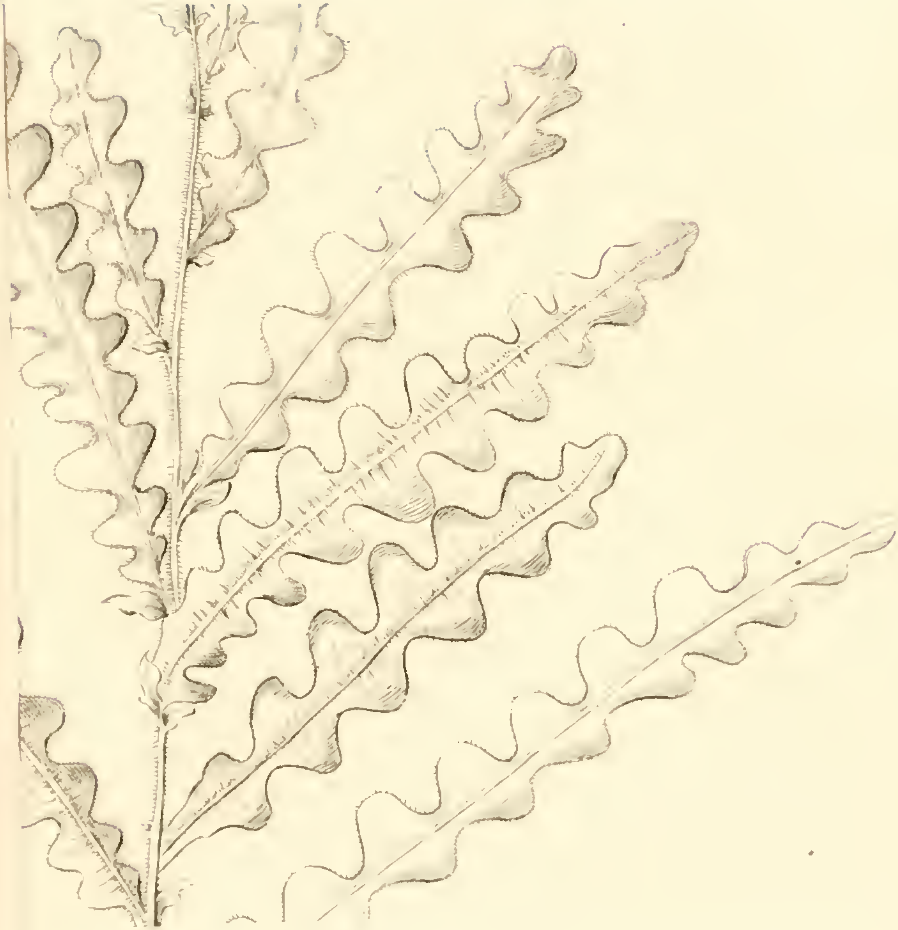
Fig.2.

Fig. 1.





Fig 2.



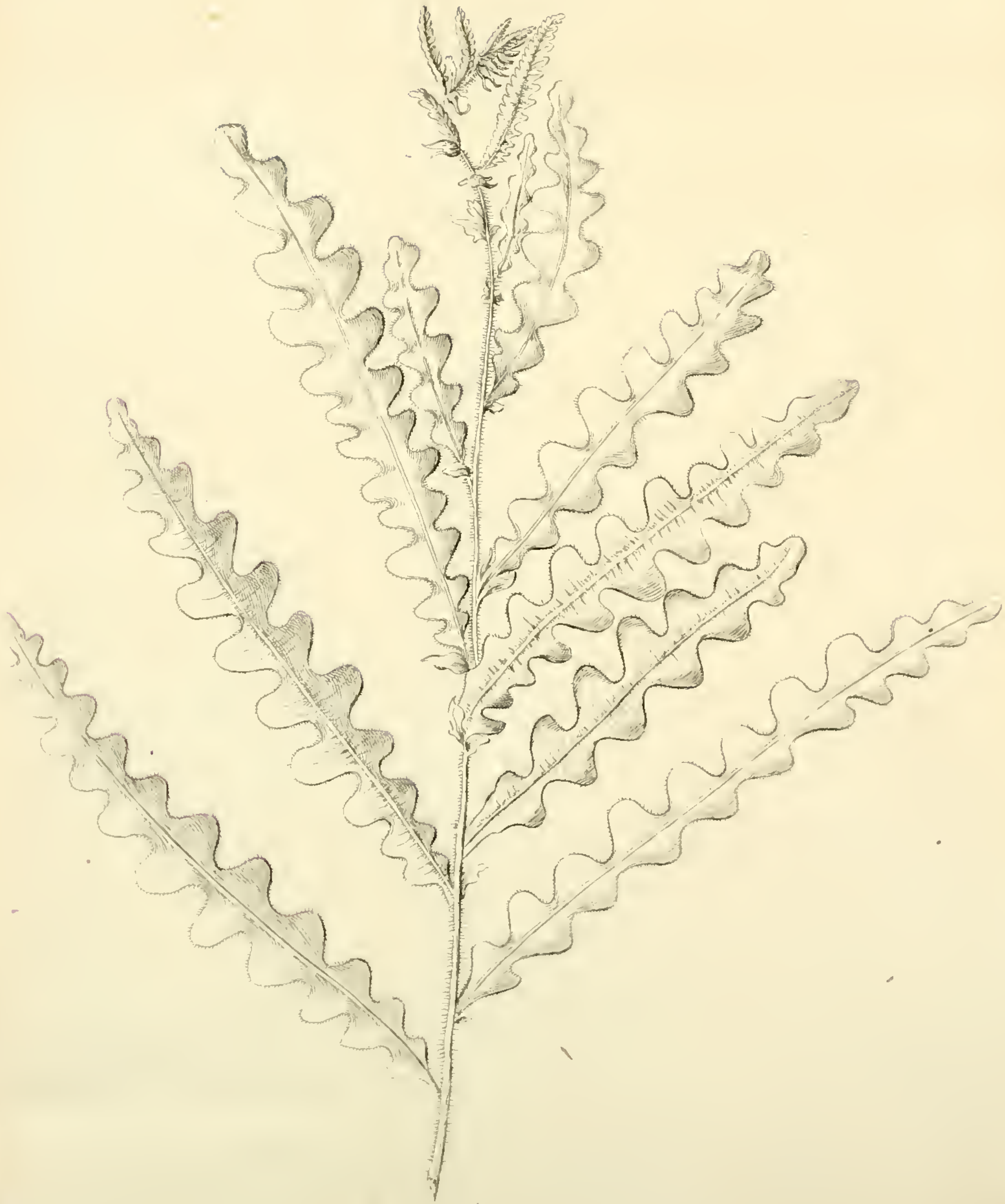


Fig. 3.



.6.





Fig. 4.



Fig. 5.

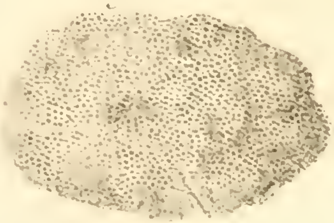


Fig. 2.

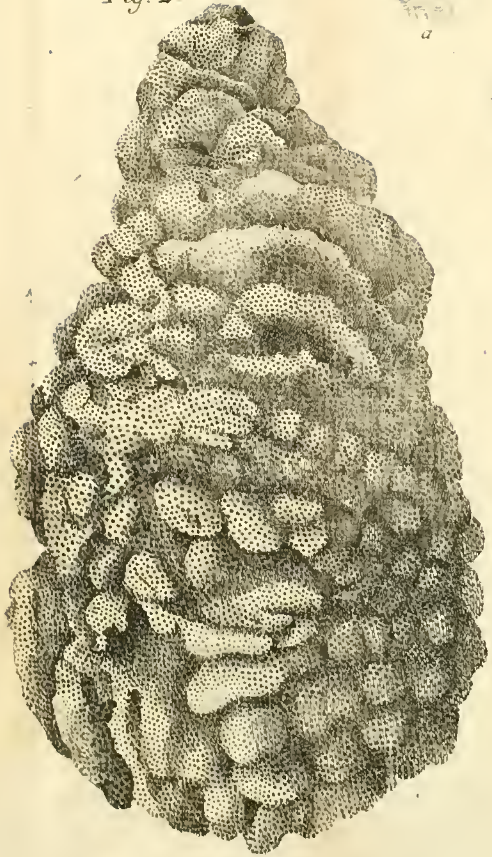


Fig. 1.



Fig. 6.



Fig. 3.

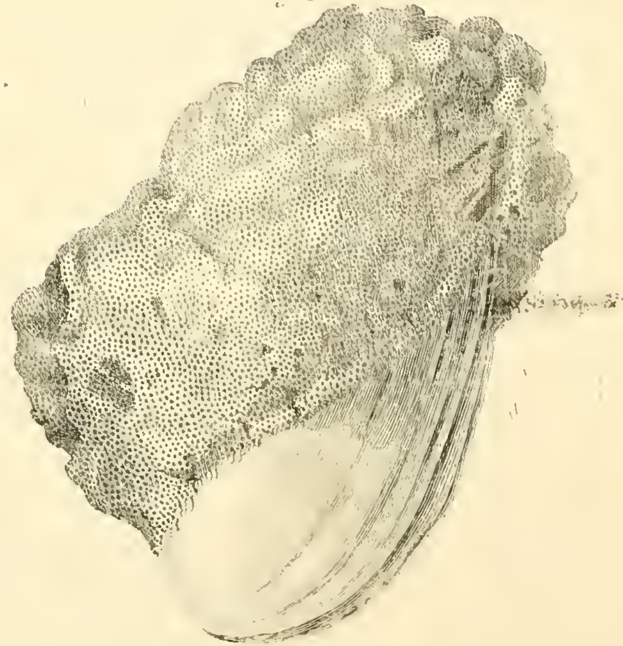


Fig. 7.



Fig. 4.

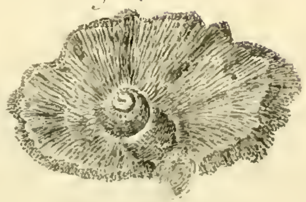


Fig. 5.



AMNH LIBRARY
100125054